3.8. КОМБИНИРОВАННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ И АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР СОВМЕСТНО С КОНКРЕТНОЙ ЭКОНОМИКОЙ

Сигал А.В., д.э.н., доцент, профессор, кафедра бизнес-информатики и математического моделирования

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, г. Симферополь

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ

В статье рассматривается концепция комбинированного применения статистических и антагонистических игр совместно с конкретной математикой. Показаны возможности применения конкретной математики в экономических исследованиях. Приведены определения основных целочисленных и связанных с ними функций. Рассмотрены конкретные экономические задачи, для математического моделирования которых целесообразно использование некоторых целочисленных функций.

ВВЕДЕНИЕ

Конкретная математика как наука о математических основах информатики возникла во второй половине XX в. Наиболее полное и систематическое изложение основных разделов конкретной математики содержится в книге [2], прообразом которой послужил раздел «Математическое введение» из первого тома [7] многотомной монографии Д.Э. Кнута. Отцы-основатели этой науки Р.Л. Грэхем, Д.Э. Кнут, О. Паташник так объясняют ее название: «КОНКРЕТНАЯ математика – это математические основы информатики, позволяющие применять технику работы с КОНтинуальными (непрерывными) объектами для работы с дисКРЕТНЫМИ объектами». Например, суммирование может выполняться по формулам, аналогичным вычислению определенных интегралов. Использование методов конкретной математики позволяет совершенствовать компьютерные программы, быстрее получать искомый результат и значительно уменьшать общий объем вычислений и технических операций.

Пользу от информационных приложений конкретной математики иллюстрируют теоретические и практические сведения, а также многочисленные примеры, приведенные в учебных пособиях [2, 7, 11]. К сожалению, экономические приложения конкретной математики до настоящего времени практически не рассматривались.

Целью данной статьи является обоснование возможности применения концепции комбинированного применения статистических и антагонистических игр совместно с конкретной математики. Заметим, что данное обоснование должно состоять прежде всего в рассмотрении конкретных экономических ситуаций.

В данной статье сначала будут приведены необходимые сведения из теории игр и статистических решений, основные положения концепции комбинированного применения статистических и антагонистических игр, а также приведены сведения о целочисленных функциях, которые рассматриваются в теории чисел, являющейся важным разделом конкретной математики. Затем будут рассмотрены конкретные экономические задачи, для моделирования которых окажутся полезными некоторые из рассмотренных целочисленных функций. Применение конкретной математики в экономических исследованиях впервые было предложено в статье А.В. Сигала [14].

Как правило, при помощи матричных игр моделируют ситуации, в которых интересы участников противоположны. В экономике же часто интересы разных сторон непротиворечивы, а порой и совпадают. По этой и некоторым другим причинам основной моделью принятия решений считается модель принятия статистических решений, которую будем называть статистической игрой.

Суть комбинированного применения статистических и антагонистических игр заключается в отождествлении исходной статистической игры, моделирующей процесс принятия управленческих решений, с антагонистической игрой (АИ), платежная матрица которой совпадает с функционалом оценивания исходной статистической игры.

Экономика представляет собой динамическую, слабо структурированную сложную систему, которая состоит из многих элементов, в т.ч. из большого количества находящихся в тесном, непрерывном взаимодействии экономических систем, т.е. домашних хозяйств, предприятий всех организационно-правовых форм, корпораций, объединений, союзов. Повышение качества принятия управленческих решений в экономике требует учета таких особенностей экономики, объективно существующих и внутренне присущих ей, как случайность, хаотичность, неполнота информации, неопределенность, конфликтность, конкуренция, противоречивость, альтернативность, многокритериальность и обусловленный ими экономический риск.

Следовательно, для совершенствования управления экономическими системами и их эффективного функционирования необходимо в процессе принятия управленческих решений в экономике корректно применять такие экономико-математические методы и модели, которые позволяют адекватно учитывать указанные особенности экономики, прежде всего, неполноту информации, неопределенность, конфликтность и экономический риск. Одним из наиболее распространенных и разработанных направлений в теории и практике управления экономическими системами, позволяющем учитывать неполноту информации, неопределенность, конфликтность и экономический риск, считается теоретико-игровое моделирование экономики.

Теория игр и теория принятия статистических решений занимаются в первую очередь именно задачами анализа и принятия решений в условиях неопределенности, конфликтности и риска. В последнее время методы теории игр во все большей мере проникают в экономику и предпринимательство, в управленческую практику. В экономической теории и практике применяется много экономико-математических моделей, представляющих собой игры самых разных классов.

Управление экономическими системами в условиях современной экономики требует разработки и развития досконального аппарата теории игр и статистических решений, позволяющего анализировать и моделировать процессы принятия управленческих решений в экономике с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и риска. Следует отметить, что инструментарий теории игр и статистических решений, традиционно применявшийся для моделирования экономики, не рассчитан на условия постоянно меняющейся среды функционирования, на последствия и, особенно, причины кризиса, начавшегося в мировой экономике в 2008 г., на геополитические риски, возникшие как в отечественной, так и в мировой экономике после социально-политического кризиса, начавшегося в Украине в конце 2013 г., а также на особенности нестационарной экономики, типичной для экономик всех постсоветских государств.

Внедрение новых теоретико-игровых подходов, позволяющих моделировать процессы принятия управленческих решений в экономике с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и риска, приводит к выбору наименее рискованных решений, что позволяет стабилизировать результаты деятельности экономических систем, добиться устойчивости функционирования как отдельно взятой экономической системы, так и экономики страны в целом. К новым теоретико-игровым подходам относится предлагаемая ниже концепция моделирования процесса принятия управленческих решений в экономике, основанная на комбинированном применении статистических и антагонистических игр. Основы концепции комбинированного применения статистических и антагонистических игр изложены в монографии А.В. Сигала [16].

Предлагаемую концепцию от других подходов, применяемых для теоретико-игрового моделирования экономики, отличают следующие особенности. Во-первых, предлагаемая концепция нацелена на принятие оптимальных решений с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и риска. Во-вторых, предлагается комбинированное применение статистических и антагонистических игр совместно с другими разделами математики, в частности, с конкретной математикой, энтропийным подходом, нечеткой математикой, теорией вероятностей и математической статистикой, теорией случайных процессов, прикладной статистикой и эконометрией. В-третьих, предлагается комбинированное применение статистических и антагонистических игр и в тех случаях, когда соответствующая антагонистическая игра не является непосредственной моделью рассматриваемого процесса принятия управленческих решений, при этом уделяется внимание анализу и обоснованию математической корректности, экономической корректности, экономической целесообразности и экономической эффективности управленческих решений, реализуемых лицом, принимающим решения (ЛПР).

Необходимые сведения из теории игр и статистических решений

Антагонистической игрой (АИ) будем называть матричную игру, т.е. конечную игру двух лиц (игроков) с нулевой суммой. АИ представляет собой систему $\Gamma_R = \langle I, J, R \rangle$, где $I = \{1; ...; i; ...; k\}$ – известное множество всех чистых стратегий игрока 1, занумерованных натуральными числами от единицы до k, $J = \{1; ...; j; ...; n\}$ – известное множество всех чистых стратегий игрока 2, занумерованных натуральными числами от единицы до n, $R = R_{k\times n} = (r_{ij})$ – полностью или частично известная платежная матрица АИ. Значение элемента r_{ij} платежной матрицы задает выигрыш игрока 1 в ситуации $(i; j)$, когда в партии игры он применил свою чистую стратегию i, а игрок 2 – свою чистую стратегию j. В каждой партии АИ значение проигрыша игрока 2 совпадает со значением выигрыша игрока 1.

Будем различать два принципиально разных класса АИ. Первый – классические АИ (КАИ), представляющие собой АИ, заданные полностью известной матрицей. Второй – неоклассические АИ (НАИ), заданные частично известной матрицей. То, что платежная матрица известна частично, означает, что среди элементов r_{ij} матрицы $R = R_{k\times n} = (r_{ij})$ имеется хотя бы один элемент, точное истинное значение которого неизвестно. Очевидно, КАИ является АИ с полной информацией, а НАИ – АИ с неполной информацией, при этом НАИ представляет собой простейшее обобщение КАИ. Применение НАИ позволяет адекватно моделировать процесс принятия управленческих решений с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и обусловленного ими экономического риска.

Статистической игрой (статистической моделью принятия решений) будем называть систему $\Gamma_R = \langle I, J, R \rangle$, где $I = \{1; ...; i; ...; k\}$ – известное множество всех решений ЛПР, которые он может применить при одноразовом принятии управленческого решения; $J = \{1; ...; j; ...; n\}$ – известное множество всех возможных состояний природы (экономической среды), $R = R_{k\times n} = (r_{ij})$ – полностью или частично известная платежная матрица, еще называемая функционалом оценивания статистической игры. В теории принятия статистических решений ЛПР принято называть статистиком.

Сразу отметим, что чистые стратегии ЛПР могут быть его взаимоисключающими возможными решениями, а могут быть в определенном смысле совместимыми. Состояния природы, как правило, являются взаимоисключающими, при этом неизвестно, в каком именно своем возможном состоянии будет находиться природа в момент реализации принятого ЛПР управленческого решения. В отличие от ЛПР, природа пассивно выбирает свои чистые стратегии, т.е. случайным образом (неосознанно) оказывается в одном из своих возможных состояний.

Без ограничения общности можно считать, что платежная матрица статистической игры обладает положительным ингредиентом [17, с. 12]: $R = R^+ = R^+_{k\times n} = (r^+_{ij})$, т.е. r_{ij} характеризует выигрыш ЛПР в случае реализации им своего i-го решения в условиях, когда природа оказалась в своем j-м возможном состоянии. Иначе говоря, платежная матрица $R = R^+ = R^+_{k\times n} = (r^+_{ij})$ обладает положительным ингредиентом, если ЛПР стремится достичь наибольшего значения среди ее элементов. Платежная матрица $R = R^- = R^-_{k\times n} = (r^-_{ij})$ обладает отрицательным ингредиентом, если ЛПР стремится достичь наименьшего значения среди ее элементов.

Нередко, как, например, в монографии [1], в статистических играх природу принято считать игроком 1, статистика – игроком 2. Кроме того, вместо матрицы выигрышей статистика часто используется матрица риска (функция потерь), значение элементов которой характеризуют проигрыш (убыток) статистика, что означает отрицательный ингредиент функционала оценивания.

Знак ингредиента платежной матрицы игры легко можно изменить на противоположный знак. Если в статистической игре игрок 1 является ЛПР, а второй – природой, то для изменения знака функционала оценивания платежную матрицу достаточно умножить на число $c = -1$. Полученная статистическая игра будет равносильна исходной игре в том смысле, что применение соответствующих критериев принятия решений к этим играм будет приводить к принятию совпадающих решений.

Если в статистической игре игрок 1 является природой, а второй – ЛПР, то для изменения знака функционала оценивания достаточно транспонировать платежную матрицу, при этом игроки поменяются местами, т.е. в полученной игре ЛПР станет игроком 1, а природа – игроком 2. Полученная статистическая игра будет равносильна исходной игре в том смысле, что применение соответствующих критериев принятия решений к этим играм будет приводить к принятию совпадающих решений.

Итак, далее везде будем считать, что в статистической игре игрок 1 является ЛПР, а второй – природой, при этом функционал оценивания обладает положительным ингредиентом, т.е. $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}^{+} = \boldsymbol{R}^{+}_{\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{n}} = \left(\boldsymbol{r}^{+}_{\boldsymbol{ij}}\right)$. Так как ЛПР считается игроком 1, а природа – игроком 2, строки платежной матрицы характеризуют применение ЛПР своих чистых стратегий, а ее столбцы – состояния экономической среды.

Кратко перечислим основные особенности статистических игр, отличающие их от АИ:

- один из игроков (согласно вышеприведенной договоренности, игрок 2) является природой, которую нельзя рассматривать как разумного противника, интересы которого, например, противоположны интересам ЛПР;
- множество критериев, применение которых возможно для принятия решений, определяется имеющей место информационной ситуацией;
- статистик имеет возможность проводить испытания с целью получения дополнительной информации о неизвестном ему состоянии природы;
- статистик должен выбрать решающее правило, которое дает ему возможность выбрать оптимальное решение в зависимости от результата испытания.

Если априорное распределение вероятностей состояний природы уже известно, то, согласно общепринятой терминологии, имеет место задача принятия решений в условиях риска. Как правило, она решается по критерию Байеса, т.е. за счет вычисления для всех альтернатив, рассматриваемых ЛПР, ожидаемого (среднего) выигрыша и выбора чистой стратегии ЛПР, обладающей наибольшим значением ожидаемого выигрыша.

С помощью проведения экспериментов можно собрать дополнительные сведения о состояниях природы. Если априорное распределение вероятностей состояний уже известно, то в результате проведения эксперимента оно изменяется согласно формуле Байеса, причем в этом случае выбирается чистая стратегия, являющаяся наилучшей относительно нового – апостериорного – распределения вероятностей.

Если априорное распределение вероятностей состояний неизвестно и о нем нет никаких предположений, то в этом случае для решения статистической игры принято выбирать решающее правило, т.е. правило, которое каждому возможному результату эксперимента ставит в соответствие способ действий ЛПР (его определенную стратегию). Наконец, если проведены несколько экспериментов, то в этом случае решающее правило включает в себя еще и указание действий, которые нужно осуществить, при этом необходимо оценить последствия разных действий для каждого состояния природы и стоимость проведения экспериментов.

Легко заметить, что статистические и антагонистические игры имеют одну и ту же формальную структуру. Это совпадение структур и дает теоретическую и практическую возможность комбинированно применять статистические и антагонистические игры. Суть комбинированного применения статистических и антагонистических игр заключается в отождествлении исходной статистической игры с АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, т.е. с АИ, платежная матрица которой совпадает с функционалом оценивания исходной статистической игры. Действительно, если вместо экономической среды ввести в схему статистической игры игрока 2, который осознанно преследует цели, антагонистические целям игрока 1, то получим АИ, платежная матрица которой совпадает с функционалом оценивания. В табл. 1 приведено соответствие элементов антагонистических и статистических игр.

Таблица 1

СООТВЕТСТВИЕ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ И СТАТИСТИЧЕСКИХ ИГР

№	АИ	Статистическая игра
1	Игрок 1	Статистик (ЛПР)
2	Игрок 2	Природа (экономическая среда)
3	Платежная матрица	Функционал оценивания
4	Чистая стратегия игрока 1	Возможное решение (альтернатива), которое статистик может применить при одноразовом принятии решений
5	Смешанная стратегия игрока 1	Рандомизированная стратегия статистика
6	Чистая стратегия игрока 2	Возможное состояние природы
7	Смешанная стратегия игрока 2	Распределение вероятностей для состояний природы

Стратегию поведения экономической среды характеризует имеющаяся информационная ситуация. Информационной ситуацией (ИС) $\boldsymbol{I_s}$ относительно стратегии поведения экономической среды будем называть определенную меру градации, характеризующую неопределенность выбора экономической средой своих состояний из заданного множества $\boldsymbol{J} = \{\boldsymbol{1; 2; ...; j; ...; n}\}$. Существуют разные классификаторы, характеризующие градации информационных ситуаций, т.е. поведение экономической среды. Как отмечает Р.И. Трухаев, «определение и классификация этих информационных ситуаций составляют, можно сказать, фундамент теории принятия решений в условиях неопределенности, поскольку частично позволяют решить известную проблему выбора критерия принятия решений путем разработки для каждой информационной ситуации множества критериев принятия решений» [17, с. 10]. В классификации, предложенной Р.И. Трухаевым [17, с. 13], выделяются семь разных ИС. Главным преимуществом предложенной Р.И. Трухаевым классификации ИС относительно стратегии поведения экономической среды является бóльшая (по сравнению с общепринятой) детализация неопределенности. Это позволяет точнее выбрать критерий принятия решений, лучше учесть особенности экономических явлений и процессов, качественнее учесть неполноту информации, неопределенность, конфликтность и обусловленный ими экономический риск. Приведем классификацию информационных ситуаций, предложенную Р.И. Трухаевым.

1. ИС I_1 характеризуется заданными точными истинными значениями априорных вероятностей возможных состояний экономической среды.
2. ИС I_2 характеризуется тем, что значения априорных вероятностей возможных состояний экономической среды зависят от одного или нескольких параметров.
3. ИС I_3 характеризуется заданной системой линейных ограничений для возможных значений априорных вероятностей возможных состояний экономической среды (по сути, неизвестные значения этих вероятностей принадлежат известным множествам).
4. ИС I_4 характеризуется неизвестным распределением априорных вероятностей на множестве возможных состояний экономической среды, при этом о возможных значениях этих вероятностей нет никакой математической информации.
5. ИС I_5 характеризуется антагонистическими интересами и целями ЛПР, с одной стороны, и экономической среды – с другой, т.е. имеет место антагонизм между интересами игроков.
6. ИС I_6 характеризуется промежуточными между I_1 и I_5 случаями выбора экономической средой своих возможных состояний, при этом между интересами и целями ЛПР и экономической среды может иметь место лишь частичное противоречие.
7. ИС I_7 характеризуется нечетким множеством состояний экономической среды, т.е. тем, что значение априорных вероятностей возможных состояний экономической среды принадлежат соответствующим известным нечетким множествам.

Семь ИС, выделенных Р.И. Трухаевым, являются глобальными характеристиками уровней неопределенности состояний экономической среды. Отдельно нужно сказать о пятой ИС, в поле которой экономическая среда теряет характерное свойство пассивности природы и начинает действовать осознанно, как злонамеренный противник ЛПР. Этот формальный антагонизм лишь отображает мнение ЛПР о нецелесообразности рисковать. Очевидно принятие управленческих решений в поле пятой ИС должно осуществляться согласно правилам решения АИ (собственно, ЛПР вынуждено применять принцип гарантированного результата). Эта ИС является основой адекватного моделирования принятия решений в условиях, когда ЛПР считает нецелесообразным рисковать. Например, в условиях жесткой конкуренции, в условиях предкризисной или кризисной ситуации, в случае, когда отношение ЛПР к риску характеризуется существенной несклонностью.

Согласно принципу гарантированного результата, каждый игрок рассчитывает на наихудшее для него поведение противника, т.е. игроки придерживаются крайне пессимистической точки зрения: если перед началом партии противник узнал, какую именно свою чистую стратегию применит игрок, то противник в этой партии применит наиболее выгодную для себя свою чистую стратегию.

Д. Блекуэлл и М.А. Гиршик отмечают, что принцип гарантированного результата «определенно менее удовлетворителен в статистических играх, и в некоторых ситуациях он предписывает такой путь, который может быть признан неразумным всеми, за исключением разве самых неизлечимых пессимистов» [2, с. 127]. Это замечание абсолютно справедливо. Но, как отмечалось ранее, при принятии управленческих решений в экономике ЛПР вынуждено придерживаться принципа гарантированного результата не только и не столько из-за собственного пессимизма и несклонности к риску. Необходимость комбинированного применения статистических и антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике обусловлено не только мнением ЛПР, что ему нецелесообразно рисковать, если он придерживается этой точки зрения, но и невозможностью проведения испытаний. В этих условиях комбинированное применение статистических и антагонистических игр становится практически неизбежным и даже желательным.

Далее будем отождествлять исходную статистическую игру с соответствующей АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, т.е. с АИ, платежная матрица которой совпадает с функционалом оценивания $\boldsymbol{R}$ исходной статистической игры. Такое отождествление и означает комбинированное применение статистических и антагонистических игр, позволяет расширить возможности применения как статистических, так и антагонистических игр в экономике и управлении. Если отсутствуют и антагонизм интересов, и антагонизм поведения игроков, то АИ, характеризующая процесс принятия управленческих решений, не является непосредственной моделью этого процесса. Но, очевидно, в этом случае поведение ЛПР характеризуется предельной осторожностью.

Статистическую игру, характеризующую ситуацию принятия решений, можно решать как в чистых стратегиях игроков, так и в их смешанных стратегиях. Пусть $\boldsymbol{p} = (\boldsymbol{p_1; ...; p_i; ...; p_k})$ – вектор, характеризующий стратегию игрока 1, $\boldsymbol{q} = (\boldsymbol{q_1; ...; q_j; ...; q_n})$ – вектор, характеризующий стратегию игрока 2. Тогда если стратегии игроков отождествлять с векторами, характеризующими эти стратегии, то множества стратегий игроков представляют собой множества:

$$\boldsymbol{S_1} = \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{p} = (\boldsymbol{p_1; ...; p_i; ...; p_k}) \mid \sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{p_i} = \boldsymbol{1}, \ \boldsymbol{p_i} \ge \boldsymbol{0}, \\ \boldsymbol{i} = \overline{\boldsymbol{1, k}} \end{array} \right\} -$$

- для игрока 1;

$$\boldsymbol{S_2} = \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{q} = (\boldsymbol{q_1; ...; q_j; ...; q_n}) \mid \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{q_j} = \boldsymbol{1}, \ \boldsymbol{q_j} \ge \boldsymbol{0}, \\ \boldsymbol{j} = \overline{\boldsymbol{1, n}} \end{array} \right\} -$$

- для игрока 2.

Функцию $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p; q}) = \boldsymbol{p} * \boldsymbol{R} * \boldsymbol{q}^T = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{r_{ij}} * \boldsymbol{p_i} * \boldsymbol{q_j}$ принято называть платежной функцией АИ, где $\boldsymbol{q}^T$ – вектор, транспонированный к вектору $\boldsymbol{q}$. Для АИ функция $\boldsymbol{H_1}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q})$ задает функцию ожидаемого выигрыша первого игрока (т.е. игрока 1), а функция $\boldsymbol{H_2}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q}) = -\boldsymbol{V} = -\boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q})$ – функцию ожидаемого выигрыша второго игрока (т.е. игрока 2).

Оценивая свои чистые стратегии согласно логике принципа гарантированного результата, игроки для каждой своей чистой стратегии находят наименьший собственный выигрыш. Для игрока 1 его гарантированными выигрышами являются наименьшие по своим значениям элементы строк платежной матрицы: $\alpha_i = \min\limits_j \boldsymbol{r}_{ij} = \min\{\boldsymbol{r}_{i1};...;\boldsymbol{r}_{ij};...;\boldsymbol{r}_{in}\}$, $\boldsymbol{i} = \overline{\boldsymbol{1,k}}$. Аналогично для игрока 2 его гарантированными проигрышами являются наибольшие по своим значениям элементы столбцов платежной матрицы: $\beta_j = \max\limits_i \boldsymbol{r}_{ij} = \max\{\boldsymbol{r}_{1j};...;\boldsymbol{r}_{ij};...;\boldsymbol{r}_{kj}\}$, $\boldsymbol{j} = \overline{\boldsymbol{1,n}}$.

Среди гарантированных (наихудших) результатов следует найти наилучший с точки зрения интересов соответствующего игрока: максимин, т.е. максимальный выигрыш из наименьших его выигрышей в строках, игрока 1, и минимакс, т.е. минимальный проигрыш из наибольших его проигрышей в столбцах, игрока 2. Нижней чистой ценой (максимином) АИ называют число $\alpha = \max\limits_i \alpha_i = \max\limits_i \min\limits_j \boldsymbol{r}_{ij}$. Верхней чистой ценой (минимаксом) АИ называют число $\beta = \min\limits_j \beta_j = \min\limits_j \max\limits_i \boldsymbol{r}_{ij}$.

Часто принцип гарантированного результата называют принципом максимина, или принципом минимакса. Между значениями нижней и верхней чистых цен произвольной АИ всегда имеет место соотношение: $\alpha \le \beta$.

Максиминный (минимаксный) подход может быть положен в основу выработки понятия оптимальности стратегий игроков для АИ. Суть принципа максимина заключается в максимизации минимальных выигрышей игрока 1, а выбранная им на основе применения этого принципа стратегия называется максиминной чистой стратегией игрока 1. Аналогично суть принципа минимакса заключается в минимизации максимальных проигрышей игрока 2, а выбранная им на основе применения этого принципа стратегия называется минимаксной чистой стратегией игрока 2.

В АИ $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ игрок 1, согласно принципу максимина, может обеспечить себе максиминный выигрыш $\max\limits_{\boldsymbol{p}\in \boldsymbol{S_1}} \min\limits_{\boldsymbol{q}\in \boldsymbol{S_2}} \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q})$, а игрок 2, согласно принципу минимакса, может обеспечить себе минимаксный проигрыш $\min\limits_{\boldsymbol{q}\in \boldsymbol{S_2}} \max\limits_{\boldsymbol{p}\in \boldsymbol{S_1}} \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q})$. Для АИ максиминный (минимаксный) подход к понятию оптимальности равносилен стремлению игроков придерживаться равновесной по Нэшу ситуации.

В случае АИ понятие равновесия по Нэшу принимает следующий вид. Ситуацией равновесия в АИ $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ называют ситуацию $(\boldsymbol{p}^*;\boldsymbol{q}^*)$, где $\boldsymbol{p}^* \in \boldsymbol{S_1}$, $\boldsymbol{q}^* \in \boldsymbol{S_2}$, для которой справедливы неравенства:

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q}^*) \le \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p}^*;\boldsymbol{q}^*) \le \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p}^*;\boldsymbol{q}),$$
$$\forall \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{S_1},\ \forall \boldsymbol{q} \in \boldsymbol{S_2}.$$

В качестве синонимов термина «ситуация равновесия» часто используют следующие словосочетания: равновесная ситуация, седловая точка платежной функции. Значением игры или ценой игры $\boldsymbol{\Gamma_R}$ называют число $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V_\Gamma} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\Gamma}) = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\Gamma_R}) = \boldsymbol{V_R^*}$, которое равняется общему значению платежной функции на множестве всех ситуаций равновесия.

Еще раз подчеркнем, что если в процессе принятия управленческих решений в экономике на базе комбинированного применения статистических и антагонистических игр ЛПР ориентируется на принцип гарантированного результата, то это не означает, что природа действует сознательно, при этом осознанно преследует цели, антагонистичные целям игрока 1 (т.е. ЛПР). По сути это означает, что ЛПР не считает целесообразным рисковать.

Смешанным расширением АИ $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ называют антагонистическую игру $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{\boldsymbol{R}} = \langle \boldsymbol{S_1}, \boldsymbol{S_2}, \boldsymbol{V} \rangle$. Если АИ $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ является игрой с седловой точкой, т.е. значения чистых цен совпадают между собой $\alpha = \beta$, то она имеет решение в чистых стратегиях, при этом ее смешанное расширение $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{\boldsymbol{R}} = \langle \boldsymbol{S_1}, \boldsymbol{S_2}, \boldsymbol{V} \rangle$ имеет то же самое решение в чистых стратегиях. Если же АИ $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ является игрой без седловой точки, т.е. значения чистых цен не совпадают между собой $\alpha < \beta$, то она не имеет решения в чистых стратегиях. Доказанная в 1928 г. Дж. Фон Нейманом [19] теорема о минимаксе утверждает, что $\max\limits_{\boldsymbol{p}\in \boldsymbol{S_1}} \min\limits_{\boldsymbol{q}\in \boldsymbol{S_2}} \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q}) = \min\limits_{\boldsymbol{q}\in \boldsymbol{S_2}} \max\limits_{\boldsymbol{p}\in \boldsymbol{S_1}} \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{q})$. Справедливость теоремы о минимаксе означает, что в любой АИ игроки имеют оптимальные смешанные стратегии. Строго говоря, любая АИ $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ имеет решение, возможно не единственное, при этом, если заданная АИ является игрой без седловой точки, для которой $\alpha < \beta$, где $\alpha = \max\limits_i \alpha_i = \max\limits_i \min\limits_j \boldsymbol{r}_{ij}$, $\beta = \min\limits_j \beta_j = \min\limits_j \max\limits_i \boldsymbol{r}_{ij}$, то хотя бы у одного из игроков его оптимальная стратегия окажется его истинно смешанной стратегией. Ценой игры $\boldsymbol{\Gamma_R} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{R} \rangle$ без седловой точки называют число $\boldsymbol{V_R^*} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{p}^*;\boldsymbol{q}^*) = \boldsymbol{p}^* \cdot \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{q}^{*T} = \sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{n} \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \boldsymbol{p}_i^* \cdot \boldsymbol{q}_j^*$, где $(\boldsymbol{p}^*;\boldsymbol{q}^*)$ – произвольная ситуация равновесия этой игры.

Обозначим $\boldsymbol{V}_{Ij} = \sum\limits_{i=1}^{k} \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \boldsymbol{p}_i$ – ожидаемый выигрыш игрока 1, если он придерживается своей стратегии $\boldsymbol{p} \in \boldsymbol{S_1}$, а игрок 2 – своей $\boldsymbol{j}$-й чистой стратегии, $\boldsymbol{V}_{IIi} = \sum\limits_{j=1}^{n} \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \boldsymbol{q}_j$ – ожидаемый проигрыш игрока 2, если он придерживается своей стратегии $\boldsymbol{q} \in \boldsymbol{S_2}$, а игрок

1 – своей i-й чистой стратегии, $V^*_{I\,j} = \sum_{i=1}^{k} r_{i\,j} \cdot p^*_i$, $V^*_{II\,i} = \sum_{j=1}^{n} r_{i\,j} \cdot q^*_j$, где $\left(p^*; q^* \right)$ – ситуация равновесия игры. Тогда основные свойства оптимальных стратегий p^*, q^* игроков и значения V^*_R АИ $\Gamma_R = \left\langle I, J, R \right\rangle$ могут быть записаны следующим образом:

$$\alpha \le V^*_R \le \beta\ ;$$

$$V^*_{II\,i} \le V^*_R,\ i = \overline{1, k}\ ;$$

$$p^*_i = 0\ ,\ \textit{если}\ V^*_{II\,i} < V^*_R\ ;$$

$$V^*_{II\,i} = V^*_R,\ \textit{если}\ p^*_i > 0\ ;$$

$$V^*_{I\,j} \ge V^*_R,\ j = \overline{1, n}\ ;$$

$$q^*_j = 0\ ,\ \textit{если}\ V^*_{I\,j} > V^*_R\ ;$$

$$V^*_{I\,j} = V^*_R,\ \textit{если}\ q^*_j > 0\ .$$

Приведенные свойства оптимальных стратегий игроков и цены игры играют важную роль в теории АИ. Именно они позволяют разработать удобные и довольно простые методы поиска ситуаций равновесия в АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, а значит, и готовое управленческое решение. Приведенные наиболее важные свойства оптимальных стратегий игроков, значения АИ и критерий оптимальности стратегий игроков имеют в теории АИ фундаментальное значение, которое можно сравнить только со значением в теории АИ теоремы о минимаксе. Более того, в отличие от теоремы о минимаксе, наиболее важные свойства оптимальных стратегий игроков, значения АИ и критерий оптимальности стратегий игроков носят конструктивный характер и позволяют выявить взаимосвязь АИ и задач линейного программирования, а также разработать общую схему решения КАИ.

Изложение основ теории АИ завершим формулировкой критерия оптимальности стратегий игроков: пусть $p \in S_1$ и $q \in S_2$ – стратегии игроков 1 и 2 соответственно, V – число, для которого выполняются неравенства $V_{II\,i} \le V \le V_{I\,j}$, $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, n}$, тогда p – оптимальная стратегия игрока 1; q – оптимальная стратегия игрока 2, а $V = V^*_R$ – значение (цена) АИ $\Gamma_R = \left\langle I, J, R \right\rangle$.

Достаточно полное изложение основных разделов теории игр и статистических решений приведено, например, в монографиях Д. Блекуэлла, М.А. Гиршик [1], А.В. Сигала [16], Дж. Фон Неймана, О. Моргенштерна [18].

Комбинированное применение статистических и антагонистических игр

Как отмечалось выше, суть комбинированного применения статистических и антагонистических игр заключается в отождествлении исходной статистической игры с АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, т.е. с АИ, платежная матрица которой совпадает с функционалом оценивания исходной статистической игры. Для поиска оптимальной стратегии ЛПР можно решить АИ, характеризующую процесс принятия управленческих решений.

Отождествление статистической игры с АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, позволяет применять инструментарий теории АИ для принятия решений с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и обусловленного ими экономического риска. Такое отождествление позволяет выбрать одно оптимальное решение или упорядочить все имеющиеся чистые стратегии ЛПР. Более того, отождествление статистической игры с соответствующей АИ позволяет сформировать оптимальную смешанную стратегию ЛПР, если использование смешанных стратегий возможно и экономически целесообразно. Наконец, отождествление статистической игры с соответствующей АИ позволяет не проводить многошаговые эксперименты, что, в частности, позволяет ЛПР экономить ресурсы, в первую очередь временной и финансовый. Д. Блекуэлл и М.А. Гиршик также отмечают этот факт. По их мнению, в статистических играх нужно учитывать «возможность принимать решения без испытаний, что иногда может быть желательно, когда стоимость наблюдений велика» [1, с. 105].

В случае принятия управленческих решений в экономике полноценное рассмотрение всех возможных обстоятельств реализаций всех возможных управленческих решений может оказаться невыполнимым. Во-первых, именно в силу наличия неполноты информации, неопределенности, конфликтности и обусловленного ими экономического риска точное прогнозирование будущих значений всех параметров и точное предвидение будущего состояния экономической среды невозможны. Во-вторых, реальное проведение испытаний (для получения априорной и / или апостериорной информации о поведении природы) в условиях реальной экономики невозможно. В-третьих, проведение модельных экспериментов, которые имитируют поведение природы, в экономических исследованиях часто малопродуктивно, так как невозможно точно отразить и учесть все возможные сценарии будущего развития условий реализации принятого управленческого решения и все возможные способы действий всех многочисленных участников. Собственно, эти и другие особенности экономики представляют собой следствие принципиальной невозможности точного знания состояния экономической среды в будущем.

Традиционное применение статистических игр имеет известные преимущества при принятии управленческих решений в технике, например, в случае проверки качества уже выпущенной партии изделий, когда возможно проведение испытаний с целью статистической проверки выдвинутой статистической гипотезы. Иная ситуация имеет место при принятии управленческих решений в экономике, особенно в случае, когда реализация принятого сейчас решения растянута во времени, что типично, например, при реализации мегапроектов или в управлении корпорациями. Проведение любых испытаний сейчас (так сказать, сегодня) с целью проверки гипотезы о состоянии экономической среды, в котором оно окажется в будущем (так сказать, завтра, послезавтра и т.п.), невозможно в принципе и бессмысленно по сути.

Для определенности рассматриваемые теоретико-игровые модели мы считаем конечными играми. В конечномерном случае АИ – это матричная игра, т.е. конечная игра двух лиц с нулевой суммой. Однако все исследования могут быть обобщены и на бесконечномерный случай: все предлагаемые подходы, методы и модели могут быть обобщены на случай бесконечных антагонистических игр, обладающих необходимыми свойствами.

Пусть процесс принятия управленческих решений характеризует статистическая игра, составными частями которой являются следующие элементы:

- игрок 1 – это ЛПР, поведение которого сводится к осознанному выбору решения (чистой или смешанной стратегии), при условии, что задано множество $I=\{1;\,2;\,...;\,i;\,...;\,k\}$ его чистых стратегий i;
- игрок 2 – это экономическая среда (природа), которая в момент реализации ЛПР своего принятого решения может случайным образом оказаться в одном из своих попарно несовместных возможных состояний из заданного множества $J=\{1;\,2;\,...;\,j;\,...;\,n\}$ его возможных состояний j;
- отсутствие у ЛПР априорной информации о том, в каком именно своем возможном состоянии окажется экономическая среда в момент реализации им своего принятого решения (какую свою чистую стратегию реализует игрок 2);
- отсутствие у ЛПР априорной информации о том, в каком именно своем возможном состоянии окажется экономическая среда после реализации им своего принятого решения (какую свою чистую стратегию реализует в будущем игрок 2);
- полностью или частично заданный функционал оценивания (платежная матрица), при этом значение его элемента r_{ij} характеризует выигрыш ЛПР, т.е. эффективность принятого решения в случае выбора (реализации) ЛПР своей чистой стратегии i в условиях, когда экономическая среда оказалась в своем возможном состоянии j, где $i=\overline{1,k}$, $j=\overline{1,n}$.

Итак, исходя из приведенной выше схемы, процесс принятия управленческих решений можно формально описать игрой, т.е. следующей системой $\langle I, J, R\rangle$, при этом принято выделять творческую и формальную составляющую процесса построения теоретико-игровой модели [17, с. 7-10].

Нужно учитывать, что в случае принятия статистических решений для рассматриваемой ситуации, заданной в поле имеющейся информационной ситуации (ИС) относительно стратегии поведения экономической среды, возможно применение разных критериев оптимальности, в том числе и принципа гарантированного результата.

Если все предпосылки корректности комбинированного применения статистических и антагонистических игр в экономике [16, с. 117-118] справедливы, то схема комбинированного применения статистических и антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике может быть представлена в виде последовательности действий, состоящей из выполнения следующих девяти шагов.

Формирование множества чистых стратегий игрока 1, т.е. перечисление возможных решений ЛПР (статистика), а также интерпретация смешанных стратегий игрока 1 и их компонент, если его чистые стратегии совместимы.

Формирование множества чистых стратегий игрока 2, т.е. перечисление возможных состояний экономической среды (природы) или возможных сценариев будущего развития имеющейся ситуации.

Определение и формализация основных показателей эффективности и полезности, построение функционала оценивания, т.е. платежной матрицы игры, характеризующей процесс принятия управленческих решений в экономике.

Определение имеющейся ИС относительно стратегии поведения природы (экономической среды). Комбинированное применение статистических и антагонистических игр абсолютно корректно в случае, если с точки зрения ЛПР ему нецелесообразно рисковать, когда интересы ЛПР и экономической среды антагонистичны. Однако комбинированное применение статистических и антагонистических игр часто бывает возможным, целесообразным и корректным и в поле других ИС.

Решение соответствующей АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, точнее КАИ, если построенная платежная матрица известна полностью, или НАИ, если построенная платежная матрица известна частично.

На основе найденного решения АИ, характеризующего процесс принятия управленческих решений, выбор оптимального решения.

Анализ корректности и эффективности, точнее математической корректности, экономической корректности, экономической целесообразности и экономической эффективности, выбранного оптимального управленческого решения.

Реализация выбранного оптимального решения.

Корректировка (по необходимости и возможности) выбранного оптимального управленческого решения в процессе его реализации, а также после его реализации.

Вообще говоря, статистические игры допускают решение как в чистых стратегиях, так и в смешанных. Но, найденная оптимальная стратегия $p^*=(p_1^*;\,...;\,p_i^*;\,...;\,p_k^*)$ игрока 1 (ЛПР) может быть реализована в качестве управленческого решения тогда и только тогда, когда этот вектор, его компоненты p_i^* и их значения допускают экономическую интерпретацию, адекватную рассматриваемой ситуации принятия решений.

Принятие управленческих решений в экономике – это, вообще говоря, искусство, поэтому, ориентируясь на найденную ситуацию равновесия в АИ, характеризующей процесс принятия управленческих решений, ЛПР не обязано строго придерживаться соответствующей оптимальной стратегии игрока 1.

Принятие управленческих решений в экономике, основанное на комбинированном применении статистических и антагонистических игр, обладает рядом достоинств, в т.ч. позволяет экономить средства ЛПР, адекватно учитывать неполноту информации, неопределенность, конфликтность и обусловленный ими экономический риск, а также позволяет оптимизировать уровень экономического риска. Еще одним преимуществом предлагаемой концепции является прозрачность методов принятия управленческих решений.

Принятие управленческих решений в экономике, основанное на комбинированном применении статистических и антагонистических игр, обладает и недостатками, например, чрезмерной осторожностью. Поэтому комбинированное применение статистических и антагонистических игр наиболее целесообразно использовать в условиях, когда ЛПР считает, что ему не следует рисковать. Кроме того, согласно предпочтениям ЛПР, имеющейся у него информации, его профессиональной квалификации, компетентности, опыта и интуиции оптимальное управленческое решение, которое оно выберет для реализации, может отличаться от оптимальной стратегии, на которой основывается это управленческое решение.

Комбинированное применение статистических и антагонистических игр, даже в случае применения конечных игр, существенным образом расширяет сферу применения теоретико-игрового моделирования процесса принятия управленческих решений в экономике.

Кроме того, комбинированное применение статистических и антагонистических игр совместно с такими разделами математики как конкретная математика, энтропийный подход, нечеткая математика, теория вероятностей и математическая статистика, теория случайных процессов, прикладная статистика и эконометрия и другими разделами математики позволяет успешно решать самые разные задачи принятия управленческих решений с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и обусловленного ими экономического риска.

Краткая характеристика конкретной математики. Целочисленные функции

К наиболее важным разделам конкретной математики можно отнести следующие темы: «Исчисление сумм», «Рекуррентные соотношения», «Целочисленные функции», «Элементы теории чисел», «Комбинаторика», «Биномиальные коэффициенты», «Специальные числа», «Производящие функции», «Дискретная теория вероятностей», «Асимптотические методы».

Кратко перечислим некоторые особенности конкретной математики, подчеркивающие ее прикладной характер.

Во-первых, конкретная математика является математической основой информатики, поэтому она предоставляет математический инструментарий, необходимый для корректной оптимизации компьютерных программ и эффективного применения математических методов при их составлении.

Во-вторых, конкретная математика включает общие методы работы с дискретными объектами, в т.ч. фундаментальные математические факты, обеспечивающие качественное владение методами анализа, исследования и моделирования, как дискретных, так и непрерывных систем.

В-третьих, такие разделы конкретной математики, как, например, «Целочисленные функции», «Элементы теории чисел», «Специальные числа» (прежде всего, числа Фибоначчи), «Производящие функции», уже нашли применение в экономике и в принятии управленческих решений. Применение методов конкретной математики возможно, как в случае использования информационных систем и технологий в экономике, так и в случае математического моделирования экономики.

Формулы для решения обобщенной параметрической игры Л. Пачоли, исследованию экономических приложений которой посвящена статья А.В. Сигала, И.Н. Макеева [15], содержат сумму вида $1+2\cdot p+3\cdot p^2+\ldots+k\cdot p^{k-1}$, где p – заданная вероятность. Такую сумму можно упростить, дифференцирую по переменной p равенство для суммы первых членов геометрической прогрессии $1+p+p^2+\ldots+p^{k-1}=\frac{1-p^k}{1-p}$. Найдем рассматриваемую сумму, применяя аппарат определенных сумм из конкретной математики. Для этого воспользуемся связью между конечными суммами и определенными суммами [2, С. 69]: если a, b – заданные целые числа, для которых $b\geq a$, $f(x)$ – заданная функция, то справедливо равенство

$$\textstyle\sum_a^b f(x)\,\delta x=\sum_{i=a}^{b-1} f(i),$$

где $\sum_a^b f(x)\,\delta x$ – определенная сумма [2, с. 69]. Определенная сумма представляет собой дискретный аналог определенного интеграла. Например, справедлива следующая формула суммирования по частям [2, с. 75]:

$$\textstyle\sum_a^b u(x)*\Delta v(x)\,\delta x=u(x)*v(x)\Big|_a^b-$$
$$\textstyle-\sum_a^b v(x+1)*\Delta u(x)\,\delta x$$

где $\Delta f(x)=f(x+1)-f(x)$ – разностный оператор [2, с. 66]. Применяя формулу суммирования по частям для $a=1$, $b=k+1$, $u(x)=x$, $v(x)=\frac{p^{x-1}}{p-1}$, при этом $\Delta u(x)=1$, $\Delta v(x)=p^{x-1}$, находим:

$$1+2*p+3*p^2+\ldots+k*$$
$$*p^{k-1}=\frac{1-(k+1)*p^k+k*p^{k+1}}{(1-p)^2}.$$

Приведем определения целочисленных и связанных с ними функций.

Целочисленными функциями называют функции $f(x)$, область определения и множество значений которых удовлетворяют соотношениям $x\in D(f)\subseteq R$, $f(x)\in E(f)\subseteq Z$, где R — множество всех действительных чисел, а Z — множество всех целых чисел.

Простейшей целочисленной функцией является нотация Айверсона $\left[P(x)\right]$, равная единице, если заданное условие $P(x)$ истинно, и равная нулю, если оно ложно. Основными целочисленными функциями являются пол (целая часть или антье) $\lfloor x \rfloor$, потолок $\lceil x \rceil$ и ближайшее целое $\langle x \rangle$ числа $x \in R$. Согласно определениям целочисленных функций их значения задаются равенствами $\lfloor x \rfloor = max\{n \mid n \le x, n \in Z\}$,

$\lceil x \rceil = min\{n \mid n \ge x, n \in Z\}$, $\langle x \rangle$ – это целое число, ближайшее к заданному числу $x \in R$.

С целочисленными функциями связаны некоторые важные функции, не являющиеся целочисленными. Дробной частью $\{x\}$ числа $x \in R$ называют число равное $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$, а расстоянием $\|x\|$ числа $x \in R$ до ближайшего целого числа – число $\|x\| = |x - \langle x \rangle| = min\{\{x\}; \lceil x \rceil - x\}$. Рассмотрим некоторые примеры применения целочисленных функций при моделировании экономики.

О неизбежности индивидуальных банкротств

Как известно, цепи Маркова используются для моделирования функционирования систем [3, 5, 6, 9], имеющих n несовместных состояний $s_1, \ldots, s_n$, при этом в фиксированный момент времени эти системы могут или находиться с некоторой вероятностью в любом из этих состояний, или осуществлять переход из одного из этих состояний в другое. Как правило, в таких случаях применяют простую однородную цепь Маркова с конечным числом состояний и дискретным временем. Однако при моделировании функционирования экономических систем следует учитывать возможность банкротства, которое, по сути, представляет собой поглощающее состояние. Таким образом, функционирование экономических систем целесообразно моделировать поглощающими цепями Маркова. Далее будет рассмотрена простейшая модель функционирования экономической системы в виде однородной цепи Маркова с двумя состояниями, одно из которых является поглощающим состоянием. Эта простейшая модель функционирования экономической системы позволяет исследовать вопросы, связанные с возможностью банкротства экономической системы.

Рассмотрим экономическую систему, функционирование которой может быть полностью описано n различными состояниями $s_1, \ldots, s_n$. Эту систему можно наблюдать в фиксированные моменты времени $t_0 < t_1 < t_2 < \ldots$ и отмечать ее состояние в каждый из этих моментов. Введем следующие обозначения: $p_i(t_k)$ – безусловная вероятность того, что данная система в момент времени t_k находится в состоянии s_i, где $i = \overline{1, n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, $p_{ij}(t_k)$ — условная вероятность перехода данной системы в состояние s_j в момент времени t_k, если известно, что в момент времени t_{k-1} она находилась в состоянии s_i, где $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, $p(t_k) = (p_1(t_k); \ldots; p_n(t_k))$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$, $\pi(t_k) = (p_{ij}(t_k))$ — матрица вероятностей одношагового перехода в момент времени t_k.

Очевидно, для этих вероятностей выполняются следующие свойства:

$p_i(t_k) \ge 0$, $i = \overline{1, n}$;

$\sum_{i=1}^{n} p_i(t_k) = 1$, $k = 0, 1, 2, \ldots$;

$p_{ij}(t_k) \ge 0$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$;

$\sum_{j=1}^{n} p_{ij}(t_k) = 1$, $i = \overline{1, n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$;

$p_j(t_k) = \sum_{i=1}^{n} \left(p_i(t_{k-1}) \cdot p_{ij}(t_k)\right)$, $j = \overline{1, n}$, $k = 1, 2, \ldots$;

$$\begin{aligned} p(t_k) &= p(t_{k-1}) * \pi(t_k) = \\ &= p(t_0) * \pi(t_1) * \pi(t_2) * \ldots * \pi(t_k) \end{aligned}, \quad k = 1, 2, \ldots$$

Предположим дополнительно, что цепь Маркова, характеризующая функционирование экономической системы, является однородной, то есть значения условных вероятностей $p_{ij}(t_k) = p_{ij}$, где $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, не зависят от момента времени t_k, при этом матрица вероятностей одношагового перехода имеет вид $\pi(t_k) = \pi(1) = \pi = (p_{ij})$, матрица вероятностей k-шагового перехода – $\pi(k) = \pi^k = \left(p_{ij}^{(k)}\right)$, а равенство из свойства 6 принимает вид $p(t_k) = p(t_{k-1}) * {} * \pi = p(t_0) * \pi(k) = p(t_0) * \pi^k$.

В простейшем случае можно выделить два принципиально разных состояния экономической системы: первое состояние – дефолт, второе – не дефолт. Таким образом, будем считать, что $n = 2$. В этом случае матрица вероятностей одношагового перехода имеет вид

$$\pi = \pi(1) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p & q \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

т.е. $p_{11} = 1$, $p_{12} = 0$, $p_{21} = p > 0$, $p_{22} = q > 0$, где $p + q = 1$. Таким образом, первому состоянию (дефолту) соответствует поглощающее состояние.

Вероятности многошаговых переходов характеризуют значения элементов матрицы вероятностей k-шагового перехода:

$$\pi^{(k)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{(k)} & p_{12}^{(k)} \\ p_{21}^{(k)} & p_{22}^{(k)} \end{pmatrix} = \pi^k. \qquad (2)$$

Пользуясь определением произведения матриц, легко найти натуральную степень матрицы (1). Тогда для элементов матрицы (2) получаем формулы:

$p_{11}^{(k)} = 1$, $p_{12}^{(k)} = 0$,

$$p_{21}^{(k)} = 1 - q^k, \quad (3)$$

$$p_{22}^{(k)} = q^k.$$

Из равенства (3) получаем, что вероятность перехода экономической системы за k шагов ее функционирования в поглощающее состояние s_1 дефолта равно $p_{21}^{(k)} = 1 - q^k$. Если на соответствующем этапе функционирования экономической системы ей удастся за счет модернизации избежать своей ликвидации, то значение вероятности (3) перехода экономической системы в поглощающее состояние s_1 дефолта с течением времени будет возрастать, неуклонно приближаясь к числу 1. Можно предположить, что в случае, когда количество таких отсрочек индивидуальных дефолтов экономических систем превышает некоторое критическое значение, происходит скачкообразный переход всей экономики в состояние подобное Великой депрессии, когда резко усиливаются все негативные тенденции в мировой экономике.

С учетом справедливости неравенств $0 < q < 1$ получаем такие предельные соотношения:

$$\lim_{k \to +\infty} p_{11}^{(k)} = \lim_{k \to +\infty} 1 = 1,$$

$$\lim_{k \to +\infty} p_{12}^{(k)} = \lim_{k \to +\infty} 0 = 0,$$

$$\lim_{k \to +\infty} p_{21}^{(k)} = \lim_{k \to +\infty} \left(1 - q^k\right) = 1,$$

$$\lim_{k \to +\infty} p_{22}^{(k)} = \lim_{k \to +\infty} q^k = 0,$$

$$\lim_{k \to +\infty} \pi^{(k)} = \lim_{k \to +\infty} \pi^k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Итак, предельная вероятность перехода в поглощающее состояние s_1 (в состояние дефолта) при условии, что функционирование экономической системы началось с непоглощающего состояния s_2, равна $p_1 = \lim_{k \to +\infty} p_{i1}^{(k)} = 1$, поэтому с течением времени объявление любой экономической системой своего дефолта следует считать практически достоверным событием, а сам дефолт – практически неизбежным состоянием экономической системы.

Если задано значение вероятности P, где $0 < P < 1$, то из равенства $1 - q^k = P$ получаем, что наименьшее возможное количество $k(P)$ шагов функционирования экономической системы, для которого выполняется неравенство $p_{21}^{(k)} \geq P$, равно числу:

$$k(P) = \left\lceil \log_q (1 - P) \right\rceil = \left\lceil \frac{\ln(1 - P)}{\ln q} \right\rceil, \quad (4)$$

где $\ln x$ – натуральный логарифм, $\lceil x \rceil$ – значение функции потолка числа x.

Подставив в формулу (4) $P = 0,5$, получим следующую формулу:

$$k(0,5) = \left\lceil \log_q (1 - 0,5) \right\rceil = \left\lceil \log_q (0,5) \right\rceil = \left\lceil \frac{\ln(0,5)}{\ln q} \right\rceil. \quad (5)$$

Если дополнительно задать $p = 0,01$, то получим соотношения: $q = 1 - p = 1 - 0,01 = 0,99$, $k(P) = \left\lceil \frac{\ln(1 - P)}{\ln 0,99} \right\rceil$, откуда с учетом формулы (5)

$$k(0,5) = \left\lceil \frac{\ln 0,5}{\ln 0,99} \right\rceil = \lceil 68,9676 \rceil = 69.$$

Заметим, что значение $k(0,5) = 69$ совпадает с приблизительным значением длительности длинных циклов Кондратьева в 45-70 лет.

Принятие кредитных решений в условиях неполноты информации

На практике банки управляют кредитными рисками, руководствуясь собственными методами кредитного анализа и оценки кредитоспособности потенциальных заемщиков. Этот анализ состоит в определении уровней кредитоспособности, платежеспособности и финансовой устойчивости потенциального заемщика, что и позволяет принять решение по вопросу выдачи кредита. В кредитном анализе главное внимание уделяется готовности и способности потенциального заемщика полностью вернуть в указанные сроки кредит, для оценки чего внимательно изучаются особенности потенциального заемщика, эффективность его экономической деятельности, его кредитная история, текущее финансовое состояние, его возможности и потенциал. Анализ кредитоспособности потенциального заемщика следует проводить в несколько этапов, особенно, когда потенциальный заемщик претендует на получение крупного кредита. Оценка кредитоспособности потенциальных заемщиков должна осуществляться портфельно: по совокупности всех имеющихся претендентов на получение однотипных и близких по величине кредитов.

Как правило, банк проводит комплексный многоэтапный анализ кредитоспособности потенциального заемщика, вычисляет набранную им общую сумму баллов (скоринговую оценку) и классифицирует потенциальных заемщиков по группе риска. Однако для лучшего учета кредитного риска, повышения качества и чувствительности анализа кредитоспособности потенциальных заемщиков следует еще учитывать и их относительные репутации (уровни надежности). Для оценки относительных репутаций можно применять теоретико-игровой метод [8], идея которого была впервые предложена в [9]. Оценка относительных репутаций потенциальных заемщиков позволяет сформулировать окончательные аргументы для предоставления кредита или для отказа в его выдаче, а также вычислить значение индивидуальной величины процентной ставки в случае выдачи кредита.

Ситуацию принятия кредитных решений можно охарактеризовать следующими составными частями:

множество $I = \{1; 2; ...; k\}$ всех потенциальных заемщиков данного банка;

множество $S = \{S_1; S_2; ...; S_n\}$ величин всех кредитов, полученных хотя бы одним из рассматриваемых потенциальных заемщиков, и упорядоченных, например, по возрастанию их значений $S_1 < S_2 < ... < S_n$;

матрица

$$R = R_{k \times n} = (r_{i\,j}), \quad (6)$$

значения элементов $r_{i\,j}$ которой равны количеству кредитов величиной S_j, полученных i-м потенциальным заемщиком.

Будем интерпретировать множество заемщиков, обладающих наибольшим уровнем относительной репутации, как нечеткое множество [4] вида $\tilde{I} = \{(\mu_1/1); (\mu_2/2); ...; (\mu_k/k)\}$. Для каждого элемента $i \in \{1; 2; ...; k\}$ этого множества должно быть задано значение функции принадлежности μ_i данному нечеткому множеству J, где $\mu_i \in [0; 1]$, $i = \overline{1, k}$.

Для вычисления оценок значений функции принадлежности $\mu_i \in [0; 1]$, где $i = \overline{1, k}$, можно решить парную матричную игру с нулевой суммой, заданную матрицей (6). Оценками значений функции принадлежности μ_i будут числа $\mu_i^* = C \cdot p_i^*$, где p_i^* – это соответствующие компоненты оптимальной стратегии игрока 1 $p^* = (p_1^*; p_2^*; ...; p_k^*)$, а множитель C подбирается так, чтобы выполнялось равенство $\max_i \mu_i = 1$. В случае, когда матрица (6) известна полностью, данную ситуацию принятия кредитных решений характеризует традиционная антагонистическая игра, заданная в условиях полной информации, т.е. КАИ. А в случае, когда матрица (6) известна частично (то есть не для всех элементов $r_{i\,j}$ известны их точные истинные значения), данную ситуацию принятия кредитных решений характеризует антагонистическая игра с неполной информацией, т.е. НАИ. Определение оценок значений функции принадлежности $\mu_i \in [0; 1]$ для всех потенциальных заемщиков и позволяет вычислить значения стоимости выдаваемых им кредитов, то есть величины соответствующих индивидуальных процентных ставок [13].

Пусть имеет место шестая информационная ситуация I_6 [10], когда все неизвестные элементы платежной матрицы принадлежат заданным нечетким множествам, т.е. представляют собой нечеткие переменные с известными функциями принадлежности. В общем виде для элемента, точное истинное значение которого неизвестно, имеем $r_{i\,j} \in \tilde{R}_{i\,j}$, где $\tilde{R}_{i\,j} = \{(\mu_{i\,j}^{(1)}/r_{i\,j}^{(1)}); (\mu_{i\,j}^{(2)}/r_{i\,j}^{(2)}); ...; (\mu_{i\,j}^{(L)}/r_{i\,j}^{(L)})\}$ – известное нечеткое множество,, $r_{i\,j}^{(l)}$ – заданные возможные значения элемента $r_{i\,j}$, точное истинное значение которого неизвестно, $\mu_{i\,j}^{(l)}$ – соответствующее значение функции принадлежности. В данном случае оптимальное решение исходной НАИ можно найти при помощи приведения этой игры к КАИ, заданной в условиях полной информации, при этом значения элементов $r_{i\,j}$, точные истинные значения которых неизвестны, можно оценить по формуле

$$\hat{r}_{i\,j} = \left\langle \frac{\sum_{l=1}^{L} \left(r_{i\,j}^{(l)} \cdot \mu_{i\,j}^{(l)} \right)}{\sum_{l=1}^{L} \mu_{i\,j}^{(l)}} \right\rangle, \quad (7)$$

где $\langle x \rangle$ – это ближайшее целое число к действительному числу x. Если в формуле (7) отказаться от функции ближайшего целого и в качестве оценок элементов $r_{i\,j}$, точные истинные значения которых неизвестны, использовать соответствующие средневзвешенные значения, то окажутся нарушенными свойства элементов платежной матрицы (6) игры, характеризующей ситуацию принятия кредитных решений. Очевидно, что согласно своему экономическому смысла элементы платежной матрицы (6) обязаны принимать лишь целые неотрицательные значения.

Числовые примеры применения конкретной математики в экономических исследованиях

Приведем результаты расчетов по формуле (4) значений $k(P)$ для $p = 0{,}01$ (значение вероятности банкротства экономической системы, соответствующее статистическим данным экономически развитых стран для условий стабильного, т.е. не кризисного, состояния стационарной экономики) приведены в табл. 2.

Таблица 2

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЗНАЧЕНИЙ $k(P)$

P	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
$k(P)$	11	36	69	120	230

Как отмечалось выше, значение $k(0{,}5) = 69$ согласуется с приблизительным значением продолжительности длинных циклов (волн) Кондратьева в 45-70 лет. Кроме того, для $p = 0{,}01$ среднее количество шагов (лет) функционирования экономической системы до момента перехода ее в поглощающее состояние s_1 дефолта равняется $p^{-1} = 0{,}01^{-1} = 100$ годам, что опять же согласуется с периодичностью мировых экономических кризисов. Итак, средняя продолжительность жизненного цикла произвольной экономической системы, т.е. средняя продолжительность ее стабильной работы, приблизительно равняется 100 годам, после чего для любой экономической системы неизбежен переход в поглощающее состояние s_1 дефолта. Итак, для любой экономической системы неизбежно изменение ее эффективного функционирования кризисным периодом. Тем не менее, попав в сложное экономическое состояние, экономические системы, как правило, стремятся избежать дефолта, а тем более своего банкротства и ликвидации. Особенно большие шансы отсрочки объявления дефолта имеют крупномасштабные экономические системы (крупные корпорации и банки). В результате, в некоторый момент времени количество отсроченных дефолтов крупномасштабных экономических систем переходит в кризисное качество состояния мировой экономики. Эта ситуация усложняется тем фактом, что объявление долго функционирующей экономической системы своего дефолта является практически достоверным событием. Таким образом, можно считать неизбежными и объективными, как изменение эффективного функционирования экономической системы ее кризисным состоянием, так и индивидуальные банкротства экономических систем.

С одной стороны, цикличность развития экономики имеет известный положительный эффект, поскольку она приводит к полному обновлению мировой экономики: и по составу, и по структуре, и по качественным и по количественным характеристикам функционирования экономических систем. С другой стороны, эти процессы приводят к известным отрицательным последствиям (массовым банкротствам, спаду производства, снижению деловой активности, скачкам цен, спроса, предложения, росту безработицы и т.п.). Поэтому, в фазах подъема и пика длинной волны Кондратьева экономическим системам следует осуществлять превентивные мероприятия и готовиться к неизбежному изменению этапа своего эффективного функционирования этапом своего кризисного функционирования. Например, банкам не следует выдавать кредиты по упрощенной схеме за исключением, наверное, мелких потребительских кредитов, а рефинансирование кредитов нужно применять лишь в порядке исключения.

В заключении рассмотрим НАИ, заданную платежной матрицей (1). Седловая точка в этой НАИ отсутствует, поскольку значение вероятности дефолта должно быть ближе к числу 0, поэтому справедливы неравенства $0 < p < 0{,}5 < q = 1 - p < 1$, откуда получаем $\alpha = p < q = \beta$, где

$$\alpha = \max_i \min_j p_{ij} = \max_i \alpha_i = \max\{0;\ p\} = p \ –$$

- нижняя чистая цена этой игры,

$$\beta = \min_j \max_i p_{ij} = \min_j \beta_j = \min\{1;\ q\} = q \ –$$

- верхняя чистая цена этой игры.

Найдем решение в смешанных стратегиях этой НАИ по известным формулам для 2 × 2-игр:

$$V_\pi^* = \frac{1*q - 0*p}{1 - 0 - p + q} = \frac{q}{2*q} = 0{,}5\ ,$$

$$p_1^* = \frac{q - p}{1 - 0 - p + q} = \frac{q - p}{2*q} = 0{,}5 - \frac{p}{2*q}\ ,$$

$$p_2^* = 0{,}5 + \frac{p}{2\cdot q}\ ,$$

$$q_1^* = \frac{q - 0}{1 - 0 - p + q} = \frac{q}{2\cdot q} = 0{,}5\ ,\ q_2^* = 0{,}5\ .$$

Например, если $p = 0{,}01$, то $p_1^* = 0{,}5 - \frac{0{,}01}{2\cdot 0{,}99} = \frac{49}{99} \approx 0{,}494949 \approx 0{,}5$ и $p_2^* = 0{,}5 + \frac{0{,}01}{2\cdot 0{,}99} = \frac{50}{99} \approx 0{,}505050 \approx 0{,}5$. Таким образом, для реального значения вероятности $p = 0{,}01$ дефолта имеем $p_1^* \approx p_2^* \approx 0{,}5$ и $q_1^* = q_2^* = 0{,}5$, поэтому для любой экономической системы за достаточно продолжительный период времени ее функционирования вероятность объявления ею своего дефолта и/или банкротства можно оценить значением 0,5.

Оптимальному решению $p^* = \left(0{,}5 - \frac{p}{2\cdot q};\ 0{,}5 + \frac{p}{2\cdot q}\right)$, $q^* = (0{,}5;\ 0{,}5)$, $V_\pi^* = 0{,}5$ этой НАИ можно дать следующую интерпретацию: при многократном прохождении экономической системы через стадию своего кризисного функционирования она с равными шансами $\left(p_1^* \approx p_2^* \approx 0{,}5 \text{ и } q_1^* = q_2^* = 0{,}5\right)$ может или обанкротиться, или избежать своей ликвидации.

Рассмотрим теперь конкретную ситуацию принятия кредитных решений, иллюстрирующие предложенную модель, основанную на комбинированном применении статистических и антагонистических игр совместно с нечеткой математикой.

Пусть ситуацию принятия решений по совокупности всех имеющихся претендентов на получение в данный период времени однотипных и близких по величине кредитов характеризуют такие составные части:

множество $I = \{1;\ 2;\ 3\}$ всех потенциальных заемщиков;

множество $S = \{S_1;\ S_2;\ S_3;\ S_4;\ S_5;\ S_6\}$ величин всех кредитов, полученных раньше хотя бы одним из имеющихся потенциальных заемщиков;

матрица $R = R_{3\times 6} = (r_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & r_{12} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & r_{33} & 0 & r_{35} & 0 \end{pmatrix}$,

элементы r_{ij} которой равняются количеству кредитов величиной S_j, полученных i-м потенциальным заемщиком, при этом известно r_{12} – это элемент нечеткого множества $\tilde{R}_{12} = \{(0{,}6/2);\ (0{,}5/3);\ (0{,}1/4)\}$, r_{33} – это элемент нечеткого множества $\tilde{R}_{33} = \{(0{,}1/1);\ (0{,}2/2);\ (0{,}9/3);\ (0{,}4/4)\}$, а r_{35} – это элемент нечеткого множества $\tilde{R}_{35} = \{(0{,}3/3);\ (0{,}9/4);\ (0{,}7/5)\}$.

Здесь принятие кредитных решений характеризует НАИ, заданная в поле шестой ИС I_6 [10].

Для оценки значений элементов r_{12}, r_{33}, r_{35}, неизвестные значения которых принадлежат заданным нечетким множествам, применим формулу (7):

$$\hat{r}_{12} = \left\langle \frac{2\cdot 0,6+3\cdot 0,5+4\cdot 0,1}{0,6+0,5+0,1} \right\rangle = \left\langle \frac{3,1}{1,2} \right\rangle = \left\langle 2\frac{7}{12} \right\rangle = 3,$$

$$\hat{r}_{33} = \left\langle \frac{1\cdot 0,1+2\cdot 0,2+3\cdot 0,9+4\cdot 0,4}{0,1+0,2+0,9+0,4} \right\rangle = \left\langle \frac{4,8}{1,6} \right\rangle = \langle 3 \rangle = 3,$$

$$\hat{r}_{35} = \left\langle \frac{3\cdot 0,3+4\cdot 0,9+5\cdot 0,7}{0,3+0,9+0,7} \right\rangle = \left\langle \frac{8}{1,9} \right\rangle = \left\langle 4\frac{4}{19} \right\rangle = 4.$$

Элементам частично известной матрицы $R = R_{3\times 6} = (r_{ij})$, истинные значения которых неизвестны, придадим числовые значения, найденные по формуле (7) и приведем исходную НАИ к КАИ, заданной платежной матрицей

$$\hat{R} = \hat{R}_{3\times 6} = (\hat{r}_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix},$$

удовлетворяющей всем свойствам платежной матрицы игры, характеризующей ситуацию принятия кредитных решений.

Седловая точка в этой КАИ отсутствует, так как $\alpha = 0 < 1 = \beta$. Упростить полученную полностью известную матрицу $\hat{R} = \hat{R}_{3\times 6} = (\hat{r}_{ij})$ так, чтобы хотя бы у одного игрока остались только две его чистые стратегии, невозможно. Поэтому для решения полученной КАИ целесообразно применить общую схему решения КАИ [15, с. 193-196] и привести ее к симметричной паре взаимно-двойственных задач линейного программирования. Решение КАИ, заданной матрицей $\hat{R} = \hat{R}_{3\times 6} = (\hat{r}_{ij})$, построенной с применением формулы (7), имеет вид $p^* = (0,2;\ 0,6;\ 0,2)$, $q^* = (0,6;\ 0,2;\ 0,2;\ 0;\ 0;\ 0)$, $V^*_{\hat{R}} = 0,6$. Найденное решение полученной КАИ и будем считать решением исходной НАИ.

Применяя формулу $\mu_i^* = p_i^* / 0,6 = \frac{5}{3}\cdot p_i^*$ найдем оценки значений функции принадлежности: $\mu_1^* = \frac{1}{3}$, $\mu_2^* = 1$, $\mu_3^* = \frac{1}{3}$, откуда нечеткое множество наиболее надежных заемщиков имеет вид $\tilde{I} = \left\{ \left(\frac{1}{3}\Big/1\right);\ (1/2);\ \left(\frac{1}{3}\Big/3\right) \right\}$. Второго потенциального заемщика следует признать наиболее надежным заемщиком, т.к. он обладает наибольшим значением относительной репутации $\max_i \mu_i^* = \mu_2^* = 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволяет прийти к следующим выводам.

Использование конкретной математики, нечеткой математики, энтропийного подхода, теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов, прикладной статистики и эконометрии и других разделов математики существенно расширяет рамки комбинированного применения статистических и антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике.

Использование методов конкретной математики, представляющей собой математическую основу информатики, позволяет совершенствовать компьютерные программы, быстрее получать искомый результат и значительно уменьшать общий объем вычислений и технических операций. Однако, применение методов конкретной математики возможно, как в случае использования информационных систем и технологий в экономике, так и в случае математического моделирования экономики. Так, применение целочисленных функций неизбежно в тех случаях, когда точные истинные значения рассматриваемых экономических показателей неизвестны, эти экономические показатели могут принимать только целочисленные значения, но найденные оценки неизвестных значений рассматриваемых экономических показателей не оказались целыми числами.

Комбинированное применение статистических и антагонистических игр совместно с использованием нечеткой математики и конкретной математики позволяет успешно решать такие задачи, как выбор потенциальных заемщиков, обладающих наибольшим уровнем относительной с учетом неполноты информации, неопределенности, конфликтности и обусловленного ими экономического риска. Если в соответствующих условиях не использовать теорию целочисленных функций, то могут оказаться нарушенными свойства элементов платежной матрицы игры, характеризующей ситуацию принятия кредитных решений.

Методы конкретной математики, задуманной как математическая основа информатики, целесообразно применять как в случае использования информационных систем и технологий в экономике, так и в случае математического моделирования экономики.

Одним из важнейших вопросов дальнейших исследований в направлении комбинированного применения статистических и антагонистических игр совместно с нечеткой математики является определение сферы применения конкретной математики в теории и практике экономики.

Литература

1. Блекуэлл Д. Теория игр и статистических решений [Текст] / Д. Блекуэлл, М.А. Гиршик ; пер. с англ. И.В. Соловьева. – М. : Иностранная литература, 1958. – 376 с.
2. Грэхем Р.Л. Конкретная математика. Математические основы информатики [Текст] / Р.Л. Грэхем, Д.Э. Кнут, О. Паташник ; пер. с англ. и ред. И.В. Красикова. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2009. – 784 с.
3. Жлуктенко В.І. Стохастичні моделі в економіці [Текст] / В.І. Жлуктенко, А.В. Бєгун. – К. : КНЕУ, 2005. – 352 с.
4. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений [Текст] / Л.А. Заде ; пер. с англ. Н.И. Ринго. – М. : Мир, 1976. – 168 с.
5. Кемени Дж. Дж. Конечные цепи Маркова [Текст] / Дж. Дж. Кемени, Дж. Л. Снелл ; пер. с англ. С.А. Молчанова, Н.Б. Левиной, Я.А. Когана. – М. : Наука, 1970. – 271 с.

6. Кемени Дж. Дж. Счетные цепи Маркова [Текст] / Дж. Дж. Кемени, Дж. Л. Снелл, Э.У. Кнепп ; пер. с англ. А.М. Зубкова, Б.А. Севастьянова. – М. : Наука, 1987. – 414 с.
7. Кнут Д.Э. Искусство программирования. Т. 1 : Основные алгоритмы [Текст] / Д.Э. Кнут ; пер. с англ., ред. Л.Ф. Козаченко, В.Т. Тертышного, И.В. Красикова. – 3-е изд. – М. : Вильямс, 2000. – 720 с.
8. Линь Сэнь. Оптимизация уровня кредитного риска на основе теоретико-игрового подхода [Текст] / Линь Сэнь // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем (АМУР-2009) : науч. тр. III Междунар. школы-симпозиума АМУР-2009 ; Севастополь, 14-20 сент. 2009. – Симферополь : ДЭН, 2009. – С. 157-162.
9. Нуммелин Э. Общие неприводимые цепи Маркова и неотрицательные операторы [Текст] / Э. Нуммелин ; пер. с англ. С.А. Аничкина, С.Н. Смирнова. – М. : Мир, 1989. – 207 с.
10. Сигал А.В. Антагонистическая игра, заданная в условиях частичной неопределенности [Текст] / А.В. Сигал, В.Ф. Блыщик // Экономическая кибернетика : междунар. научн. ж-л. – 2005. – №5-6. – С. 47-53.
11. Сигал А.В. Конкретная математика [Текст] : учеб. пособие / А.В. Сигал, Л.Ф. Яценко. – 2-е изд., доп. и перераб. – Симферополь : ДИАЙПИ, 2012. – 202 с.
12. Сигал А.В. Матричная модель представления кредитных историй потенциальных заемщиков [Текст] / А.В. Сигал // Актуальные проблемы и перспективы развития экономики Украины : мат-лы VI междунар. науч.-практ. конф. ; Алушта, 4-6 октября 2007. – Симферополь, 2007. – С. 81-82.
13. Сигал А.В. О совершенствовании управления кредитным риском [Текст] / А.В. Сигал // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем (АМУР-2010) : сб. науч. тр. IV Междунар. школы-симпозиума АМУР-2010 (Севастополь, 13-19 сент. 2010). – Симферополь : ТНУ им. В.И. Вернадского, 2010. – С. 347-353.
14. Сигал А.В. Об экономических приложениях конкретной математики [Текст] / А.В. Сигал // Экономика Крыма. – 2010. – №4. – С. 90-95.
15. Сигал А.В. Обобщенная параметрическая игра Луки Пачоли и ее применение в экономике [Текст] / А.В. Сигал, И.Н. Макеев // Модели управления в рыночной экономике : сб. науч. тр. – Донецк : Цифровая типография, 2012. – Вып. 15. – С. 277-296.
16. Сигал А.В. Теория игр для принятия решений в экономике [Текст] : монография / А.В. Сигал. – Симферополь : ДИАЙПИ, 2014. – 308 с.
17. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности [Текст] / Р.И. Трухаев. – М. : Наука, 1981. – 258 с.
18. Neumann J. von. Theory of games and economic behavior [Text] / J. von Neumann, O. Morgenstern. – Princeton : Princeton univ. press, 1944. – 625 p.
19. Neumann J. von. Zur theorie der gesellschaftsspiele [Text] / J. von Neumann // Mathematische annalen. – 1928. – Vol. 100. – Pp. 295-320.

Ключевые слова

Статистическая игра; антагонистическая игра, конкретная математика, целочисленные функции, математическое моделирование.

Сигал Анатолий Викторович

РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность темы статьи обусловлена необходимостью разработки новых теоретико-игровых методов и моделей принятия управленческих решений в условиях неполноты информации, неопределенности, конфликтности и экономического риска.

Научная новизна исследования состоит в том, что автор рассмотрел применение, предложенной им, концепции комбинированного применения статистических и антагонистических игр совместно с конкретной математикой, представляющей собой относительно молодую науку о математических основах информатики. Автор убедительно иллюстрирует возможность использования конкретной математики для анализа особенностей функционирования экономических систем, а также использования конкретной математики совместно с комбинированным применением статистических и антагонистических игр для принятия кредитных решений в условиях неполноты информации, неопределенности, конфликтности и экономического риска.

Результаты, изложенные в статье, является научным вкладом в теоретико-игровое моделирование современной теории принятия управленческих решений в экономике. Практическая значимость этих результатов состоит в том, что они могут быть использованы для принятия управленческих решений в условиях неполноты информации, неопределенности, конфликтности и экономического риска.

Считаю, что рецензируемая статья может быть рекомендована к опубликованию в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Орлова .Е.Р., д.э.н., профессор, заведующий лабораторией Института системного анализа, Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, г Москва.

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ