3.11. ТЕОРИЯ И МОДЕЛИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Царьков В.А., к.т.н., с.н.с., начальник аналитического управления

ООО КБ «БФГ-Кредит» <u>Перейти на Главное МЕНЮ</u> <u>Вернуться к СОДЕР</u>ЖАНИЮ

Статья посвящена разработке теории инвестиционных проектов с учетом расходов на привлечение капитала. Общепринятая теория основана на вычислении чистой приведенной стоимости денежного потока - NPV (Net Present Value) или внутренней нормы доходности - IRR (Internal Rate of Return) [1]. Если NPV>0, а IRR>r (r—ставка дисконтирования) то считается, что проект эффективен.

В статье исследуется задача прямого расчета дохода инвестора с учетом стоимости инвестируемого капитала. Предложен метод вычисления денежного потока дохода инвестора, за вычетом расходов на привлечение ресурсов. Доказывается, что IRR - это процентная ставка привлечения, при которой весь валовой доход (приток за минусом оттока) по проекту расходуется на выплаты процентных расходов кредитору. Новым теоретическим результатом является математическое доказательство тождественного равенства NPV чистого денежного потока проекта величине NPV потока дохода инвестора.

Практическим результатом является модель инвестиционного проекта в виде финансового портрета в электронной таблице Excel, содержащая расчет дохода инвестора и процентного расхода по займу, а также данные по денежным потокам проекта и кредитора.

ВВЕДЕНИЕ

Общепринятые оценки эффективности, как правило, основаны на вычислении чистой приведенной стоимости денежного потока net present value (NPV) или внутренней нормы доходности (внутренней процентной ставки) internal rate of return (IRR) [2, 3]. Эти характеристики служат индикаторами эффективности инвестиционного проекта. Если NPV > 0, а IRR > r (r —ставка дисконтирования), то считается, что проект эффективен [3]. Индикаторы эффективности не являются прямой оценкой дохода инвестора с учетом стоимости привлечения капитала.

Новая, инновационная с точки зрения теории инвестиций, оценка эффективности инвестиционных проектов изложена в работах [4-6]. В этих работах предложен метод разделения валового дохода, равного денежному притоку поступлений дохода за минусом инвестиционных расходов в каждом периоде проекта на две составляющие: доход инвестора и процентный доход по займу, компенсирующий расходы по привлечению капитала. Общеизвестно, что денежный капитал имеет свою стоимость. Бесплатных активов не бывает. В любом случае необходимо оценивать расходы по привлечению капитала и компенсировать их за счет валового дохода по проекту.

В указанных работах стоимость привлечения капитала оценивается по ставке дисконта. Иначе говоря, выбор ставки дисконта должен компенсировать расходы на привлечение капитала. Для каждого периода инвестиционного проекта вычисляется процентный расход за пользование денежным займом за предыдущий период и сумма, направляемая на частичное погашение (сумма амортизации) займа (кредита). Сумма погашения займа в каждом периоде вычисляется как разность между валовым доходом (денежный приток минус отток) и процентным платежом по ставке привлечения (ставке дисконта). Если валовой доход в периоде превышает процентный платеж, то сумма погашения будет положительной, уменьшающей величину займа. И наоборот, если валовой доход будет меньше процентного платежа, то сумма погашения примет отрицательное значение, увеличивающее долговое обязательство инвестора по займу (кредиту). Доход инвестора в каждом периоде проекта вычисляется как разность между валовым доходом по проекту и алгебраической суммой процентного платежа и платежа, направляемого на погашение / рост займа. Очевидно, доход инвестора будет равен нулю до того периода, когда заем не будет погашен полностью.

В указанных работах модель инвестиционного проекта представлена в виде финансового портрета проекта, отображающего потоки денежных активов и результаты расчета параметров, характеризующих эффективность проекта. Потоки инвестора включают в себя поток инвестиций (отток денежного актива), поступления выручки (поступления денежного актива), поток валового дохода (разность притока и оттока активов), поток дохода инвестора. Потоки заимодавца состоят из потоков процентных платежей, погашения долговых обязательств инвестора, долговых обязательств инвестора.

Помимо указанных потоков в модели приведены потоки дисконтированного денежного потока (потока валового дохода) по проекту и дисконтированного потока дохода инвестора. В указанных работах на практических примерах показано тождественное равенство сумм дисконтированных потоков величине *NPV*. Несмотря на то, что новая модель инвестиционного проекта прошла апробацию [4-6], строгого математического доказательства равенства сумм дисконтированных потоков величине *NPV* нет. Целью статьи является полное математическое описание модели инвестиционного проекта с доказательством такого равенства, инвариантного относительно времени приведения.

Методика оценки проекта с заемным капиталом

Для описания инвестиционного проекта с заемным капиталом рассмотрим в качестве примера проект со следующими данными. Начальный инвестированный капитал $\kappa_0 = 20$ млн. руб., общая сумма

инвестиции — 100 млн. руб., общая сумма поступлений — 400 млн. руб., срок проекта — n = 10 лет, процентная ставка привлечения капитала 17% / год. Модель проекта представлена в форме финансового портрета в электронной таблице Excel на рис. 1.

A A	В	C	D	ΕF	G	Н		J	K	L	M	N	0	Р
1	Финансовый портрет инвести	оект	а						Ш					
					инве	посту	дене		дискон		П	%-	сумма	
	Исходные данные			год				инвес		нтир.		ный	погаш	saen
2		ļ		J	ии	Я	поток	тора	поток	доход	<u>.</u>	дох	ения	ļ
3	Сумма инвестиции	млнр	100	год		млнр	млнр	млнр	млнр		L	илнр	млнр	млн
4	Сумма поступлений	млнр	400,0	0	20,0	0,0	-20,0	0,0	-20,0	0,0	ı.			20,0
5	Срок проекта	год	10	1	20,0	16,0	-4,0	0,0	-3,4	0,0		3,4	-7,4	27,4
6		<u> </u>		2	20,0	16,0	-4,0	0,0	-2,9	0,0		4,7	-8,7	36,1
7	Динамические показатели			3	40,0	16,0	-24,0	0,0	-15,0	0,0	L	6,1	-30,1	66,2
8	Ставка дисконта=ставка по займу	%/год	17,0%	4	0,0	32,0	32,0	0,0	17,1	0,0		11,3	20,7	45,4
9	Период приведения	год	0	5	0,0	32,0	32,0	0,0	14,6	0,0		7,7	24,3	21,2
10	Дисконтированный доход	млнр	69,7	6	0,0	40,0	40,0	15,2	15,6	5,9		3,6	21,2	0,0
11	Внутренняя процентная ставка- <i>IRR</i>	%/год	40,0%	7	0,0	40,0	40,0	40,0	13,3	13,3		0,0	0,0	0,0
12				8	0,0	64,0	64,0	64,0	18,2	18,2		0,0	0,0	0,0
13	Распределение доходов			9	0,0	64,0	64,0	64,0	15,6	15,6		0,0	0,0	0,0
14	Доход по проекту	млнр	300,0	10	0,0	80,0	80,0	80,00	16,6	16,6		0,0	0,0	0,0
15	Доход инвестора	млнр	263,2	0	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
16	Процентный доход по займу	млнр	36,8	0	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
17	Средневзвешенная сумма займа	млнр	21,6	0			0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
18	Доходность по проекту	%/год	138,7%	0			0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
19	Доходность инвестора	%/год	121,7%	0	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
20	Доходность по займу	%/год	17,0%	0	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
21														
22		T		1	100,0	400,0	300,0	263,2	69,7	69,7		36,8	20,0	216,3

Рис.1. Вариант 1 – финансовый портрет модели проекта с заемным капиталом

Финансовый портрет содержит:

- исходные данные ячейки **D3-D6**:
- динамические показатели проекта ячейки D8-D12;
- данные по распределению дохода по проекту ячейки D14-D21;
- денежные потоки инвестиций и поступлений колонки G и H;
- чистый денежный поток поступлений за вычетом инвестиций – колонка *I*;
- денежный поток дохода инвестора колонка **J**;

- дисконтированный чистый денежный поток по проекту колонка K;
- дисконтированный денежный доход инвестора колонка
 L:
- расчетные потоки процентных платежей колонка N;
- расчетный поток амортизации займа и сальдо по займу – колонки О и Р.

Как видим, из рис. 1, вариант 1 финансовый портрет отображает внутреннюю процентную ставку – IRR = 40.0% / год (ячейка D12), а также сумму дохода инвестора — 263,2 млн. руб. (ячейка J22) и процентные расходы по займу — 36,8 млн. руб. (ячейка N22).

С целью математического описания модели проекта примем следующие обозначения:

 IF_{i} – денежные инвестиции в i -м периоде;

 CF_{i} — денежные поступления в i -м периоде;

 $D_{i} = CF_{i} - IF_{i}$ — валовой доход по проекту в i -м периоде;

 $\Delta D = \sum_{i}^{n} D_{i}$ — валовой доход проекта за весь срок

 d_{i} — доход инвестора в i -м периоде;

$$\Delta d = \sum_{i=1}^{n} d_{i}$$
 — доход инвестора за весь срок проекта;

 $B \pi C = IRR$ [% / год] — внутренняя процентная ставка денежного потока;

$$PV^{m} = \sum_{0}^{n} D_{i} (1+r)^{m-i}$$
 — Денежный поток, приве-

денный к расчетному периоду m;

$$NPV = \sum_{0}^{n} D_{i} (1+r)^{0-i}$$
 — валовой доход, приве-

денный к начальному периоду проекта m = 0;

$$NFV = \sum_{i=0}^{n} D_{i} (1+r)^{n-i}$$
 — валовой доход, приве-

денный к конечному периоду проекта n;

 κ_{ρ} — заем в начальном периоде срока проекта;

 $\kappa_{i}^{}$ – величина займа (сальдо по займу) в i -м периоде;

r – процентная ставка дисконта;

E = r — процентная ставка по займу;

$$p_{i} = EK_{i-1}$$
 — процентный доход по займу в i -м периоле.

Валовой доход в целом по проекту, представим в виде алгебраической суммы начальной величины инвестиций κ со знаком минус и суммы доходов

по проекту за каждый период проекта, начиная от периода с номером один и кончая периодом с номером n:

$$\Delta D = \sum_{i}^{n} D_{i} = -K_{o} + \sum_{i}^{n} D_{i}.$$
 (1)

Метод расчета дохода инвестора по проекту можно описать следующим образом. Текущая величина

займа κ_{i-1} уменьшается или увеличивается на величину амортизации A_i . Амортизация A_i представляет собой разницу между валовым доходом по проекту D_i и процентным расходом за пользование займом в i-м периоде:

$$A_i = D_i - p_i \tag{2}$$

Таким образом, сальдо по займу в m -м периоде будет равно:

$$K_{m} = K_{m-1} - A_{m} \tag{3}$$

Начальная величина займа κ_{o} последовательно изменяется на величину амортизации в каждом периоде, начиная с начала проекта, поэтому можно записать:

$$K_{m} = K_{o} - \sum_{i} A_{i} = K_{o} - \left(\sum_{i} D_{i} - \sum_{i} P_{i}\right). \tag{4}$$

Доход инвестора a_i в каждом i -м периоде вычисляется из уравнения:

$$d_{i} = D_{i} - p_{i} - A_{i}. ag{5}$$

Приведенные уравнения определяют модель инвестирования, учитывающего стоимость заемного капитала. Однако, чтобы реализовать модель в операционной среде Excel, необходимо определить условия погашения займа. Решение этой задачи потребует использования логических функций программы Excel.

Принцип разделения валового дохода инвестиционного проекта

Математическое описание принципа разделения валового дохода по проекту будем выполнять при следующем допущении: общая сумма поступлений в течение срока проекта за минусом общей суммы инвестиций является положительной величиной:

$$\sum_{0}^{n} D_{i} = \sum_{0}^{n} (CF_{i} - IF_{i}) > 0.$$
 (6)

Логика погашения займа заключается в следующем. Пока выполняется неравенство $A_i = D_i - p_i < \kappa_{i-1}$ происходит амортизация займа. Сальдо по займу уменьшается или увеличивается на величину A_i в зависимости от знака A_i . Но после того, как A_i превысит κ_{i-1} , величина сальдо по займу амортизируется полностью, то есть выполняется условие равенства — $A_i = \kappa_{i-1}$.

Допустим, такое превышение при ставке дисконта, равной процентной ставке по займу E, наступает в m - ом периоде. Амортизация будет равна:

$$A_{m} = K_{m-1}. \tag{7}$$

В результате сальдо по займу в m -м периоде обнуляется:

$$K_{m} = K_{m-1} - K_{m-1} = 0$$
. (8)

Доход инвестора в этом периоде с учетом уравнения (7) будет равен:

$$d_{m} = D_{m} - p_{m} - A_{m} = D_{m} - p_{m} - K_{m-1}$$
 (9)

В свою очередь величина κ_{m-1} вычисляется из уравнения (4). После подстановки κ_{m-1} из уравнения (4)в уравнение (9) получим:

$$d_{m} = D_{m} - p_{m} - K_{0} + \frac{\Sigma}{2} D_{i} - \frac{m-1}{1} D_{i}$$

$$m-1 \qquad m \qquad m \qquad m$$

$$-\sum_{i} p_{i} = -K_{0} + \sum_{i} D_{i} - \sum_{i} p_{i}$$
(10)

Начиная с периода m до конца срока проекта значения сальдо по займу, процентный доход и амортизация обнуляются. В результате доход инвестора будет увеличиваться за счет поступлений \boldsymbol{D}_{\cdot}

за каждый период, начиная с периода с номером m+1 и кончая периодом n в конце срока проекта (см. рис. 1 — ячейки **J13**, **J14**).

При этом до периода погашения займа величина дохода инвестора равнялась нулю в каждом периоде. В этом легко убедиться, если подставить в уравнение (5) выражение \mathbf{A}_i из уравнения (2). На основании приведенных доводов из (10) следует справедливость следующего уравнения:

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{n} \\
\Sigma \mathbf{d} &= -\mathbf{K}_o + \Sigma \mathbf{D}_i - \Sigma \mathbf{p} \\
\mathbf{1} & \mathbf{i} & \mathbf{1} & \mathbf{i}
\end{array}$$
(11)

Из совместного рассмотрения уравнений (1) и (11) получим следующее уравнение:

$$\begin{array}{cccc}
\mathbf{n} & \mathbf{n} \\
\Sigma \mathbf{d} & + \Sigma \mathbf{p} &= \Delta \mathbf{D} \cdot \\
\mathbf{1} & \mathbf{i} & \mathbf{1} & \mathbf{i}
\end{array}$$
(12)

	Α	В	С	D	Ε	F	G	Н		J	K	L	M	N	0	Р
1		Финансовый портрет инвести	цион	ного пр	ое	екта	a									
							инве	посту	дене	доход	дискон	диско		%-	сумма	
		Исходные данные			1	год	стиц	плени		инвес	тир	нтир		ный	погаш	займ
2			ļ		_		ии	Я	поток	тора	поток	доход	_	дох	ения	
3		Сумма инвестиции	млнр	100	ľ	год	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр		млнр	млнр	млнр
4		Сумма поступлений	млнр	400,0	I.	0	20,0	0,0	-20,0	0,0	-96,1	0,0				20,0
5		Срок проекта	год	10	L	1	20,0	16,0	-4,0	0,0	-16,4	0,0		3,4	-7,4	27,4
6		Процентная ставка кредита	%/год	17,0%	I.	2	20,0	16,0	-4,0	0,0	-14,0	0,0		4,7	-8,7	36,1
7					L	3	40,0	16,0	-24,0	0,0	-72,0	0,0		6,1	-30,1	66,2
8		Динамические показатели			ı.	4	0,0	32,0	32,0	0,0	82,1	0,0		11,3	20,7	45,4
9		Ставка дисконта	%/год	17,0%	I.	5	0,0	32,0	32,0	0,0	70,2	0,0		7,7	24,3	21,2
10		Период приведения	год	10	I.	6	0,0	40,0	40,0	15,2	75,0	28,6		3,6	21,2	0,0
11		Дисконтированный доход	млнр	335,1	I.	7	0,0	40,0	40,0	40,0	64,1	64,1		0,0	0,0	0,0
12		Внутренняя процентная ставка- <i>IRR</i>	%/год	40,0%		8	0,0	64,0	64,0	64,0	87,6	87,6		0,0	0,0	0,0
13						9	0,0	64,0	64,0	64,0	74,9	74,9		0,0	0,0	0,0
14		Распределение доходов				10	0,0	80,0	80,0	80,00	80,0	80,0		0,0	0,0	0,0
15		Доход по проекту	млнр	300,0		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
16		Доход инвестора	млнр	263,2		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
17		Процентный доход по займу	млнр	36,8		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
18		Средневзвешенная сумма займа	млнр	21,6		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
19		Доходность по проекту	%/год	138,7%		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
20		Доходность инвестора	%/год	121,7%		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0			0,0	0,0	0,0
21		Доходность по займу	%/год	17,0%												
22							100,0	400,0	300,0	263,2	335,1	335,1		36,8	20,0	216,3

Рис. 2. Вариант 2 — финансовый портрет модели проекта с периодом приведения n = 10

Левая часть уравнения (12) представляет собой сумму дохода инвестора и процентного дохода по займу капитала за весь срок инвестиционного проекта. Правая часть — это валовой доход по инвестиционному проекту в целом. Таким образом, справедливо утверждение (впервые доказанное работе [4]): валовой доход по инвестиционному проекту состоит из суммы дохода инвестора и процентного дохода заимодавца. В финансовом портрете инвестиционного

проекта на рис. 2 это соотношение отражается в виде суммы – *J*22 + *N*22 = *I*22. Это соотношение является инвариантом по отношению к периоду приведения. Для иллюстрации инвариантности изменим период приведения в финансовом портрете модели проекта на рис. 1 – вариант 1 с нулевого периода на период окончания срока проекта. Результат показан на рис. 2.

Как видим, изменилась величина дисконтированного валового дохода K22 = 335,1 и дисконтированного дохода инвестора L = 335,1. Но величина дохода инвестора и процентные расходы остались прежними. Таким образом, равенство J22 + N22 =

= **/22** сохранилось, что иллюстрирует инвариантность уравнения (12) относительно даты приведения.

Общая сумма амортизации займа

Сумма погашений при полном погашении займа в m -м периоде равна:

$$\sum_{1}^{m} A_{i} = \sum_{1}^{m-1} D_{i} - \sum_{1}^{m-1} p_{i} + K_{m-1}.$$
 (13)

Поскольку справедливо в соответствии с (4) уравнение:

$$K_{m-1} = K_0 - \sum_{i=1}^{m-1} D_i + \sum_{i=1}^{m-1} p_i$$
 (14)

После подстановки (14) в уравнение (13) получаем:

$$\sum_{i=1}^{m} A_{i} = K_{o}. \tag{15}$$

Если принять во внимание, что в m -м периоде заем будет полностью погашен и, следовательно, амортизация в следующих периодах обнуляется, то будет выполняться равенство:

$$\sum_{i=1}^{n} A_{i} = \sum_{i=1}^{m} A_{i} = K_{0}.$$
 (16)

Таким образом, сумма погашений займа в течение срока проекта равна κ_o ! В этом нетрудно убедиться, если посмотреть на финансовые портреты проекта, приведенные на рис. 1 и 2 (см. ячейку **022** = 20 млн. руб.).

Сальдо по займу в т -м периоде

Запишем последовательно уравнения сальдо по займу, начиная с первого годового периода проекта:

$$K_{1} = K_{0} - A_{1} = K_{0} - (D_{1} - P_{1}) = K_{0} - (D_{1} - EK_{0})K_{0}(1 + E) - D_{1}$$

$$\rightarrow K_{1} = K_{0}(1 + E) - D_{1} \qquad (17)$$

$$K_{2} = K_{1} - A_{2} = K_{0}(1 + E) - D_{1} - D_{2} + EK_{1} = A_{2}$$

$$= K_{o}(1+E) - D_{t} - D_{2} + E[K_{o}(1+E) - D_{1}]$$

$$K_{o} = K_{o}(1+E)^{2} - D_{1}(1+E) - D_{o}$$
(18)

$$K_2 = K_0 (1 + E)^2 - D_1 (1 + E) - D_2$$
 (18
 $K_3 = K_2 - A_3 = K_0 (1 + E)^2 - D_1 (1 + E) - D_2 - D_3 + EK_2$

$$K_3 = K_0 (1 + E)^3 - D_1 (1 + E)^2 - D_2 (1 + E) - D_3$$
 (19)

$$K_4 = K_3 - A_4 = K_0 (1 + E)^3 - D_1 (1 + E)^2 -D_2 (1 + E) - D_3 - D_4 + EK_3$$

$$K_4 = K_0 (1 + E)^4 - D_1 (1 + E)^3 - D_2 (1 + E)^2 - D_3 (1 + E) - D_4$$
 (20)

$$K_{m} = K_{o}(1+E)^{m} - D_{1}(1+E)^{m-1} - D_{2}(1+E)^{m-2} - D_{3}(1+E)^{m-3} - D_{m-1}(1+E) - D_{m}$$
(21)

Уравнение (21) запишем в более компактном виде:

$$K_{m} = (1 + E)^{m} (K_{o} - \sum_{i=1}^{m} D_{i} (1 + E)^{-i}).$$
 (22)

Полученное общее уравнение сальдо по займу для произвольного периода позволяет вычислить остаток займа для произвольного периода на основе исходных данных инвестиционного проекта. В финансовом портрете на рис. 1 и 2 эти данные отражены в колонке *P*.

Доход a_m инвестора в m -м периоде

 $d_{m} = D_{m} - (1 + E)K_{m-1}$

Для вывода уравнения дохода инвестора воспользуемся уравнением (9) для того периода, когда заем будет полностью погашен:

ЕСЛИ
$$A_m = K_{m-1}$$
, ТО ПОЛУЧИМ:
$$d_m = D_m - P_m - K_{m-1} \rightarrow d_m = D_m - EK_{m-1} - K_{m-1} \rightarrow$$

Величину κ_{m-1} можно вычислить на основании уравнения (22):

$$K_{m-1} = (1 + E)^{m-1} (K_0 - \sum_{i=1}^{m-1} D_i (1 + E)^{-i})$$
 (24)

(23)

После подстановки (24) в уравнение (23) после несложных преобразований получим следующее уравнение для вычисления дохода инвестора в m - ом периоде:

$$d_{m} = (1 + E)^{m} \left(\sum_{i=1}^{m} D_{i} (1 + E)^{-i} - K_{0} \right).$$
 (25)

Величина дохода инвестора в период, когда заем полностью погашается, отображен финансовым портретом в ячейке **J12** = 15,2 млн. руб.

Уравнение суммы процентного дохода по займу

Преобразуем уравнение (10):

$$\sum_{i=1}^{m} p_{i} = -K_{0} + \sum_{i=1}^{m} D_{i} - d_{m} .$$
(26)

Подставим в уравнение (26), a_m из уравнения (25). В результате получим:

$$\sum_{i=1}^{m} p_{i} = (1 + E)^{m} (K_{0} - \sum_{i=1}^{m} D_{i} (1 + E)^{-i}) - 1$$

$$-K_{0} + \sum_{i=1}^{m} D_{i}$$
(27)

Так как после погашения займа в m -м периоде процентные доходы в последующих периодах равны нулю, можно записать:

$$\frac{n}{\sum_{i}^{m} P_{i}} = \frac{m}{\sum_{i}^{m} P_{i}} = (1 + E)^{m} (K_{0} - \frac{m}{\sum_{i=1}^{m} D_{i}} (1 + E)^{-i})$$

$$-K_{0} + \sum_{i}^{m} D_{i}$$
(28)

Полученное уравнение позволяет вычислить процентные расходы по займу на основе исходных данных проекта. В приведенном финансовом портрете проекта на рис. 1 и 2 эта сумма отражена в ячейке **N22** = 36,8 млн. руб.

Уравнение дохода инвестора

Чтобы вычислить общую сумму потока доходов инвестора, напомним читателю, что в периоды до погашения займа доход инвестора равен нулю, а после погашения займа он равен величине дохода по проекту (см. вывод уравнения (11)):

$$d_{m+i} = D_{m+i}. (29)$$

Таким образом, можем записать:

$$\sum_{m+1}^{n} d_{i} = \sum_{m+1}^{n} D_{i}.$$
(30)

В результате для того, чтобы определить общий *п*

поток доходов инвестора $\Delta d = \sum_{i=1}^{n} d_{i}$, достаточно до-

бавить доход a_m в m -м периоде, вычисляемый из уравнения (25):

$$\Delta d = \sum_{i=0}^{n} d_{i} = (1 + E)^{m} \left(\sum_{i=0}^{m} D_{i} (1 + E)^{-i} - K_{0} \right) + \frac{n}{i}$$

$$+ \sum_{i=0}^{n} D_{i}$$
(31)

Финансовый портрет на рис. 1 и 2 отображает результат расчета общей суммы дохода инвестора в ячейке **J22** = 263,2 млн. руб.

Дисконтированные денежные потоки в инвестиционном проекте

Модели инвестиционных проектов с заемным капиталом обладают удивительным свойством. Это свойство связано с равенством суммы дисконтированного денежного потока проекта и сумме дисконтированного денежного потока доходов инвестора. Докажем универсальный характер этого свойства на математическом уровне.

Уравнение дисконтированного денежного потока проекта для произвольного периода т можно записать в следующем виде:

$$PV_{np}^{\tau} = \sum_{0}^{n} D_{i} (1+r)^{\tau-i} \rightarrow PV_{np}^{\tau} = -K_{0} (1+E)^{\tau} + \sum_{i=1}^{n} D_{i} (1+E)^{\tau-i}$$
(32)

Исходя из уравнения (26) дисконтированный поток дохода инвестора для произвольного периода можно вычислить по следующей формуле:

$$PV_{UH}^{\tau} = \sum_{m+1}^{n} D_{i} (1+r)^{\tau-i} + d_{m} (1+r)^{\tau-m} \rightarrow$$

$$PV_{UH}^{\tau} = \sum_{m+1}^{n} D_{i} (1+r)^{\tau-i} + (1+E)^{\tau} (\Sigma D_{i} (1+E)^{-i} - K_{0})$$

$$PV_{UH}^{\tau} = \sum_{i}^{n} D_{i} (1 + E)^{\tau - i} - K_{0} (1 + E)^{\tau}$$
(33)

Сравнивая уравнения (32) и (33), убеждаемся в их тождественном равенстве:

$$PV_{uH}^{\tau} = PV_{\pi\rho}^{\tau} = \sum_{i=1}^{n} D_{i} (1+E)^{\tau-i} - K_{0} (1+E)^{\tau}$$
 (34)

Из уравнения (34) следует тождественное равенство суммы дисконтированного потока по проекту в целом сумме дисконтированного дохода инвестора для произвольного периода. Иначе говоря, равенство

$$PV_{uh}^{\tau} \equiv PV_{np}^{\tau}$$
 являются инвариантным относительно

исходных данных по проекту и периоду приведения.

При приведении (дисконтировании) денежных потоков к начальному периоду, когда $PV_{\pi p}^{\ 0} = NPV_{\pi p}^{\ }$

а $PV_{UH}^{0} = NPV_{UH}$, уравнение (34) примет следуюший вид:

$$NPV_{\Pi p} = NPV_{UH} = -K_0 + \sum_{i=1}^{n} D_i (1+E)^{-i}$$
 (35)

Финансовый портрет (см. рис. 1 и 2) отображает расчеты $NPV_{np} = NPV_{uH}$ в ячейках K22 = L22 =

= 335,1 млн. руб.

Общая сумма всех сальдо по займу

Из уравнения $p_i = E \kappa_{i-1}$ очевидна справедливость следующего уравнения:

$$\sum_{i}^{n} p_{i} = E \sum_{i}^{n} K_{i-1}.$$
(36)

Из равенства (36) получаем:

$$\sum_{i=1}^{n} K_{i-1} = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^{n} p_{i}.$$
 (37)

Подставим в уравнение (37) правую часть из уравнения (28). В результате получим:

$$\sum_{i} K_{i-1} = \frac{1}{E} [K_{o}((1+E)^{m} - 1) + K_{o}(1+E)^{m} - 1] + K_{o}(1+E)^{m} + \sum_{i=1}^{E} D_{i} - (1+E)^{m} \sum_{i=1}^{E} D_{i}(1+E)^{-i}]$$
(38)

В финансовом портрете проекта (см. рис. 1 и 2) эта сумма отражена в ячейке **Р22** = 216,3 млн. руб.

Сумма процентного дохода по займу при E = IRR

В соответствии с уравнением (26) определим сумму процентных доходов при погашении займа в конце срока инвестиционного проекта при ставке E = IRR

$$\sum_{i=1}^{n} p_{i} = -K_{0} + \sum_{i=1}^{n} D_{i} - d_{n}.$$
 (39)

Величина a_n в соответствии с уравнением (25) будет иметь вид:

$$d_{n} = -K_{0}(1 + IRR)^{n} +$$

$$+ (1 + IRR)^{n} \sum_{i=1}^{n} D_{i}(1 + IRR)^{-i}$$
(40)

Сумма в правой части уравнения представляет собой не что иное как сумму дисконтированного денежного потока проекта, приведенную к конечному сроку проекта — NFV. Из теории инвестиционных проектов известно, что эта сумма равна нулю. Другими словами, сумма дохода инвестора при E = IRR в конце срока проекта равна нулю, т.е. можно записать:

$$d_{n}(IRR) = NFV = 0. (41)$$

В результате из уравнения (39) получим:

$$\sum_{i}^{n} p_{i} = -K_{0} + \sum_{i}^{n} D_{i} = \Delta D.$$
 (42)

Чтобы убедиться на примере инвестиционного проекта на рис. 1 в справедливости соотношения (41) поставим в ячейку *D*6 значение *IRR* = 40,0%/год из ячейки *D*12. То, что получим, представлено в финансовом портрете на рис. 3.

Что мы видим на рис. 3? Вся сумма валового дохода по проекту ушла на оплату процентных расходов по займу! Таким образом, можно сформулировать новый взгляд на экономический смысл параметра *IRR*: внутренняя процентная ставка *IRR* — это ставка, при которой весь валовой доход инвестиционного проекта расходуется на оплату процентов по привлечению заемного капитала.

Такой вывод противоречит утверждению, что проект эффективен, если NPV = 0 [2]. О какой эффективности можно говорить, если доход инвестора равен нулю?

1	Α	В	C	D	ΕF	G	Н		J	K	L	M	N	0	Р
1		Финансовый портрет инвести	екта	1		ļ				Ш					
						инве	посту	дене	доход	дискон	диско	m	%-	сумма	
		Исходные данные			год	стиц	плени	жный	инвес	тир	нтир	П	ный	погаш	займ
2						ии	Я	поток	тора	поток	доход	u	дох	ения	
3		Сумма инвестиции	млнр	100	год	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр	ı	млнр	млнр	млнр
4		Сумма поступлений	млнр	400,0	0	20,0	0,0	-20,0	0,0	-20,0	0,0				20,0
5		Срок проекта	год	10	1	20,0	16,0	-4,0	0,0	-2,9	0,0		8,0	-12,0	32,0
6					2	20,0	16,0	-4,0	0,0	-2,0	0,0		12,8	-16,8	48,8
7		Динамические показатели			3	40,0	16,0	-24,0	0,0	-8,8	0,0		19,5	-43,5	92,3
8		Ставка дисконта=ставка по займу	%/год	40,0%	4	0,0	32,0	32,0	0,0	8,3	0,0		36,9	-4,9	97,1
9		Период приведения	год	0	5	0,0	32,0	32,0	0,0	6,0	0,0		38,8	-6,8	103,9
10		Дисконтированный доход	млнр	0,0	6	0,0	40,0	40,0	0,0	5,3	0,0		41,5	-1,5	105,5
11		Внутренняя процентная ставка-IRR	%/год	40,0%	7	0,0	40,0	40,0	0,0	3,8	0,0		42,1	-2,1	107,6
12					8	0,0	64,0	64,0	0,0	4,3	0,0		43,0	21,0	86,6
13		Распределение доходов			9	0,0	64,0	64,0	0,0	3,1	0,0		34,6	29,4	57,2
14		Доход по проекту	млнр	300,0	10	0,0	80,0	80,0	0,0	2,8	0,0		22,8	57,2	0,0
15		Доход инвестора	млнр	0,0	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
16		Процентный доход по займу	млнр	300,0	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
17		Средневзвешенная сумма займа	млнр	75,1	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
18		Доходность по проекту	%/год	40,0%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
19		Доходность инвестора	%/год	0,0%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	ı	0,0	0,0	0,0
20		Доходность по займу	%/год	40,0%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
21															
22			1			100,0	400,0	300,0	0,0	0.0	0.0		300.0	20,0	750,8

Рис. 3. Финансовый портрет модели инвестиционного проекта при E = IRR

Таким образом, если принять за основу выбора ставки дисконта стоимость капитала и оценивать доход инвестора с учетом расхода на привлечение капитала, то общепринятая теория инвестиционного проекта должна быть скорректирована, по крайней мере, в части критерия эффективности по **NPV**, а

именно: проект будет эффективен, если *NPV>0*. Следующим шагом в оценке (после оценки *NPV*) должен быть расчет дохода инвестора с учетом расхода на привлечение капитала и доходности относительно суммы активов, отвлекаемых на реализацию проекта.

Обратим внимание, что в учебнике И.Я. Лукасевича критерий эффективности сформулирован в том же ключе, а именно: «Общее правило NPV: если NPV>0, то проект принимается»

Доход инвестора при бесплатном займе капитала

Бесплатный инвестируемый капитал — такого не бывает, но для проверки работоспособности модели допустим, что стоимость привлечения равна нулю ($\boldsymbol{E}=0$). Результат представлен на рис. 4.

1	Α	В	С	D	ΕF	G	Н		J	K	L	M	N	0	Р
1		Финансовый портрет инвести	оект	a											
		Исходные данные			год		посту плени	дене жный		дискон тир	диско нтир		%- ный	сумма погаш	займ
2						ии	Я	поток	тора	поток	доход		дох	ения	
3		Сумма инвестиции	млнр	100	год	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр		млнр	млнр	млнр
4		Сумма поступлений	млнр	400,0	0	20,0	0,0	-20,0	0,0	-20,0	0,0				20,0
5		Срок проекта	год	10	1	20,0	16,0	-4,0	0,0	-4,0	0,0		0,0	-4,0	24,0
6					2	20,0	16,0	-4,0	0,0	-4,0	0,0		0,0	-4,0	28,0
7		Динамические показатели			3	40,0	16,0	-24,0	0,0	-24,0	0,0		0,0	-24,0	52,0
8		Ставка дисконта=ставка по займу	%/год	0,0%	4	0,0	32,0	32,0	0,0	32,0	0,0		0,0	32,0	20,0
9		Период приведения	год	0	5	0,0	32,0	32,0	12,0	32,0	12,0		0,0	20,0	0,0
10		Дисконтированный доход	млнр	300,0	6	0,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0		0,0	0,0	0,0
11		Внутренняя процентная ставка- <i>IRR</i>	%/год	40,0%	7	0,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0		0,0	0,0	0,0
12					8	0,0	64,0	64,0	64,0	64,0	64,0		0,0	0,0	0,0
13		Распределение доходов			9	0,0	64,0	64,0	64,0	64,0	64,0		0,0	0,0	0,0
14		Доход по проекту	млнр	300,0	10	0,0	80,0	80,0	80,00	80,0	80,0		0,0	0,0	0,0
15		Доход инвестора	млнр	300,0	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
16		Процентный доход по займу	млнр	0,0	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
17		Средневзвешенная сумма займа	млнр	14,4	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
18		Доходность по проекту	%/год	208,3%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
19		Доходность инвестора	%/год	208,3%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
20		Доходность по займу	%/год		0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
21															
22						100,0	400,0	300,0	300,0	300,0	300,0		0,0	20,0	144,0

Рис. 4. Финансовый портрет модели инвестиционного проекта при E=0

Что же получилось? Доход инвестора стал равным сумме валового дохода проекта, процентный доход по займу обнулился, а заемный капитал возвращен уже на 5-й год. Доходность инвестора, относительно средневзвешенной суммы займа увеличилась до 208,3% / год (ячейка *D*19).

О влиянии временного фактора на эффективность инвестиционного проекта

Распределение во времени инвестиций и поступлений имеет существенное влияние на внутреннюю процентную ставку – *IRR* и на величину *NPV*. Это общеизвестные истины. В данной статье нас интересует, как временной фактор будет влиять на величину дохода инвестора и процентный расход по займу. Допустим, что исходные данные по проекту остаются прежними. Но вся сумма инвестиции сделана в начале срока проекта, а вся сумма поступлений реализована в последний годовой период проекта. Такое возможно, например, если инвестор занимает под 17% / год 100 млн. руб. и покупает недвижимость, а на 10-й год продет эту недвижимость за 400 млн. руб. Валовой доход за срок проекта, как и в ранее рассмотренном примере проекта равен 300 млн. руб.

На первый взгляд хороший бизнес, а главное без особых забот! Отрицательный результат такого бизнеса очевиден. Но в нашем случае интересно, как это будет отражено в модели финансового портрета. Результат показан на рис. 5.

1	A B	C	D	E F	G	Н		J	K	L	M	N	0	Р
1	Финансовый портрет инвести	роект	a											
					инве	посту	денеж	доход	дискон	диско		%-	сумма	
	Исходные данные			год	стиц	плени	ный	инвест	тир.	нтир.		ный	погаш	заем
2		ļ	ļ		ИИ	Я	поток	opa	поток	доход	u	дох	ения	
3	Сумма инвестиции	млнр	100	год	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр	млнр	ı	млнр	млнр	млнр
4	Сумма поступлений	млнр	400,0	0	100,0	0,0	-100,0		-100,0	0,0				100,0
5	Срок проекта	год	10	1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		17,0	-17,0	117,0
6				2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	ı	19,9	-19,9	136,9
7	Динамические показатели			3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		23,3	-23,3	160,2
8	Ставка дисконта=ставка по займу	%/год	17,0%	4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		27,2	-27,2	187,4
9	Период приведения	год	0	5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		31,9	-31,9	219,2
10	Дисконтированный доход	млнр	-16,8	6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		37,3	-37,3	256,5
11	Внутренняя процентная ставка- <i>IRR</i>	%/год	14,9%	7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		43,6	-43,6	300,1
12				8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		51,0	-51,0	351,1
13	Распределение доходов			9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		59,7	-59,7	410,8
14	Доход по проекту	млнр	300,0	10	0,0	400,0	400,0	-80,68	83,2	-16,8		69,8	410,84	0,0
15	Доход инвестора	млнр	-80,7	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
16	Процентный доход по займу	млнр	380,7	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
17	Средневзвешенная сумма займа	млнр	223,9	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
18	Доходность по проекту	%/год	13,4%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0
19	Доходность инвестора	%/год	-3,6%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	ľ	0,0	0,0	0,0
20	Доходность по займу	%/год	17,0%	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	ĺ	0,0	0,0	0,0
21											П			
22					100.0	400.0	300.0	-80.7	-16.8	-16.8		380.7	100.0	2 239.3

Рис. 5. Финансовый портрет модели проекта покупки и продажи недвижимости

Финансовый портрет отобразил все стороны бизнеса по покупке и продаже недвижимости. При распределении во времени инвестиций и поступлении (рис. 1 и 2) внутренняя процентная ставка была 40,0% / год, а при распределении на рис. 5 - 14,9% / год. В первом проекте инвестор получил 263,2 млн. руб. прибыли, а во втором проекте инвестор получил убыток - 80,7 млн. руб. Процентный расход в первом проекте составил 36,8 млн. руб., а во втором проекте 380,7 млн. руб.! Дальнейшие комментарии излишни, кроме одного. Финансовый портрет отобразил инвариантные свойства проекта с заемным капиталом, а именно: равенство сумм дисконтированных потоков — K22 = L22; равенство суммы дохода инвестора и процентного дохода по займу величине валового дохода по проекту – J22 + N22 = I22.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория инвестиционных проектов всегда должна учитывать стоимость привлечения капитала. Для полноценной оценки эффективности инвестиций недостаточно ограничиваться оценкой NPV и IRR. Необходима непосредственная оценка величины дохода инвестора и процентного расхода по привлечению капитала. В работе дано теоретическое обоснование распределения валового дохода инвестиционного проекта на доход инвестора и процентный доход по займу, компенсирующему расходы по привлечению капитала. Доказано равенство суммы дисконтированного денежного потока проекта сумме дисконтированного денежного потока дохода инвестора независимо от времени приведения.

Теория инвестиционного проекта на принципе заемного капитала позволила сформулировать новый взгляд на экономический смысл параметра *IRR*: внутренняя процентная ставка *IRR* – это ставка, при которой весь валовой доход инвестиционного проекта расходуется на оплату процентов по привлечению заемного капитала.

Эффективным инструментом анализа инвестиционных проектов является финансовый портрет модели проекта на основе электронной таблицы Excel. Преимуществом такой модели является высокая скорость вычислений раз-

личных вариантов и визуальное отображение, как результатов расчета характеристик, так и денежных потоков инвестиций и поступлений, а также потоков заемных средств по инвестиционному проекту.

Литература

- Дамодаран А. Инвестиционная оценка: инструменты и методы оценки любых активов [Текст] / А. Дамодаран; пер. с англ. – 6-е изд. – М.: Альпина Паблишерз, 2010. – 1338 с.
- 2. Виленский П.Л. и др. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика [Текст]: учеб. пособие / П.Л. Виленский, В.Н. Лифшиц, С.А. Смоляк. 3-е изд., испр. и доп. М.: Дело, 2004. 888 с.
- 3. Лукасевич И.Я. Инвестиции [Текст] : учеб. И.Я. Лукасевич. М. : ИНФРА-М, 2011. 413 с.
- Царьков В.А. Новые методы и модели анализа инвестиционных проектов [Текст] / В.А. Царьков // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2013. №47. С. 33-43.
- Царьков В.А. Аналитические методы и модели оценки эффективности инвестиционных проектов [Текст] / В.А. Царьков // Аудит и финансовый анализ. – 2014. – №2. – С. 241-247.
- Царьков В.А. Математическая модель инвестиционного проекта с заемным капиталом [Текст] / В.А. Царьков // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2014. – №32. – С. 39-45.

Ключевые слова

Инвестиционный проект, модели инвестиционного анализа, финансирование инвестиций, чистый дисконтированый доход, внутренняя норма доходности

Царьков Вячеслав. Алексеевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рецензируемая статья весьма оригинальна по содержательной постановке – автор разрабатывает теорию инвестиционного проектирования с учетом расходов на привлечение капитала и при прямом расчете динамики всех стоимостных компонент финансового потока проекта. В итоге, принимая некоторые нестандартные долущения (например, о ставке дисконтирования на уровне внутреней нормы доходности и др.), он получает ряд нетривиальных и интересных, но, по моему мнению и довольно дискуссионных, хотя и формально правильных при принятых допущениях, выводов, таких как : «внутренняя процентная ставка *IRR* — это ставка, при которой весь валовой доход инвестиционного проекта расходуется на оплату процентов» или «для полноценной оценки эффективности инвестиций недостаточно ограничиться оценкой *NPV и IRR*…" В целом, считаю, что статья очень интересна достойна публикации.

Лившиц В.Н., д.э.н., проф., Заслуженный деятель науки РФ, заведующий отделом Института системного анализа Российской Академии наук.