3.4. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ПРИБЫЛИ И СОБСТВЕННОГО КАПИТАЛА БАНКА

Горбатенко Е.Н., к.э.н., доцент,
кафедра «Менеджмент и бизнес-информатика»;
Мануйлов Н.Н., к.ф.-м.н., доцент,
кафедра «Менеджмент и бизнес-информатика»

Владимирский филиал Финансового университета при Правительстве РФ, г. Владимир

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ

В статье рассмотрена экономико-математическая динамическая модель для анализа банка, позволяющая прогнозировать его финансовое состояние и выбирать приемлемые значения параметров управления. Модель представляет собой систему дифференциальных уравнений, отражающую зависимость показателей собственного капитала и чистой прибыли от таких показателей, как доля привлекаемых средств в собственном капитале, доля размещаемых средств в собственном капитале, доля доходности операций размещения средств, доля выплат по вкладам и др.

Использование предлагаемой авторами модели дает возможность: во-первых, прогнозировать финансовое состояние банка, во-вторых, рассчитывать приемлемые параметры управления банком, т.е. параметры, позволяющие избежать кризисного финансового состояния, а также модель позволяет рассчитывать в динамике коэффициенты надежности, ликвидности, рентабельности, ресурсной базы и качества активов.

В условиях мирового финансового кризиса особенно актуальны вопросы, связанные с надежностью работы банков. В данной работе предлагается описание базовой экономико-математической модели для финансового анализа банка в динамике, позволяющей прогнозировать его финансовое состояние и выбирать приемлемые параметры управления.

Деятельность банка предусматривает развитие двух принципиальных направлений:

- наращивание собственного капитала банка;
- размещение свободных средств: выдача кредитов, формирование портфеля ценных бумаг (ЦБ), операции с валютой, привлечение и эффективное использование свободных средств предприятий и населения.

Традиционный подход к финансовому анализу деятельности банка предусматривает вычисление коэффициентов надежности, ликвидности, рентабельности, ресурсной базы и качества активов путем использования таких базовых показателей:

- собственный капитал;
- защищенный капитал;
- ликвидные активы;
- активы, приносящие доход;
- государственные ЦБ;
- кредитный портфель;
- корпоративные кредиты;
- срочные депозитные инструменты;
- обязательства до востребования;
- сумма обязательств;
- средства на расчетных и корреспондентских счетах;
- просроченная задолженность;
- валовая прибыль;
- текущий чистый доход [1].

Основной недостаток данного подхода заключается в отсутствии динамики процесса и прогноза на будущее, а также в отсутствии универсальных границ и эталонов для показателей.

Наша цель состоит в построении обобщенной экономико-математической модели относительно ведущих показателей работы банка – текущего размера собственного капитала и прибыли, непосредственно влияющих на остальные показатели.

Пусть n – доля размещаемых средств в собственном капитале банка. Эту долю можно представить в виде трех слагаемых $n = n_1 + n_2 + n_3$, где n_1 – доля кредитного портфеля с доходностью a_1, n_2 – доля портфеля ценных бумаг с доходностью a_2, n_3 – доля валютной массы с доходностью a_3.

Обозначая через $Z = Z(t)$ функцию собственного капитала от времени, нетрудно вычислить nZ – размещаемые средства и mZ – привлекаемые средства, где m – доля привлекаемых средств в собственном капитале.

Выберем период времени, равный единице. Для данного периода ожидаемая доходность по второму направлению деятельности банка будет вычисляться как взвешенное среднее арифметическое доходностей по его отдельным составляющим:

$$a_0 = (a_1 n_1 + a_2 n_2 + a_3 n_3) / n.$$

Кроме того, в чистой прибыли банка необходимо учесть налоги, прочие затраты банка, а привлечение средств по вкладам предполагает выплаты по ним.

Обобщая структуру чистой прибыли, введем в рассмотрение коэффициент доходности по размещение свободных средств:

$$f = a_0 n + (a_0 - b_0) m - d - h, \qquad (1)$$

где b_0 – ставка выплат по вкладам, h – доля налогов в собственном капитале и d – доля прочих затрат банка по отношению к величине собственного капитала. При этом за f_0 обозначим значение коэффициента f, при котором достигается безубыточность.

Если значение $f > 0$, то использование капитала эффективно, и неэффективно в противном случае. Более того, существует значение $f_0 > 0$ такое, что рост прибыли банка возможен только при $f > f_0$.

Скорость изменения чистой прибыли p будет определена дифференциальным уравнением:

$$\frac{dp}{dt} = fZ - f_0 Z = (f - f_0) Z\ . \qquad (2)$$

Очевидно, что доли n и m будут зависеть от ожидаемой средней доходности и процента по вкладам. Чем больше доходность банка от размещаемых средств, тем меньше максимальная доля n_0 размещаемых средств по отношению к собственному капиталу на рассматриваемом периоде времени (объем кредитования снижается при увеличении a_0) и чем больше выплаты по привлекаемым средствам (увеличение b_0), тем больше минимальная доля m_0 от собственного капитала по привлекаемым средствам (объем вкладов увеличивается).

Таким образом,

$$n = \frac{n_0}{1+a_0}, \qquad m = \frac{m_0}{1-b_0}. \tag{3}$$

С учетом (2) формула (1) перепишется как

$$f = \frac{a_0}{1+a_0}n_0 + \frac{(a_0-b_0)}{1-b_0}m_0 - d - h. \tag{4}$$

Перейдем к первому направлению деятельности банка – наращивание собственного капитала.

Скорость изменения собственного капитала можно также представить в виде дифференциального уравнения:

$$\frac{dZ}{dt} = gp + \alpha Z, \tag{5}$$

где g - доля чистой прибыли, направляемой на прирост собственного капитала;

α – коэффициент изменения собственного капитала за счет других статей дохода с учетом инфляции.

С учетом (2) и (5) переменные $Z(t)$ и $p(t)$ определены линейной однородной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = (f - f_0)Z, \\ \dfrac{dZ}{dt} = gp + \alpha Z, \end{cases} \tag{6}$$

с постоянными коэффициентами, решения которой зависят от параметров управления: α, a_0, b_0, n_0, m_0, h, d.

Найдем общее решение системы (6) методом Эйлера. Для этого следует рассмотреть определитель характеристической матрицы:

$$\begin{vmatrix} -k & f-f_0 \\ g & \alpha - k \end{vmatrix} = 0,$$

порождающий характеристическое уравнение $k^2 - \alpha k - g(f-f_0) = 0$ с корнями $k_{1,2} = 0,5\left(\alpha \pm \sqrt{D}\right)$, где дискриминант $D = \alpha^2 + 4g(f - f_0)$.

Общее решение (6) $Y = \begin{pmatrix} p \\ Z \end{pmatrix}$ представимо в виде суммы частных решений $Y = c_1Y_1 + c_2Y_2$, где $Y_1 = \lambda_1 \exp(k_1 t)$, $Y_2 = \lambda_2 \exp(k_2 t)$ и λ_1, λ_1 – собственные вектора характеристической матрицы системы (6).

Если $D \ge 0$, то решения (6) будут вещественными, в противном случае, решения будут в виде периодических колебаний. Второй случай соответствует $f - f_0 < 0$.

Пусть $D \ge 0$. Найдем собственные вектора из системы:

$$\begin{cases} -k_1\lambda_{11} + (f-f_0)\lambda_{12} = 0, \\ g\lambda_{11} + k_2\lambda_{12} = 0, \end{cases}$$

и системы

$$\begin{cases} -k_2\lambda_{21} + (f-f_0)\lambda_{22} = 0, \\ g\lambda_{21} + k_1\lambda_{22} = 0. \end{cases}$$

Выберем $\lambda_{21} = 1$ и $\lambda_{22} = 1$, тогда

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} -k_2/g & 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} -k_1/g & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, в случае $D > 0$ система (6) имеет решение:

$$\begin{cases} p = c_1 \dfrac{-k_2}{g} \exp(k_1 t) + c_2 \dfrac{-k_1}{g} \exp(k_2 t), \\ Z = c_1 \exp(k_1 t) + c_2 \exp(k_2 t), \end{cases} \tag{7}$$

а в случае $D = 0$ решение, не зависящее от параметров управления f и f_0

$$\begin{cases} p = c_1 \exp\left(\dfrac{\alpha}{2}t\right) + c_2 t \exp\left(\dfrac{\alpha}{2}t\right), \\ Z = c_3 \exp\left(\dfrac{\alpha}{2}t\right) + c_4 t \exp\left(\dfrac{\alpha}{2}t\right). \end{cases}$$

В поле комплексных чисел, при $D < 0$, характеристическое уравнение будет иметь корни $k_{1,2} = \dfrac{\alpha}{2} \pm \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} i$, где $|D| = -\alpha^2 - 4g(f - f_0)$.

В качестве собственных векторов выберем

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} \dfrac{\sqrt{|D|}}{2g} i - \dfrac{\alpha}{2g} & 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} \dfrac{\sqrt{|D|}}{2g} i + \dfrac{\alpha}{2g} & 1 \end{pmatrix}.$$

Выпишем частные решения

$$Y_1 = \begin{pmatrix} \dfrac{\alpha}{2g} \cos \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} t + \dfrac{\sqrt{|D|}}{2g} \sin \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} t \\ -\cos \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} t \end{pmatrix} \left(-\exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right)\right) + $$

$$+ i \begin{pmatrix} \dfrac{\sqrt{|D|}}{2g} \cos \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} t - \dfrac{\alpha}{2g} \sin \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} t \\ \sin \dfrac{\sqrt{|D|}}{2} t \end{pmatrix} \exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right),$$

$$Y_2=\begin{pmatrix}\dfrac{\alpha}{2g}\cos\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t+\dfrac{\sqrt{|D|}}{2g}\sin\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\\ \cos\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\end{pmatrix}\exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right)+$$
$$+i\begin{pmatrix}\dfrac{\sqrt{|D|}}{2g}\cos\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t-\dfrac{\alpha}{2g}\sin\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\\ -\sin\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\end{pmatrix}\exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right).$$

Если $Y_1=U_1+iV_1$ и $Y_2=U_2+iV_2$ – решения (6), то U_1, V_2 и U_2, V_1, также пары независимых решений.

Общее решение (6) представим в виде $Y=c_1U_2+$ $+c_2V_1$ или, другими словами:

$$\begin{pmatrix}p\\ Z\end{pmatrix}=c_1\begin{pmatrix}\dfrac{\alpha}{2g}\cos\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t+\dfrac{\sqrt{|D|}}{2g}\sin\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\\ \cos\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\end{pmatrix}\exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right)+$$
$$+c_2\begin{pmatrix}\dfrac{\sqrt{|D|}}{2g}\cos\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t-\dfrac{\alpha}{2g}\sin\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\\ \sin\dfrac{\sqrt{|D|}}{2}t\end{pmatrix}\exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right).$$

В частности, из последнего следует, что

$$Z=\exp\left(\frac{\alpha}{2}t\right)\left(c_1\cos\frac{\sqrt{|D|}}{2}t+c_2\sin\frac{\sqrt{|D|}}{2}t\right).\qquad(8)$$

Третий вариант решения – это вариант кризисного типа, поскольку как основной капитал, так и прибыль банка могут обращаться в ноль.

Таким образом кризис банка – скорее закономерность, чем случайность, и может создаваться искусственно. Понятно, что третий вариант должен быть исключен как неприемлемый.

Второй вариант исключим из-за отсутствия влияния на прибыль и капитал управляющего параметра f.

Следовательно, параметры управления необходимо выбирать так, чтобы дискриминант был неотрицателен.

Для системы (7) при начальных параметрах $p=p_0$, $Z=Z_0$, $t=0$ константы интегрирования вычисляются как

$$c_1=\frac{p_0g+k_1Z_0}{\sqrt{D}},\qquad c_2=\frac{-\left(p_0g+k_2Z_0\right)}{\sqrt{D}}.\qquad(9)$$

Окончательно, при условии $D>0$, мы получим математическую модель прогнозирования динамики собственного капитала и прибыли при необходимых значениях параметров управления:

$$\begin{cases}p=\dfrac{-k_2\left(p_0g+k_1Z_0\right)}{g\sqrt{D}}\exp\left(k_1t\right)+\\ +\dfrac{k_1\left(p_0g+k_2Z_0\right)}{g\sqrt{D}}\exp\left(k_2t\right),\\ Z=\dfrac{p_0g+k_1Z_0}{\sqrt{D}}\exp\left(k_1t\right)-\\ -\dfrac{p_0g+k_2Z_0}{\sqrt{D}}\exp\left(k_2t\right).\end{cases}\qquad(10)$$

Реализуем на языке ***R*** функции прогноза для Z и p и приведем числовой пример:

```
P <- function (t, a0, b0, d, h, g, alpha, n0, m0, f0,
Z0, P0){n <- n0 / (1 + a0);
m < -m0 / (1 – b0);
f <- a0 × n + (a0 – b0) × m – d – h;
D <- alpha ^ 2 + 4 × g × (f – f0);
k1 <- (alpha + sqrt(D)) / 2;
k2 <- (alpha – sqrt(D)) / 2;
c1 <- P0 × g / sqrt(D) + k11 × Z0 / sqrt(D);
c2 <- -k2 × Z0 / sqrt(D) – P0 × g / sqrt(D);
c1 × (-k2 / g) × exp(k1 × t) + c2 × (-k1 / g) ×
× exp(k2 × t)};
Z <- function (t, a0, b0, d, h, g, alpha, n0, m0, f0,
Z0, P0);
n<- n0 / (1 + a0);
m< -m0 / (1 – b0);
f <- a0 × n + (a0 – b0) × m – d – h;
D <- alpha ^ 2 + 4 × g × (f – f0);
k1<- (alpha + sqrt(D)) / 2;
k2 <- (alpha – sqrt(D)) / 2;
c1 <- P0 × g / sqrt(D) + k1 × Z0 / sqrt(D);
c2 <- -k2 × Z0 / sqrt(D) – P0 × g / sqrt(D);
c1 × exp(k1 × t) + c2 × exp(k2 × t)}.
```

Пусть на начальный момент собственный капитал банка составляет 15 000 млн. руб. В качестве периода прогнозирования выберем месяц. Если банк к начальному моменту времени получил 20 000 млн. руб. чистой прибыли, то среднемесячное ее значение будет равно $p_0=167$ млн. руб.

Предположим, что среднемесячные затраты банка составляют 80 млн. руб., а ежемесячные налоги – 48 млн. руб.

Месячный размер размещаемых средств составляет 4 500 млн. руб. Среднемесячный процент доходности равен 2% (24% в год).

Месячный размер привлекаемых средств 3 000 млн. руб. со средним процентом выплат по вкладам за месяц 0,9%.

Предположим также, что 60% от чистой прибыли направляется на увеличение собственного капитала, других источников увеличения капитала банка нет, а месячная инфляция составляет 0,5%.

Рассчитаем управляющие параметры модели:

$$n_0 = \frac{45}{150}(1+0,02) = 0,306,$$

$$m_0 = \frac{30}{150}(1-0,009) = 0,1982,$$

$$a_0 = 0,02,\ b_0 = 0,009,\ \alpha = -0,005,$$

$$d = \frac{8}{1500} = 0,0053,\ h = \frac{48}{15000} = 0,0032.$$

В качестве порогового значения выберем $f_0 = 0,0001.$

Вычислим дискриминант:

$$f = -0,0003,\ f - f_0 = -0,0004,\ D = -0,000935.$$

Видно, что управление банком проводится неэффективно, и корни характеристического уравнения комплексные. И, следовательно, собственный капитал будет совершать периодические колебания с убывающей амплитудой.

Однако, если оптимизировать месячные затраты до 50 млн. руб. и увеличить месячный размер размещаемых средств до 7 500 млн. руб., при новых параметрах:

$$n_0 = \frac{75}{150}(1+0,02) = 0,51,\ d = \frac{5}{1500} = 0,0033,$$

получим $D = 0,0135$. В этом случае собственный капитал банка будет со временем возрастать.

На языке ***R*** рассчитаем прогноз чистой прибыли и собственного капитала на три месяца вперед [2]:

```
library(ggplot2)
library(gridExtra)
data <-data.frame(t = 0:3, P = P(t = 0:3, a0 = 0.02,
b0 = 0.009, d = 0.0033, h = 0.0032, g = 0.6, alpha
= -0.005, n0 = 0.51, m0 = 0.1982, f0 = 0.0001, Z0 =
= 15000, P0 = 167), Z = Z(t = 0:3, a0 = 0.02, b0 =
=0.009, d = 0.0033, h = 0.0032, g = 0.6, alpha =
=-0.005, n0 = 0.51, m0 = 0.1982, f0 = 0.0001, Z0 =
= 15000, P0 = 167)).
```

В табл. 1 приведены прогнозы прибыли и величины собственного капитала для заданных в примере значений управляющих параметров. Доля прибыли частично переходит в собственный капитал. Очевидно, что с учетом этого и (10) прибыль будет иметь более слабый экспоненциальный рост, нежели собственный капитал. Убедимся в этом, отобразив график прогнозов прибыли (рис. 1) и график прогнозов величины собственного капитала (рис. 2).

Таблица 1

ПРОГНОЗЫ ПРИБЫЛИ И ВЕЛИЧИНЫ СОБСТВЕННОГО КАПИТАЛА

Номер прогноза	Момент времени *t*, мес.	Чистая прибыль *P*, млн. руб.	Величина собственного капитала *Z*, млн. руб.
1	0	166,6667	15 000,00
2	1	272,8242	15 086,70
3	2	379,8180	15 236,97
4	3	488,0983	15 451,26

```
g1<-ggplot(data = data, aes(x = t, y = P)) +
+ geom_line() + geom_point() + labs(title =
= "Прогнозприбыли", x = "Время (мес.)",
y = "Прибыль (млн. руб.)")
g2<-ggplot(data = data, aes(x = t, y = Z)) +
+ geom_line() + geom_point() + labs(title =
= "Прогноз собственного капитала", x =
= "Время (мес.)", y = "Капитал (млн. руб.)")
grid.arrange(g1, g2, nrow = 1).
```

Таким образом, мы можем не только прогнозировать динамику собственного капитала и прибыли, но и выбирать необходимые значения параметров управления.

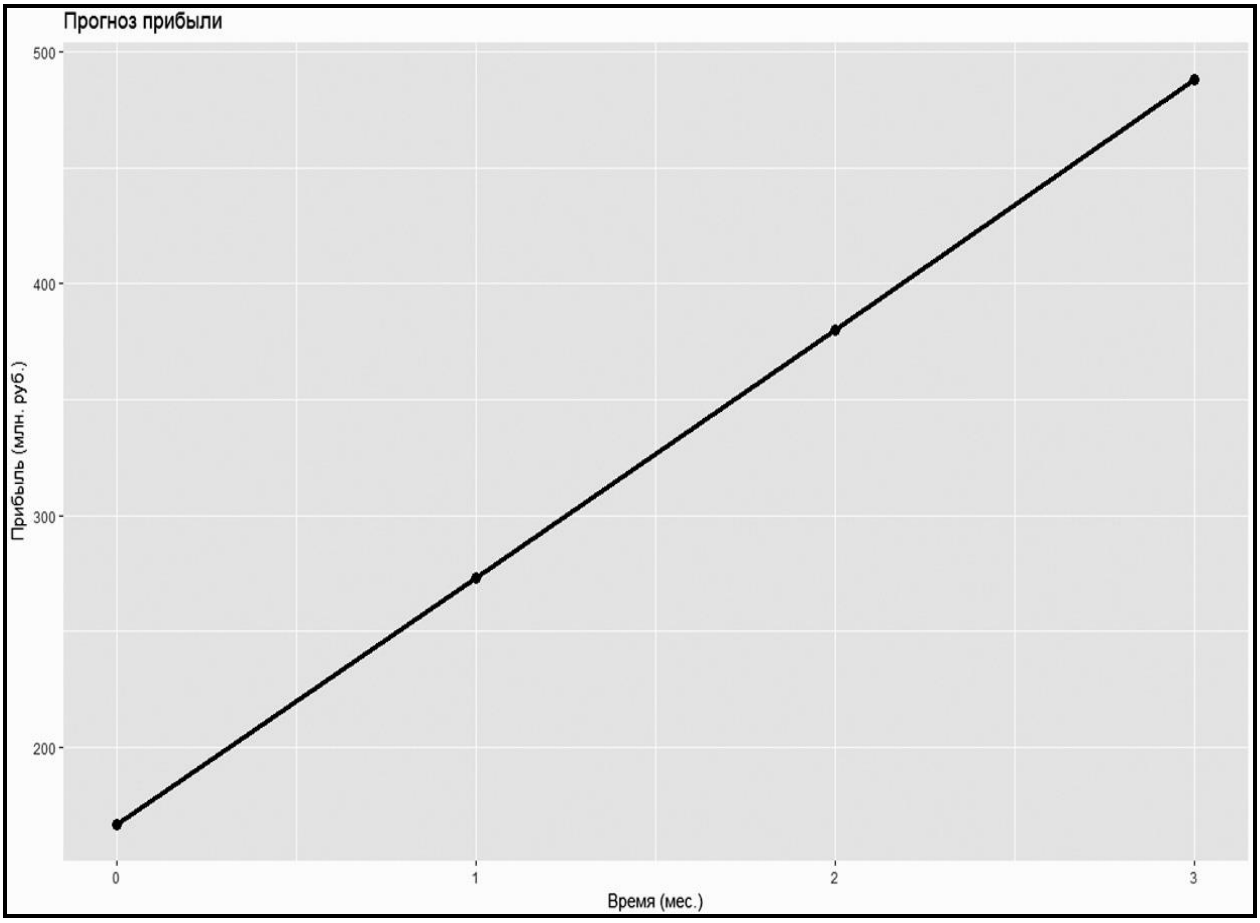

Рис. 1. Прогноз прибыли

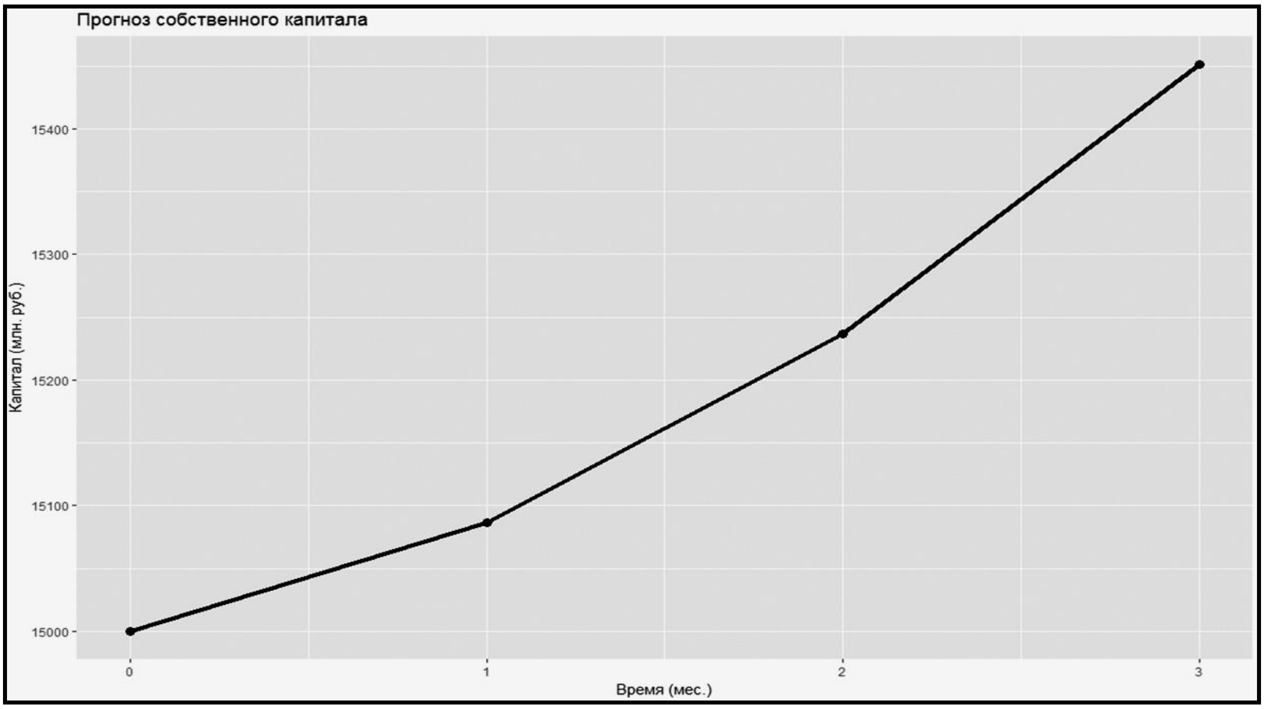

Рис. 2. Прогноз собственного капитала

Более того, на основе прогноза прибыли и собственного капитала можно рассчитывать в динамике коэффициенты надежности, ликвидности, рентабельности, ресурсной базы и качества активов путем использования четырнадцати вышеуказанных базовых показателей. Кроме того, остается открытым вопрос о прогнозировании спадов и подъемов на основе кризисной модели (8).

Литература

1. Горбатенко Е.Н. Динамическая модель для финансового анализа банка [Текст] / Е.Н. Горбатенко // Динамика сложных систем – XXI век. – 2014. – Т. 8 ; №1. – С. 45-47.
2. Горбатенко Е.Н. и др. Математические методы и информационные технологии обработки и анализа экономической информации [Текст] : учеб. пособие / Е.Н. Горбатенко, А.Б. Еловиков , Д.В. Козлова, В.А. Кокунов, Г.А. Куликова, А.П. Лукавый, В.М. Малашенко, Н.Н. Мануйлов, С.В. Никифорова, С.П. Новиков, М.Б. Хрипунова. – Брянск, 2016.
3. Гармаш А.Н. и др. О применении математических методов при планировании доходов организации [Текст] / А.Н. Гармаш, М.С. Гаспариан, Е.Н. Горбатенко // Статистика и экономика. – 2011. – №3. – С. 113-117.
4. Гармаш А.Н. и др. Экономико-математические методы в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / А.Н. Гармаш, И.В. Орлова, Н.В. Концевая, Е.Н. Горбатенко. – М., 2014.
5. Мануйлов Н.Н. и др. Диагностика кризисного состояния предприятия с помощью среды REVOLUTION R [Текст] / Н.Н. Мануйлов, Е.Н. Горбатенко, И.И. Савельев, А.О. Блинов // Экономика и предпринимательство. – 2015. – №11-1. – С. 535-538.

Ключевые слова

Финансовый анализ банка; моделирование финансового состояния банка; прогнозирование прибыли банка; динамическая модель; собственный капитал банка; параметры управления банком; кризис банка; язык ***R***; дифференциальные уравнения; надежность работы банков.

Горбатенко Елена Николаевна

Мануйлов Николай Николаевич

РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность темы обусловлена тем, что эффективная оценка будущей прибыли и величины собственного капитала в большой степени определяет возможность организации осуществления своей деятельности. Поэтому учет банковской специфики в математических моделях прогнозов особенно актуален.

Научная новизна и практическая значимость. В работе представлена динамическая модель прогнозирования прибыли и величины собственного капитала, основанная на системе однородных дифференциальных уравнений. Коэффициенты уравнений учитывают специфику банковской деятельности, а в частности, привлеченные и размещенные средства в разрезе текущей величины собственного капитала. При детализации прибыли и капитала на структурные элементы, предложенная модель может быть использована для вычисления и изучения динамики показателей надежности, ликвидности и рентабельности. Следует отметить необходимость проведения дальнейшего исследования по этой тематике, в частности в направлении нахождения интервальных оценок прогнозов.

Заключение: рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявленным к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

Губернаторов А.М., д.э.н., доцент, кафедра «Экономика и финансы», Владимирский филиал Финансового университета при Правительстве РФ, г. Владимир.

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ