3.8. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ МАРЖИНАЛЬНОГО ДОХОДА В ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ МНОГОПРОДУКТОВОЙ МОНОПОЛИИ

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, старший научный сотрудник, Инно Центр Высшей школы им. Е.А. Лурье;
Лесик А.И., к.ф.-м.н., доцент, кафедра Математической статистики и системного анализа, Тверской государственный университет;
Каримов С.Д., бакалавр, факультет Вычислительной математики и кибернетики Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

В данной работе рассматривается задача вычисления субдифференциала функции дохода в линейной модели многопродуктовои монополии, изученной в работе [6]. Предполагается, что фирма является производителем разнотипной продукции и обладает монопольной силой. Горизонт планирования составляет один период, в котором спрос задается однозначной линейной функцией от цен реализации. Объем реализации выбирается из условия не превосходства его спросу по каждому виду продукции и общих ограничений на производственные ресурсы.

ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих работах авторов на эту тему было введено понятие линии финансового менеджера, представляющую собой график зависимости стоимости собственного капитала компании от объема инвестиций в основные средства и получена формула для ее субдифференциала. Линия финансового менеджера строится, исходя из производной задачи управления ресурсами в классической линейной производственной задаче планирования объемов выпуска продукции компании. Поэтому в настоящей работе в дополнение к ней изучается квадратичная модель базовой производственной задачи, возникающая при планировании объемов производства и цен компании, обладающей монопольной силой. На этой основе получена формула для субдифференциала функции маржинального дохода в соответствующей производной задачи управления ресурсами.

1. Постановка задачи и вогнутость функции маржинального дохода

1.1. Постановка задачи. Имеется фирма производящая товары n видов и использующая m видов ресурсов. Введем обозначения:

- $b_j > 0;\ j = 1,2,...,m;$ - запасы ресурсов;
- $a_{ij} \geq 0;\ i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n$ – расходы *i*-го вида ресурса на изготовление единицы *j*-й продукции;
- $s_j = p_j - c_j;\ j = 1,2,...,n$ – маржинальный доход при реализации единицы *j*-й продукции;
- $p_j \geq 0$ – цена единицы *j*-й продукции;
- $c_j > 0$ – переменные затраты на производство единицы *j*-й продукции.

Требуется составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль. Обозначим через $x_j;\ j = 1,2,...,n;$ – объем выпуска j – й продукции. С учетом неотрицательности выпуска продукции получим классическую производственную задачу:

$$\begin{aligned} &\langle s, x\rangle - C \to max, \\ &Ax \leq b, x \geq 0. \end{aligned} \qquad (1)$$

где C – постоянные расходы фирмы;

$s = p - c = (s_1, s_2, ..., s_n)'$;

$b = (b_1, b_2, ..., b_m)'$ – векторы-столбцы;

$\langle s, x\rangle$ – скалярное произведение векторов s, x в евклидовом пространстве E_n;

$A = \|a_{ij}\|$ – матрица $m \times n$.

Предположим, что матрица A имеет хотя бы один ненулевой элемент в каждой строке и столбце, что означает, что каждый товар использует хотя бы один вид ресурсов, и каждый ресурс используется для производства хотя бы одного товара. Тогда множество X допустимых решений задачи (1) будет не пусто и ограниченно. Кроме того в силу условия $b > 0$ выполняется условие регулярности Слейтера [9], т.е. существует внутренняя точка X. Неравенства между векторами здесь и далее следует понимать покомпонентно.

Предположим, что фирма обладает монопольной силой. Потребители на этом рынке предполагаются мелкими. Их поведение характеризуется суммарной линейной функцией спроса

$$D(p) = D - Gp, \qquad (2)$$

показывающей, какой объем каждого товара будет куплен при данном векторе цен. Фирма-монополист устанавливает цены на товары p и объемы производства товаров x. Здесь $p = (p_1, p_2, ..., p_n)'$ - вектор-столбец цен $p_j \geq 0$, $D = (D_1, D_2, ..., D_n)'$ – вектор-столбец предельных объемов спроса $D_j > 0$, $G = diag(d)$ – диагональная $n \times n$ -матрица, на диагонали которой стоят коэффициенты $d_j > 0$, $d' = (d_1, d_2, ..., d_n)$ – вектор строка коэффициентов $d_j > 0$.

Предположим, что матрица A имеет хотя бы один ненулевой элемент в каждой строке и столбце, что означает, что каждый товар использует хотя бы один вид ресурсов, и каждый ресурс используется для производства хотя бы одного товара. Тогда множество X допустимых решений задачи (1) будет не пусто и ограниченно. Кроме того в силу условия $b > 0$ выполняется условие регулярности Слейтера [9], т.е. существует внутренняя точка X. Неравенства между векторами здесь и далее следует понимать покомпонентно.

Таким образом, стратегией монополии является пара (p, x). Добавим ограничения, связывающие предельные объемы спроса $D_j > 0, j = 1,2,...,n$ и цены:

$$c_j \leq p_j \leq P_j = D_j / d_j, j = 1,2,...,n.$$

Предположим, что $D > Gc$. Это неравенство эквивалентно условию $c < P$, т.е. не вырожденности задачи с точки зрения фирмы-монополиста. Тогда приходим к следующей задаче максимизации его прибыли за счет одновременного выбора объемов производства и цен реализации продукции [6]:

$$\sup_{x,p} \langle p - c, x \rangle - C,$$
$$\begin{cases} Ax \le b, \\ Ex \le D(p), \end{cases} \qquad (3)$$
$$x \ge 0, c \le p \le P.$$

где E – единичная $n * n$ – матрица;
$P = (P_1, ..., P_n)'$, $c = (c_1 ..., c_n)'$ - n-мерные вектор-столбцы.

Поскольку увеличение вектора p или x не уменьшает значения критерия монополиста в (3), то среди решений (3) можно выделить множество недоминируемых по Парето решений (p, x) задачи (3). Недоминируемым по Парето называется такое решение (p, x) задачи (3), что не существует другого допустимого решения.

Утверждение $D(p) \in X$ леммы эквивалентно в силу (1) системе:

$$A(D - Gp) \le b, p \le P. \qquad (4)$$

Обозначим через $P = D^{-1}(X)$ множество векторов p, удовлетворяющих условиям (4). Тогда множество P также будет иметь внутреннюю точку, т.е. удовлетворять условию регулярности Слейтера.

Теорема 1 [7]. Предположим, что $D(c) = P - Gc > 0$. Тогда задача нахождения недоминируемых решений задачи (3) сводится к решению задачи квадратического программирования со связанными переменными:

$$F^* = \max_{p \in P, p \ge c} \langle p - c, D(p) \rangle - C. \qquad (5)$$

Замечание 1. Если точка $p^* = (c + P)/2 \in P$, то она является решением $\hat{p}$ задачи (5). В противном случае решением задачи (5) является ближайшая к точке p^* точка множества P по норме $\|p - p^*\|_d$, порождаемой скалярным произведением:

$$\langle p, v \rangle_d = \sum_{j=1}^{n} d_j p_j v_j.$$

Обозначим через y - n-вектор столбец дополнительно приобретенных ресурсов за счет предполагаемого объема v финансирования. Ввведем функцию маржинального дохода компании $q = q(v)$ без учета постоянных расходов и после исключения объемов производства, положив:

$$q(v) = \max_{p,y} \langle p - c, d - Gp \rangle, \qquad (6)$$

где максимум берется при ограничениях:

$$\begin{cases} A(D - Gp) \le b + y; y \ge 0; \\ c \le p \le P; \langle y, e \rangle \le v. \end{cases} \qquad (7)$$

где $e' = (e_1, e_2, ..., e_m)$ – вектор цен на ресурсы.

1.2. Свойство вогнутости. Согласно лемме 1.8 из книги [9]. Если функция $F(x, y)$ выпукла, а $G(x, y)$ вогнута по (x, y) на произведении выпуклых множеств X и Y, то функция минимума $f(x) = \inf_{y \in B(x)} F(x, y)$, где

$B(x) = \{y \in Y | G(x, y) \ge 0\}$, выпукла на X.

Пользуясь леммой 1.8 и учитывая, что функцию макимума в (6), можно представит как минус минимум от выпуклой функции, убеждаемся, что функция $q(v)$ является вогнутой.

1.3. Свойство неубывания. Поскольку при увеличении скалярного параметра v множество допустимых решений (7) расширяется, то функция макимума (6) не убывает. При этом начиная с некоторого значения v_0 она не увеличивается. Это значение можно получить исходя из следствия 1. Оно находится из условия включения $p^* = (c + P)/2 \in P$, что эквивалентно в силу определения (4) условию:

$$A(D - G\frac{c + P}{2}) \le b + y.$$

В скалярном виде это условие можно записать в виде:

$$A_i(D - G\frac{c + P}{2}) - b_i \le y_i, i = 1, 2, ..., m.$$

Введем функции верхней срезки:

$$(A_i(D - G\frac{c + P}{2}) - b_i)_+ =$$
$$= \max(A_i)D - G\frac{c + P}{2}) - b_i; 0), i = 1, 2, ..., m.$$

Значения этих функций показывают минимальное потребное значение величин дополнительно прилбретаемых ресурсов $y_i, i = 1, 2, ..., m$, при котором выполняется условие (4) для точки $p^* = (c + P)/2$. Соответственно их стоимость равна искомому минимальному значению v_0:

$$v_0 = \sum_{i=1}^{m} e_i (A_i(D - G\frac{c + P}{2}) - b_i)_+.$$

2. Вычисление субдифференциала функции маржинального дохода

Рассмотрим сначала общую задачу квадратического программирования:

$$\min\left[\langle Cx, x \rangle / 2 - \langle d, x \rangle\right], x \in Q = \{x : Ax \le b\}, \qquad (8)$$

где $C \ge 0$ – неотрицательноопределенная матрица.

Тогда двойственной задаче [4] (см. гл. 10, параграф 4) можно придать эквивалентный вид:

$$\min\left[\langle Cx, x \rangle / 2 + \langle b, y \rangle\right], y \ge 0, Cx + A^T y = d, \qquad (9)$$

в том смысле что величины (8) и (9) отличаются знаком.

Для дальнейшего нам потребуется случай, когда:

$$C=\begin{pmatrix} C_p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};\ x=\begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix};\ d= \\ =\begin{pmatrix} d_p \\ 0 \end{pmatrix};\ A=\left(A_p A_r\right);\ A^T=\begin{pmatrix} A_p^T \\ A_r^T \end{pmatrix}, \qquad (10)$$

где $C_p>0$ – положительноопределенная матрица, а все остальные матрицы и векторы имеют согласованные размерности.

В этом случае последнее условие в (9) имеет вид:

$$\begin{cases} C_p p + A_p^T y = d_p \\ A_r^T y = 0. \end{cases} \qquad (11)$$

Исключая $p=C_p^{-1}(d_p-A_p^T y)$ из первого условия в (11), получим, что (9) эквивалентна задаче:

$$min\left[\left\langle C_p^{-1}(d_p-A_p^T y), d_p-A_p^T y\right\rangle\right]/ \\ /\left[2+\left\langle b,y\right\rangle\right], y\ge 0, A_r^T y=0, \qquad (12)$$

в том смысле что величины (9) и (12) равны.

Представим нашу задачу (6), (7) в следующем виде:

$$q(v)=-min_{p,y}(-\left\langle p-c, d-Gp\right\rangle)= \\ =-cD-min\left[\left\langle 2Gp,p\right\rangle/2-\left\langle Gc+d,p\right\rangle\right], \qquad (13)$$

где минимум берется при ограничениях:

$$\begin{cases} AGp-y\le b+AD; \\ \left\langle y,e\right\rangle\le v; \\ -p\le -c; \\ p\le P; \\ -y\le 0 \end{cases} . \qquad (14)$$

Задача (13), (14) является частным случаем задачи (8), (10), если положить:

$$C_p=2G;\ r=y;\ d_p=Gc+D; \qquad (15)$$

и

$$A_p=\begin{pmatrix} -AG \\ 0 \\ -E \\ E \\ 0 \end{pmatrix};\ A_r=\begin{pmatrix} -E \\ e \\ 0 \\ 0 \\ -E \end{pmatrix}; \\ b=\begin{pmatrix} b+AD \\ v \\ -c \\ p \\ 0 \end{pmatrix};\ y=\begin{pmatrix} y_b \\ y_v \\ y_c \\ y_p \\ y_0 \end{pmatrix}, \qquad (16)$$

где $y_b\in E^m; y_v\in E^1; y_c\in E^n; y_p\in E^n; y_0\in E^m$, а остальные матрицы и векторы имеют согласованные размерности.

Замечание 2. Равенства в (6) во избежание путаницы в обозначениях следует понимать так, что левую часть следует положить равной правой, т.е. соответсвующим образом переобозначить переменные.

Теперь согласно двойственной форме (12) отличающейся от исходной постановки (8) знаком функция маржинального дохода будет иметь вид:

$$q(v)=-cD+min\left[\left\langle G^{-1}(Gc+D-A_p^T y)\right\rangle\right]/ \\ /\left[\left\langle 4, Gc+D-A_p^T\right\rangle+\left\langle b,y\right\rangle\right], y\ge 0, A_r^T y=0, \qquad (17)$$

где согласно (16):

$$-A_p^T y=GA^T y_b+y_c-y_p; \\ \left\langle b,y\right\rangle=\left\langle d+AD, y_b\right\rangle+vy_v-\left\langle c,y_c\right\rangle+\left\langle P,y_p\right\rangle; \qquad (18) \\ A_r^T y=-y_b+y_v e^T-y_0=0,$$

Последнее условие в (18) в силу $y_0\ge 0$ равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} y_v e_1\ge y_b^1, \\ ..... \\ y_v e_m\ge y_b^m. \end{cases} \qquad (19)$$

Система (19) в свою очередь равносильна неравенству:

$$y_v\ge \max_{i=1,\dots,m}\frac{y_b^i}{e_i},$$

в котором в силу целей минимизации в (17) можно положить знак равенства, что позволяет исключить переменную y_v:

$$y_v=\max_{i=1,\dots,m}\frac{y_b^i}{e_i}, \qquad (20)$$

где y_b – компонента решения двойственной задачи (17).

Это позволяет получить следующее выражение для субдифференциала $\partial q(v)$ вогнутой функции маржинального дохода $q(v)$.

Теорема 2. При сделанных предположениях имеет место формула:

$$\partial q(v)=conv\left\{\max_{i=1,\dots,m}\frac{y_b^i}{e_i}\middle| y\in Y^*\right\}, \qquad (21)$$

где $conv$ – выпуклая оболочка множества;

Y^* – множество решений двойственной задачи (17).

Доказательство основано на теореме 4.9 [8], которая формулируется следующим образом. Пусть X – открытое выпуклое множество в E^n, Y – компакт, $g(x,y)$ – функция на $X\times Y$, выпуклая по x при каждом y из Y и непрерывная по совокупности аргументов на $X\times Y$. Тогда субдифференциал выпуклой функции $f(x)=max_{y\in Y}g(x,y)$ имеет вид:

$$\partial f(x)=conv(\bigcup_{y\in Y(x)}\partial g(x,y), x\in X,$$

где $Y(x)=\left\{y\in Y\middle| g(x,y)=f(x)\right\}$;

$\partial g(x,y)$ – субдифференциал функции $g(x,y)$ по x на X при данном y из Y.

3. Модельный пример вычисление субдифференциала функции маржинального дохода

Исходные данные модельного примера приведены в табл. 1.

Таблица 1

МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР: ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ[1]

Ресурсы	Цены	
	Расход ресурса на единицу продукции 1, a_{i1}	Расход ресурса на единицу продукции 2, a_{i2}
$10/3$	2	1
$6/2$	1	1
$15/4$	1	3
Удельная себестоимость, c_j	20	15
Коэффициенты, d_j	0,15	0,20
Предельный спрос, D_j	13	15
Предельные цены, $P_j = D_j / d_j$	86,67	75
Инвестиции, v	35	

Как мы установили, в данной работе двойственной задачей к задаче (6), (7) будет задача (17), (18), где:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 0,15 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 13 \\ 15 \end{pmatrix}; C_p = \begin{pmatrix} 0,3 & 0 \\ 0 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Тогда функцией прибыли будет иметь вид (17), где:

$$\langle c, D \rangle = 20 \cdot 13 + 15 \cdot 15 = 485;$$

$$-A_p^T y = GA^T y_b + y_c - y_p =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,3y_b^1 + 0,15y_b^2 + 0,15y_b^3 + y_c^1 - y_p^1 \\ 0,2y_b^1 + 0,2y_b^2 + 0,6y_b^3 + y_c^2 - y_p^2 \end{pmatrix};$$

$$\langle b, y \rangle = \langle b + AD, y_b + \langle y_v, v \rangle - \langle y_c, c \rangle + \langle y_p P \rangle \rangle =$$

$$= 51y_b^1 + 34y_b^2 + 73y_b^3 + vy_v - 20y_c^1 - 15y_c^2 +$$

$$+86,67y_p^1 + 75y_p^2;$$

$$GC + D = \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

После подстановки в (17) получаем задачу квадратического программирования:

$$q(v) = -485 + min\{\left[5/3(16 + 0,3y_b^1)^2\right]$$

$$+\left[5/3\left(0,15y_b^2 + 0,15y_b^3 + y_c^1 - y_p^1\right)^2\right]$$

$$+5/4(0,2y_b^1 + 0,2y_b^2 + 0,6y_b^3 + y_c^2 - y_p^2)^2 +$$

$$+51y_b^1 + 34y_b^2 + 73y_b^3 + vy_v -$$

$$-20y_c^1 - 15y_c^2 + 86,67y_p^1 + 75y_p^2\},$$

при ограничениях $y_b^i, y_c^j, y_p^k, y_v \geq 0$ и $y_v e^T \geq y_b$, что эквивалентно:

$$3y_v \geq y_b^1;$$

$$2y_v \geq y_b^2;$$

$$4y_v \geq y_b^3.$$

Пусть $y_b^i, y_c^j, y_p^k, y_v; i = 1,2,3; \quad j = 1,2; k = 1,2$, - любое решение полученной двойственной задачи. Тогда y_v – субградиент функции $q(v)$. Переменную y_v можно исключить по формуле: $y_v = max\{y_b^1/3; y_b^2\} / \quad / \{2; y_b^3/4\}$. Соответствующая двойственная задача будет иметь вид:

$$q(v) = -485 + min_y\, max_i\{\left[5/3(16 + 0,3y_b^1)^2\right] +$$

$$\left[5/3\left(+0,15y_b^2 + 0,15y_b^3 + y_c^1 - y_p^1\right)^2\right] +$$

$$+5/4(0,2y_b^1 + 0,2y_b^2 + 0,6y_b^3 + y_c^2 - y_p^2)^2 +$$

$$+51y_b^1 + 34y_b^2 + 73y_b^3 +$$

$$+v\{y_b^i / e_i\} - 20y_c^1 - 15y_c^2 + 86,67y_p^1 + 75y_p^2\},$$

при ограничениях $y_b^i, y_c^j, y_p^k, y_v \geq 0$.

Последняя задача представляет собой негладкую задачу выпуклого программирования, которая уже не является задачей квадратического программирования. Такие задачи решаются например методом проекции субградиента [4]. Таким образом вычисление квазиградиентов вогнутой функции маржинального дохода сводится к задаче недифференцируемой оптимизации.

Наконец найдем значения предельного объема инветиций v_0, дальше которого маржинальная функция дохода не увеличивается. Имеем:

$$v_0 = \sum_{i=1}^{m} e_i(A_i(D - G\frac{c+P}{2}) - b_i)_+,$$

где $A(D - G\frac{c+P}{2}) - b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$,

откуда $v_0 = \sum_{i=1}^{m} e_i(A_i(D - G\frac{c+P}{2}) - b_i)_+ = 60$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установленные свойства функции маржинального дохода компании, обладающей монопольной силой, позволяют использовать ее в микроэкономическом аналоге модели Леонтьева предложенном в работе [5], вместо соответствующей функции маржинального дохода компании, не обладающей монопольной силой. Субградиенты этой функции можно использовать для исследования устойчивости полученной задачи по схеме предложенной в работе [7].

Литература

1. Васин А.А. Некооперативные игры в природе и обществе [Текст] / А.А. Васин. – М. : МАКС Пресс, 2005.
2. Васин А.А. Теория игр и модели математической экономики [Текст] / А.А. Васин, В.В. Морозов. – М. : МАКС Пресс, 2005.
3. Карманов В.Г. Математическое программирование [Текст] / В.Г. Карманов. – М. : Наука, 1980.

[1] Ресурсы / Цены, b_i / e_i

4. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию [Текст] / Б.Т. Поляк. – М. : Наука, 1983.
5. Перевозчиков А.Г. Нестационарная модель инвестиций в основные средства предприятия. Прикладная математика и информатика [Текст] / А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик ; под ред. В.И. Дмитриева // Сб. науч. тр. факультета ВМК. – М. : МАКС Пресс, 2014. – №46. – С. 76-88.
6. Перевозчиков А.Г. Определение оптимальных объемов производства и цен реализации в линейной модели многопродуктовой монополии [Текст] / А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик // Экономика и математические методы. – (В печати).
7. Перевозчиков А.Г. Общая модель инвестиций в основные средства предприятия [Текст] / А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик // Аудит и финансовый анализ. – 2014. – №4.
8. Сухарев А.Г. и др. Курс методов оптимизации [Текст] / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. – М. : Наука, 1986.
9. Федоров В.В. Численные методы максимина [Текст] / В.В. Федоров. – М. : Наука, 1979.

Ключевые слова

Многопродуктовая модель монополии; объемы производства; цены реализации; общие ограничения на ресурсы; оптимальная стратегия.

Перевозчиков Александр Геннадьевич

Лесик Александра Ильинична

Каримов Саид Джамалудинович

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается задача вычисления субдифференциала функции дохода в линейной модели многопродуктовои монополии. Предполагается, что фирма является производителем разнотипной продукции и обладает монопольной силой. Горизонт планирования составляет один период, в котором спрос задается однозначной линейной функцией от цен реализации. Объем реализации выбирается из условия не превосходства его спросу по каждому виду продукции и общих ограничений на производственные ресурсы. Установленные свойства функции маржинального дохода компании, обладающей монопольной силой, позволяют использовать ее в микроэкономическом аналоге модели Леонтьева. Субградиенты этой функции можно использовать для исследования устойчивости полученной задачи по значению.

В предыдущих работах авторов на эту тему было введено понятие линии финансового менеджера, представляющую график зависимости стоимости собственного капитала компании от объема инвестиций в основные средства и получена формула для ее субдифференциала. Линия финансового менеджера строится исходя из производной задачи управления ресурсами в классической линейной производственной задаче планирования объемов выпуска продукции компании. Поэтому в настоящей работе в дополнение к ней изучается квадратичная модель базовой производственной задачи, возникающая при планировании объемов производства и цен компании, обладающей монопольной силой. На этой основе получена формула для субдифференциала функции маржинального дохода в соответствующей производной задачи управления ресурсами.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья А.Г.Перевозчикова, А.И.Лесик и С.Д.Каримова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, Зав. кафедрой, кафедра бухгалтерского учета и аудита, Проректор по научной работе Тверской государственной сельскохозяйственной академии.