

### 3.6. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ РАБОТАМИ ИННОВАЦИОННОГО ПРОЕКТА С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕН- НОСТИ И РИСКА

Мищенко А.В., д.э.н., профессор кафедры логистики  
Факультета логистики Национального  
исследовательского университета  
«Высшая школа экономики»;  
Кошелев П.С., аспирант кафедра экономики и  
финансов Негосударственного образовательного  
учреждения высшего профессионального  
образования «Институт экономики и  
предпринимательства»

В настоящей работе рассмотрен вопрос оптимизации управле-  
ния работами и ресурсами инновационного проекта.

Изучены ситуации, когда продолжительности работ задаются как  
интервально, так и с учетом некоторого возможного возмущения.  
Рассмотрена двухкритериальная модель оценки эффективности  
календарного плана.

Проанализирован процесс оптимизации инвестиционной фазы  
проекта с учетом стоимости работ, а также в случае мягких ограни-  
чений на последовательность выполнения работ. Приведен ряд  
практических примеров.

#### ВВЕДЕНИЕ

В современной мировой экономике приоритеты  
экономического развития сместились с  
производства на перманентные инновации. В  
подобных условиях важнейшим направлением,  
которое сможет вывести российскую экономику на  
путь устойчивого развития, является активизация и  
повышение эффективности инновационной  
деятельности [2]. Та роль, которую начинают играть  
инновации различных видов в деятельности  
современных предприятий, определена спецификой  
самой конкурентной среды, в которой этим  
предприятиям приходится существовать. В  
условиях ожесточенной конкурентной борьбы  
между фирмами за рынки сбыта своей продукции  
только на базе инновационных технологий можно  
успешно развиваться. Однако условия  
деятельности фирм осложняются еще и тем, что  
внешняя среда динамично изменяется, возрастают  
факторы риска. Руководителям фирм приходится  
работать в условиях неопределенности,  
приспосабливаясь к неблагоприятным факторам,  
действующим на рынках сбыта [6].

Следует также отметить, что в Российской  
Федерации при всем имеющемся разнообразии  
альтернативных источников финансирования  
инновационной деятельности основным из них  
выступают собственные средства предприятий (87%  
– в 1999 г. и 77,3% – в 2010 г.). Крупные проекты по  
внедрению радикальных инноваций становятся все  
более дорогостоящими для отечественных  
предприятий [7]. Компании рискуют потерять  
значительные средства в процессе реализации  
инновации, и провал порой означает, что фирме  
придется покинуть рынок.

В подобных условиях актуальность методов,  
позволяющих реализовать управление  
инновационным проектом и учесть при этом тот риск  
и ту неопределенность, которые в силу самой  
специфики инноваций неизбежно ему сопутствуют,  
представляется весьма высокой. Под  
инновационным проектом в данной работе мы будем  
понимать совокупность взаимообусловленных и  
взаимосвязанных по ресурсам, срокам и  
исполнителям мероприятий, направленных на  
достижение инновационных целей предприятия [10].  
Соответственно риском в инновационной  
деятельности мы будем считать опасность того, что  
цели, поставленные в инновационном проекте, могут  
быть не достигнуты полностью или частично [5].  
Вообще говоря, современные методы управления  
проектами охватывают множество направлений  
данной научной дисциплины. К ним относятся такие,  
как: разработка концепции проекта,  
организационные структуры управления проектами,  
управление финансами проекта, управление  
работами проекта, экспертиза проекта и т.д.

В предлагаемой работе основное внимание будет  
уделено оптимизации управления работами и  
ресурсами инновационного проекта. Несмотря на  
то, что на текущий момент времени изучены сотни  
разнообразных методов и моделей оптимизации  
управления ресурсами проектов, те не менее, при  
решении проблемы минимизации инвестиционной  
фазы проекта в условиях неопределенности и  
риска, существует определенный дефицит  
соответствующих методов количественного  
анализа. При этом именно инвестиционная фаза,  
как наиболее капиталоемкая, играет существенную  
роль в успехе всего инновационного проекта.  
Неудача на ней, вызванная неучтенным риском,  
может закончиться значительными финансовыми  
потерями. В данной работе предпринята попытка  
как восполнить существующие теоретические  
пробелы теории расписаний и календарного  
планирования, так и предложить практические  
подходы для оптимизации управления ресурсами  
проекта.

#### 1. Детерминированная постановка задачи

Рассмотрим задачу оптимизации инвестиционной  
фазы проекта в следующей постановке.

Пусть технологическая последовательность  
выполнения работ этой фазы задана  
ориентированным ациклическим графом  $G(m, n)$ ,  
где  $m$  – число дуг,  $n$  – число вершин. Будем далее  
полагать, что дуги задают технологическую  
последовательность выполнения работ, а вершины  
соответствуют работам. Для выполнения каждой  
работы  $i$  необходимы ресурсы, заданные вектором  
 $a_i = (a_{i1}, \dots, a_{im}, \dots, a_{i(m+1)}, \dots, a_{im1})$ .

Будем полагать, что ресурсы вида  $1, 2, \dots, m$  – это  
нескладируемые ресурсы, а ресурсы вида  
 $m + 1, \dots, m1$  – складированные ресурсы. Работа  $i$   
( $i = 1, 2, \dots, n$ ) может быть выполнена за время  $t_i$ ,

если ей выделены ресурсы в объеме  $a_i$ . Прерывать выполнение работ нельзя. Необходимо в условиях технологических ограничений на последовательность выполнения работ, заданных орграфом  $G(m, n)$  и ограничений ресурсных, заданных вектором  $b = (b_1, \dots, b_m, \dots, b_{m+1}, \dots, b_{im+1})$  выполнить все работы инвестиционной фазы проекта. Для решения этой задачи может быть использована схема метода ветвей и границ, заключающаяся в следующем.

**Шаг 1.** Вычисление нижней границы продолжительности календарного плана на оптимальном решении. В ситуации, когда каждая работа выполняется одним исполнителем, а всего исполнителей  $m$  (складируемые ресурсы при этом для всех видов работ в необходимых объемах выделены) нижняя граница  $T_n$  вычисляется по следующей формуле:

$$T_n = \max \left\{ s_{кр}, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n t_i \right\}, \tag{1}$$

где  $s_{кр}$  – длина критического пути ориентированного графа  $G(m, n)$ .

**Шаг 2.** Вычисление верхней границы продолжительности календарного плана на оптимальном решении.

Верхняя граница  $T_o$  может быть получена путем формирования допустимого календарного плана и вычисления его продолжительности, которая и будет принята в качестве  $T_o$ .

**Шаг 3.** Если  $T_o = T_n$ , то решение задачи получено и это будет календарный план, длина которого равна  $T_o$ .

**Шаг 4.** Если  $T_o > T_n$ , то продолжить анализ допустимых календарных планов, вычисляя при этом каждый раз текущую нижнюю оценку  $T_n^{max}(\tau)$  в момент завершения очередной работы по формуле:

$$T_n^{max}(\tau) = \tau + \max_{i=1, k} \left\{ s_i, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n t_i \right\}, \tag{2}$$

где  $\tau$  – момент времени завершения одной из работ при формировании текущего допустимого календарного плана;

$k$  – число путей в графе  $G(n, m)$ ;

$s_i$  – длина пути ориентированного графа  $s_i$  с учетом полного или частичного выполнения работ, входящих в путь с номером  $i$ ;

$t_i$  – длина работы с номером  $i$  с учетом полного или частичного ее выполнения к моменту времени  $\tau$ ;

$M$  – число исполнителей работ.

Если  $T_n^{max}(\tau) \geq T_o$ , то формирование текущего календарного плана прекращается, так как его продолжительность будет не менее  $T_o$  и, следовательно, он не будет оптимальным. Если же

$T_n^{max}(\tau) < T_o$ , то продолжаем формировать дальше данный календарный план.

Таким образом, вычисляя  $T_n^{max}(\tau)$ , каждый раз после окончания очередной работы, формируемый план будет либо отбракован, либо будет полностью сформирован. Обозначим продолжительность полученного нового календарного плана через  $T'$ . Если  $T' < T_o$ , то в дальнейшем полагаем  $T_o$  равным значению  $T'$ .

Если новое значение  $T_o = T_n$ , то оптимальный календарный план сформирован. Если  $T_o > T_n$ , то переходим к анализу очередного допустимого календарного плана. Продолжая описанную процедуру анализа всех допустимых календарных планов, в итоге получим одну из двух ситуаций.

1. При очередной корректировке  $T_o$  получим  $T_o = T_n$ , и в этом случае план продолжительности  $T_n$  будем оптимальным.
2. После анализа всех допустимых планов получим  $T_o > T_n$ . В этом случае оптимальным будет тот календарный план, который соответствует последнему (минимальному) значению  $T_o$ .

В ситуации большой размерности задачи (число работ от нескольких сотен до нескольких тысяч) может быть использована схема усеченного метода ветвей и границ, суть которого состоит в том, что не следует добиваться равенства  $T_o = T_n$ , а следует прекращать после достижения соотношения  $(T_o - T_n) \leq \Delta$ , где  $\Delta$  – заданная точность решения задачи.

Рассматривая предыдущую задачу, мы не учитывали влияние интенсивности поставок складируемых ресурсов на продолжительность работ. Будем далее полагать, что интенсивность поставок складируемого ресурса для выполнения работы  $i$  за время  $t_i$  должна быть не менее, чем  $q_i(t)$  на интервале времени выполнения работы  $i$  ( $\tau_i, \tau_i + t_i$ ).

Если существует отрезок  $(\Delta_i^1, \Delta_i^2) \subseteq (\tau_i, \tau_i + t_i)$ , на котором реальная интенсивность поставок  $M_i(t) < q_i(t) \forall t \in (\Delta_i^1, \Delta_i^2)$ , то длительность работы  $t_i$ , очевидно, увеличится на величину  $\Delta_i$ , где:

$$\Delta_i = t_i * \left| 1 - \frac{\int_{\tau_i}^{\tau_i+t_i} u_i(t) dt}{\int_{\tau_i}^{\tau_i+t_i} q_i(t) dt} \right|, \tag{3}$$

где  $u_i(t)$  – реальная интенсивность поставки складируемого ресурса;

$q_i(t)$  – интенсивность поставки складируемого ресурса, которая обеспечивает выполнение работы  $i$  за минимальное время  $t_i$ .

Скорректировав все длительности работ с учетом формулы (3), далее для оптимизации календарного

плана может быть использован метод ветвей и границ, описание которого приведено выше.

## 2. Анализ устойчивости календарных планов

Оценивая продолжительность выполнения работ календарного плана, лицо принимающее решение (ЛПР), может определять их продолжительности либо исходя из накопленной статистики, либо базируясь на мнении эксперта. В связи с этим детерминированная оценка длительности каждой работы чаще всего невозможна.

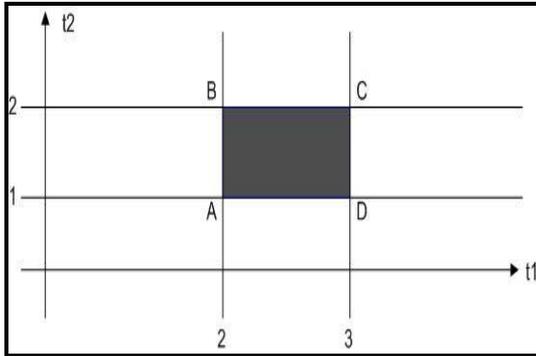


Рис. 1. Область допустимых значений при интервальном задании длительностей работ

Поэтому продолжительность работы в большинстве случаев может быть оценена либо интервально  $t_i \in [t_i^1, t_i^2]$ , либо с учетом некоторого возможного возмущения. В первом случае полагается, что продолжительность работы  $i$  может быть любым числом из интервала  $[t_i^1, t_i^2]$ . Во втором случае считается, что наиболее вероятной является продолжительность работ  $t_i$ , но возможны отклонения от этой продолжительности на величину не более чем  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ).

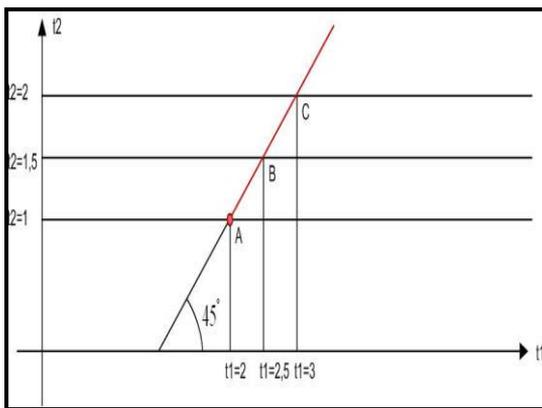


Рис. 2. Множество длительностей двух работ при возмущении  $\varepsilon \in (0, \infty)$

Таким образом, длина работы  $i$  есть диапазон  $(t_i - \varepsilon, t_i + \varepsilon)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Рассмотрим пример, иллюстрирующий различие этих двух подходов. В первом случае длительности работ принимают различные значения на многомерном параллелепипеде:

$$P = \prod_{i=1}^n [t_i^1, t_i^2]. \tag{4}$$

В двумерном случае длительности работ – это все точки прямоугольника ABCD, если  $t_1 \in [2, 3]$ ;  $t_2 \in [1, 2]$ .

Во втором случае, если  $t_1 = 2$ ;  $t_2 = 1$  и длительность работы может увеличиваться на  $\forall \varepsilon > 0$ , то множество длительностей работ  $t_1, t_2$  графически можно представить следующим образом (рис. 2).

Таким образом, возможная длительность работ 1 и 2 – это луч, начало которого  $t_1 = 2$ ;  $t_2 = 1$ , и угол наклона которого к оси  $t_1$  равен  $45^\circ$ .

Очевидно, что если величина возмущения  $\varepsilon$  ограничена, например,  $\varepsilon \in [0, 2]$ , то множество допустимых значений длительностей работ 1 и 2 в ситуации, когда  $t_1 = 2$ ;  $t_2 = 1$  будет отрезок прямой с координатами  $t_1^1 = 2$ ;  $t_1^2 = 1$  и  $t_1^2 = 4$ ;  $t_2^2 = 3$ .

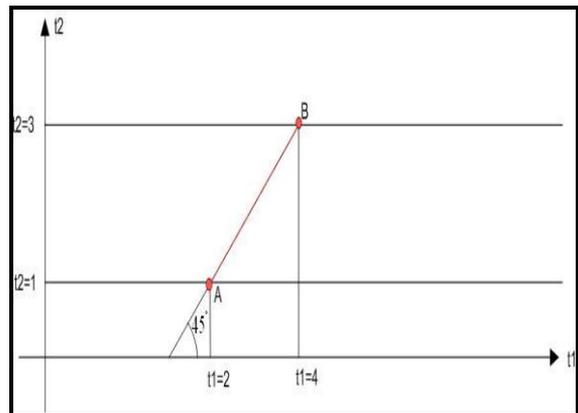


Рис. 3. Множество допустимых значений длительностей работ 1 и 2 в ситуации, когда начальные значения длительностей  $t_1 = 2$ ;  $t_2 = 1$  и  $\varepsilon \in [0, 2]$

В условиях неточного задания длительностей работ необходимо выяснить, как будет меняться оптимальный календарный план при варьировании этих продолжительностей.

В работе [9] доказано, что если продолжительности работ могут меняться на многомерном параллелепипеде:

$$P = \prod_{i=1}^n [t_i^1, t_i^2], \tag{5}$$

то  $P$  может быть разбит на конечное число многогранников  $M_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ), обладающих следующими свойствами.

1. Примем равенство:

$$\bigcup_{j=1}^N M_j = P. \tag{6}$$

1. Для любого многогранника  $M_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) существует календарный план  $K_j$ , который остается оптимальным для любого  $t \in M_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ). Здесь  $t = (t_1, \dots, t_n)$  - вектор, координаты которого задают длительности работ  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).
2. Если работы непрерываемы, то продолжительность оптимального плана может быть представлена следующим образом:

$$T_{opt} = \sum_{i \in D_\epsilon} t_i e_i, \tag{7}$$

где  $D_\epsilon$  - некоторое подмножество работ исходного множества работ  $q$ , т.е.  $D_\epsilon \subseteq q$ .

Проиллюстрируем это утверждение на следующем примере. Пусть есть три работы,  $G(m, n) \equiv G(0, n)$ . Длительности работ заданы интервально  $2 \leq t_i \leq 5$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Рассмотрим следующий календарный план в условиях, когда работы выполняются двумя исполнителями (рис. 4).

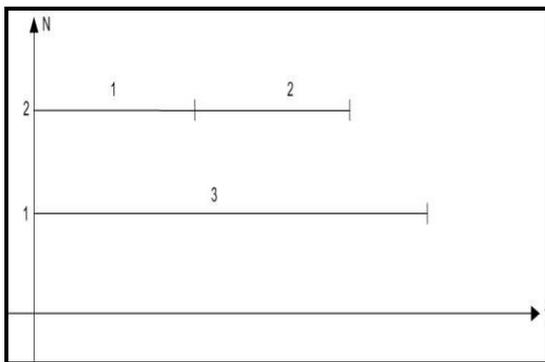


Рис. 4. Диаграмма Ганта календарного плана

Здесь работы 1 и 2 выполняет исполнитель 2, а работу 3 выполняет исполнитель 1. Очевидно, что этот план оптимален на следующем множестве точек, задающих длительности работ:

$$\begin{cases} 2 \leq t_1 \leq 5 \\ 2 \leq t_2 \leq 5 \\ 2 \leq t_3 \leq 5 \\ t_1 < t_3 \\ t_2 < t_3 \\ t_1 + t_2 < t_3 \end{cases} \tag{8}$$

Длина оптимального плана равна  $t_3$ . Следовательно, в  $D_\epsilon$  входит только работа 3.

Рассмотрим ситуацию, когда длительности всех работ могут увеличиваться на величину  $\epsilon > 0$ . Если непрерываемые работы выполняются  $K$  исполнителями, есть  $N$  допустимых календарных планов, то продолжительность оптимального плана определяется по формуле:

$$T_{opt} = \min_{e=1, N} \max_{j=1, K} \{ \tau_j^e \}, \tag{9}$$

где  $T_{opt}$  - продолжительность оптимального плана;

$K$  - число исполнителей работ;

$\tau_j^e$  - момент завершения выполнения работ исполнителем  $j$  в календарном плане  $e$ .

Если длительности всех работ увеличатся на величину  $\epsilon > 0$ , то формула (2) примет следующий вид:

$$T_{opt}(\epsilon) = \min_{e=1, N} \max_{j=1, K} \{ \tau_j^e + m_j^e \epsilon \}, \tag{10}$$

где  $m_j^e$  - число работ, выполняемых исполнителем  $j$  в календарном плане  $e$ ;

$\epsilon$  - приращение длительности каждой работы.

Из формулы (10), в частности, следует, что если план с номером  $q$  был оптимален при  $\epsilon = 0$ , а максимальное число работ, выполняемых исполнителем в плане  $q$  равно  $m_{max}^q \equiv m_b^q$  и в  $D_\epsilon^q$  входят только работы, выполняемые исполнителем  $b$  в плане  $q$ , то при увеличении работ  $t_i$  на любое  $\epsilon > 0$ , план  $q$  остается оптимальным, если  $m_{max}^q \leq m_{max}^j$   $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $j \neq q$  и продолжительность плана  $j$  определяется работами  $D_\epsilon^q$ .

Здесь  $m_{max}^j$  - максимальное число работ, выполняемых одним исполнителем в плане  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $j \neq q$ ).

Иными словами, если есть некоторое множество допустимых планов и продолжительность каждого плана определяется суммой длительностей работ, выполняемых тем исполнителем в каждом плане, который выполняет максимальное число работ.

Если у оптимального плана  $q$  максимальное число работ, выполняемых одним исполнителем  $m_{max}^q = m_{max}^j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ), то календарный план  $q$  остается оптимальным при увеличении всех длительностей работ на любое  $\epsilon > 0$ . Доказательство этого факта следует из того, что:

Длина оптимального плана определяется множеством работ  $D_\epsilon^q$ , число которых равно:  $m_{max}^q$ ,

т.е.  $T_{opt} = \sum_{i \in D_\epsilon^q} t_i$ .

Для остальных календарных планов их продолжительность будет равна:

$$T_j = \sum_{i \in D_\epsilon^j} t_i > T_{opt} \quad j = 1, 2, \dots, N. \tag{11}$$

При увеличении длительностей работ на любое  $\epsilon > 0$  продолжительности всех планов будут соответственно равны:

$$T_{opt}(\epsilon) = \sum_{i \in D_\epsilon^q} t_i + m_{max}^q \cdot \epsilon, \tag{12}$$

$$T^j(\epsilon) = \sum_{i \in D_\epsilon^j} t_i + m_{max}^j \cdot \epsilon. \tag{13}$$

В силу соотношения (11), а также того, что  $m_{max}^q \leq m_{max}^j \quad j = 1, 2, \dots, N$ ,

получим  $T^j(\varepsilon) > T_{onm}(\varepsilon)$  для любого  $\varepsilon > 0$ .

В общем случае длина допустимого календарного плана может быть определена следующей формулой:

$$T^\circ = \max_{j=1, m} \left\{ \sum_{i \in I_e^j} t_i \right\} \quad e = 1, 2, \dots, N, \tag{14}$$

где  $m$  – число исполнителей;

$I_e^j$  – множество работ, выполняемых исполнителем  $j$  в плане с номером  $e$ .

Очевидно, что если длительность всех работ увеличить на  $\varepsilon > 0$ , то продолжительность календарного плана  $e$  будет вычисляться следующим образом:

$$T^\circ(\varepsilon) = \max_{j=1, m} \left\{ \sum_{i \in I_e^j} t_i + n_e^j \cdot \varepsilon \right\}, \tag{15}$$

где  $n_e^j$  – число работ, выполняемых  $j$ -м исполнителем в плане  $e$ .

Из формулы (15) в частности следует, что существует  $\varepsilon^*$ , начиная с которого ( $\varepsilon^* < \varepsilon < \infty$ ) длина плана  $e$  будет определяться суммарной продолжительностью работ того исполнителя, который выполняет максимальное число работ в данном календарном плане. Обозначим через  $r_e^j$  момент завершения работ, выполняемых исполнителем  $j$  в календарном плане  $e$ .

Перенумеруем исполнителей по возрастанию числа работ, выполняемых каждым из них, т.е.  $p > q$ , если  $n_e^p > n_e^q$ .

Пусть исполнитель с номером  $\lambda$  заканчивает выполнять работы последним, т.е.:

$$T^\circ = \max \left\{ \sum_{i \in I_e^\lambda} t_i \right\} = \sum_{i \in I_e^\lambda} t_i \quad 1 \leq \lambda \leq m. \tag{16}$$

Если  $\lambda < m$ , то графически изменение длительности плана  $T^\circ(\varepsilon)$  при росте  $\varepsilon$  можно представить следующим образом (рис. 5).

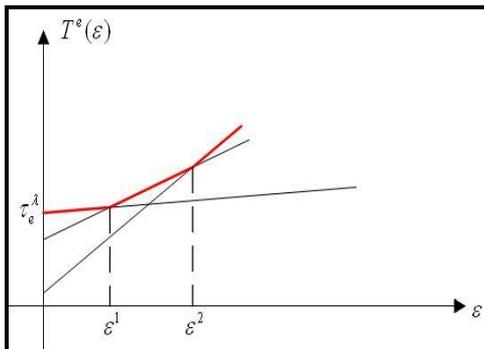


Рис. 5. График изменения длительности календарного плана  $e$  при росте значения  $\varepsilon$

В точках  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  меняется траектория роста  $T^\circ(\varepsilon)$  за счет того, что время завершения работ, выполняемых другими исполнителями растет быстрее при росте  $\varepsilon$ , чем время завершения работ исполнителем  $\lambda$ .

Таким образом, динамика изменения продолжительности плана  $e$  при росте  $\varepsilon$  представляет собой кусочно-линейную возрастающую функцию  $T^\circ(\varepsilon)$ .

Приведем пример, иллюстрирующий сформулированное утверждение.

Обозначим  $T_j^\circ(\varepsilon)$  момент завершения выполнения работ исполнителем  $j$  в календарном плане  $e$  при возмущении  $\varepsilon$ . Как следует из (15):

$$T_j^\circ(\varepsilon) = \sum_{i \in I_e^j} t_i + n_e^j \cdot \varepsilon. \tag{17}$$

Очевидно, что:

$$\frac{dT_j^\circ(\varepsilon)}{d\varepsilon} = n_e^j. \tag{18}$$

Следовательно, если при  $\varepsilon = 0$  продолжительность плана  $e$  определяется как

$$T_e(0) = \sum_{i \in I_e^k} t_i \quad 1 \leq k \leq m, \tag{19}$$

и существует исполнитель  $p$ , для которого:

$$\frac{dT_p^\circ(\varepsilon)}{d\varepsilon} > \frac{dT_k^\circ(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \tag{20}$$

$$\frac{dT_p^\circ(\varepsilon)}{d\varepsilon} > \frac{dT^j(\varepsilon)}{d\varepsilon} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m, \tag{21}$$

то существует  $\varepsilon^*$ , начиная с которого

$$T^\circ(\varepsilon) = \sum_{i \in I_e^p} t_i + n_e^p \cdot \varepsilon \tag{22}$$

для всех  $\varepsilon \in (\varepsilon^*, \infty)$ .

В качестве примера рассмотрим следующую диаграмму Ганта.

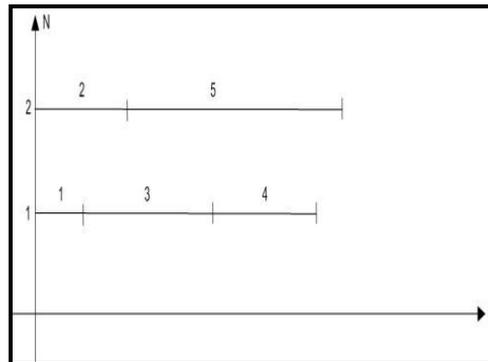


Рис. 6. Диаграмма Ганта календарного плана  $e$  в ситуации  $\varepsilon = 0$

Здесь длительности работ, выполняемые двумя исполнителями, заданы следующим образом;  $t_2 = 2$ ;  $t_3 = 3$ ;  $t_4 = 2,5$ ;  $t_5 = 5$ .

При  $\varepsilon = 0$  длина календарного плана определяется суммой длительностей работ, выполняемых вторым исполнителем, т.е.  $T(0) = 5 + 2 = 7 = T_2(0)$ , т.е. длительность плана определяется временем завершения работ, выполняемых вторым исполнителем.

Определим

$$\frac{T_1(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \tag{23}$$

$$\frac{T_2(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \tag{24}$$

где  $T_1(\varepsilon)$  и  $T_2(\varepsilon)$  – это момент окончания выполнения работ первым исполнителем и вторым исполнителем.

Соответственно

$$\frac{dT_1(\varepsilon)}{d\varepsilon} = (1 + 3 + 2,5 + 3\varepsilon)' = 3, \tag{25}$$

$$\frac{dT_2(\varepsilon)}{d\varepsilon} = (2 + 5 + 2\varepsilon)' = 2. \tag{26}$$

Определим значение  $\varepsilon^*$ , начиная с которого длительность календарного плана задается моментом завершения работ, выполняемых первым исполнителем.

Для этого решим уравнение

$$T_1(\varepsilon^*) = T_2(\varepsilon^*), \tag{27}$$

$$2 + 5 + 2\varepsilon = 1 + 3 + 2,5 + 3\varepsilon. \tag{28}$$

Откуда  $\varepsilon^* = 0,5$ .

Таким образом, при  $\varepsilon \geq 0,5$  длительность календарного плана определяется моментом завершения работ первым исполнителем.

Следовательно  $T_0(\varepsilon)$  определяется следующим образом:

$$T_0(\varepsilon) = \begin{cases} 7 + 2\varepsilon & 0 \leq \varepsilon \leq 0,5; \\ 6,5 + 3\varepsilon & 0,5 \leq \varepsilon < \infty. \end{cases} \tag{29}$$

Рассматривая динамику изменения длительности всех допустимых календарных планов, можно определить зону изменения  $\varepsilon \in (\varepsilon', \varepsilon'')$  для каждого плана, в которой он будет оптимальным. Процедура определения такой зоны будет состоять в следующем. Пусть есть  $N$  календарных планов, и среди них есть оптимальный план  $e$  для ситуации, когда возмущение  $\varepsilon = 0$ .

Для данного плана сформируем функцию  $T^0(\varepsilon)$ , задающую длину плана в зависимости от величины возмущения  $\varepsilon$  с использованием формулы (5). Аналогичным образом определяется функция  $T^i(\varepsilon)$  для любого другого календарного плана. Далее определяется

$$\frac{dT^j(\varepsilon)}{d\varepsilon} \tag{30}$$

в точке  $\varepsilon = 0$  для всех  $j = 1, 2, \dots, N$  и формируем подмножество календарных планов  $D_1$ , для которого выполняется соотношение:

$$\left. \frac{dT^i(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} < \left. \frac{dT^0(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \quad i \in D_1 \tag{31}$$

Далее решаем уравнения вида:

$$T^i(\varepsilon) = T^0(\varepsilon) \quad i \in D_1, \tag{32}$$

Получим решения вида  $\varepsilon_1^1, \dots, \varepsilon_{M_1}^1$ ,

где  $M_1$  – число элементов во множестве  $D_1$ .

Выбираем

$$\min_{j \in D_1} \varepsilon_j^1 = \varepsilon_{min}^1 = \varepsilon_k^1. \tag{33}$$

Следовательно, при возмущении  $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k^1$  оптимальным будет оставаться календарный план  $e$ . Начиная с величины возмущения  $\varepsilon_k^1$  и более оптимальным становится план  $k$ . Для того, чтобы определить правую границу возмущения интервала изменения  $\varepsilon$ , на котором оптимальным будет план  $k$ , выполним следующую процедуру.

Сформируем множество календарных планов  $D_2$  следующим образом. Включим в множество  $D_2$  все календарные планы, удовлетворяющие следующему условию:

$$\left. \frac{dT^i(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_k^1} < \left. \frac{dT^k(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_k^1}. \tag{34}$$

Далее решаем уравнения вида

$$T^i(\varepsilon) = T^k(\varepsilon) \quad i \in D_2 \tag{35}$$

на интервале изменения  $\varepsilon \in [\varepsilon_k^1, \infty)$ .

Получим решения  $\varepsilon_1^2, \dots, \varepsilon_{M_2}^2$ .

Выбираем минимальное из этих решений:

$$\min_{j \in D_2} \varepsilon_j^2 = \varepsilon_{min}^2 = \varepsilon_m^2. \tag{36}$$

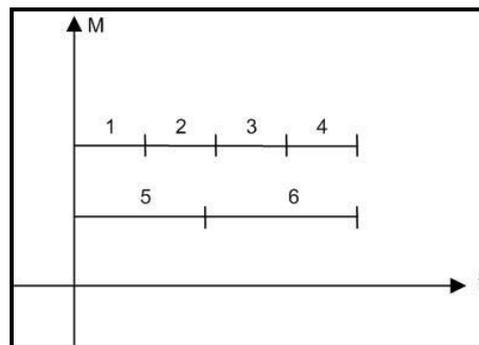


Рис. 7. Диаграмма Ганта первого календарного плана

Таким образом, решение  $k$  будет оптимальным при изменении возмущения на интервале  $[\varepsilon_k^1, \varepsilon_m^2]$ .

Учитывая конечность числа решений у каждого уравнения вида:

$$T_i(\varepsilon) = T_j(\varepsilon); \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, N; \quad i \neq j; \quad \varepsilon \in (0, \infty) \tag{37}$$

получим, что интервал изменения его значений  $\varepsilon \in (0, \infty)$  может быть разбит на конечное число отрезков таким образом, что при изменении возмущения в границах одного отрезка остается оптимальным один и тот же календарный план.

Рассмотрим пример, интерпретирующий данное утверждение. Пусть есть шесть работ, выполняемых двумя исполнителями:

$$M = 2; G(m, n) \equiv G(0, n). \tag{38}$$

Длительности работ равны  $t_i = 1 \quad i = 1, 2, 3, 4$ ;  $t_5 = 1, 9$ ;  $t_6 = 2, 1$ . Рассмотрим два календарных плана выполнения работ (рис. 7, 8).

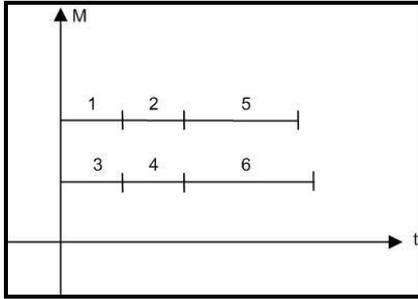


Рис. 8. Диаграмма Ганта второго календарного плана

Легко видеть, что первый календарный план будет оптимальным при  $\varepsilon = 0$ :

$$T^1 = \max \{1 + 1 + 1 + 1; 2, 1 + 1, 9\} = 4, \tag{39}$$

$$T^2 = \max \{1 + 1 + 1, 9; 1 + 1 + 2, 1\} = 4, 1 \tag{40}$$

Если длительности всех работ увеличить на  $\varepsilon > 0$ , то продолжительности планов соответственно будут равны:

$$T^1(\varepsilon) = \max \{4 + 4\varepsilon; 4 + 2\varepsilon\}, \tag{41}$$

$$T^2(\varepsilon) = \max \{3, 9 + 3\varepsilon; 4, 1 + 3\varepsilon\}. \tag{42}$$

Очевидно, что длина первого плана при возмущении  $\varepsilon$  будет равна:

$$T_1(\varepsilon) = 4 + 4\varepsilon, \tag{43}$$

а второго плана:

$$T_2(\varepsilon) = 4, 1 + 3\varepsilon. \tag{44}$$

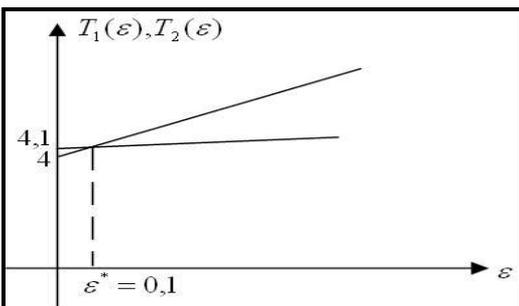


Рис. 9. Точка перехода к новому оптимальному календарному плану

Учитывая, что:

$$\frac{dT_1(\varepsilon)}{d\varepsilon} > \frac{dT_2(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \tag{45}$$

для некоторого  $\varepsilon^* > 0$  произойдет переход на другой оптимальный план.

Для того, чтобы определить это граничное значение  $\varepsilon^* > 0$ , решим следующее уравнение:

$$4 + 4\varepsilon = 4, 1 + 3\varepsilon. \tag{46}$$

Отсюда  $\varepsilon = 0, 1$ .

Следовательно, возмущение, начиная с которого оптимальным будет второй календарный план  $\varepsilon^* = 0, 1$ .

Графически эта ситуация может быть отражена следующим образом (рис. 9).

### 3. Двухкритериальные модели оценки эффективности календарных планов

В предыдущем разделе была рассмотрена ситуация интервального задания длительности работ проекта. Если существует накопленная статистика выполнения работ проекта, то длительность каждой работы может быть задана как случайная величина с заданным законом распределения, т.е.:

$$t_i = \begin{cases} t_i^1 & p_i \\ \dots & \dots \\ t_i^m & p_m \end{cases}; p_j \geq 0; \sum_{j=1}^m p_j = 1. \tag{47}$$

В этой ситуации эффективность календарного плана может быть оценена по двум показателям.

1. Математическое ожидание длительности календарного плана, рассчитанное исходя из того, что в качестве продолжительности каждой работы выбирается ее математическое ожидание:

$$\bar{t}_i = \sum_{j=1}^m t_i^j P_j \tag{48}$$

1. Риск календарного плана. В качестве количественной оценки риска календарного плана может быть выбрана либо дисперсия его продолжительности, либо вероятность того, что продолжительность календарного плана больше некоторого порогового значения  $\Delta_{zp}$ .

Рассмотрим пример оценки эффективности календарного плана по этим критериям.

Пусть есть пять работ проекта  $G(m, n) \equiv G(0, n)$ , длительности которого заданы следующей таблицей (табл. 1).

Таблица 1

#### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ ПРОЕКТА

Вероятности	Работы				
	1	2	3	4	5
0,2	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1
0,3	0,9	1,9	2,9	3,9	4,9
0,5	1	2	3	4	5

Рассчитаем математическое ожидание длительности выполняемых работ по формуле:

$$\bar{t}_i = \sum_{j=1}^3 t_j^j P_j . \tag{49}$$

Получим:  $\bar{t}_1 = 0,95$  ;  $\bar{t}_2 = 1,93$  ;  $\bar{t}_3 = 2,97$  ;  
 $\bar{t}_4 = 3,98$  ;  $\bar{t}_5 = 4,98$  .

Очевидно, что оптимальный календарный план для двух исполнителей может быть изображен следующей диаграммой Ганта (рис. 10).

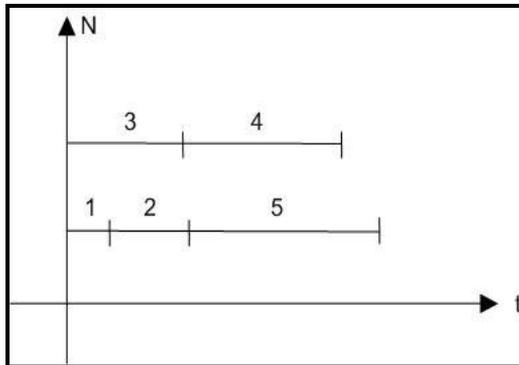


Рис. 10. Оптимальный календарный план по критерию минимизации математического ожидания его продолжительности

Продолжительность календарного плана, исходя из того, что в качестве длительности выполнения работ берутся их математические ожидания:

$$T_{onm} = \bar{t}_1 + \bar{t}_2 + \bar{t}_5 = 7,9 . \tag{50}$$

Далее определим риск этого календарного плана, исходя из величины дисперсии его продолжительности по формуле:

$$R_1 = \sum_{i \in D_0} d_i^2 \tau_i^2 + 2 \sum_{i \in D_0} \sum_{j \in D_0} d_i d_j \cdot cov_{ij} . \tag{51}$$

Учитывая, что в  $D_0$  входят работы 3, 9, 15 и рассчитав  $d_i$  по формуле:

$$d_i = \frac{\bar{t}_i}{\sum_{j \in D_0} \bar{t}_j} , \tag{52}$$

получив таким образом, что  $d_i$  – это доля математического ожидания продолжительности работы  $i$  в математическом ожидании продолжительности календарного плана, рассчитаем  $R_1$  с учетом формул:

$$\tau_i^2 = \sum_{e=1}^m (\bar{t}_i - t_i^e)^2 \cdot P_e ; \tag{53}$$

$$cov_{ij} = \sum_{e=1}^m (\bar{t}_j - t_j^e)(\bar{t}_i - t_i^e) \cdot P_e . \tag{54}$$

Второй подход количественной оценки риска календарного плана основан на определении вероятности того, что  $T_{onm} \geq \Delta_{sp}$ . Если в качестве такого граничного уровня взять  $\Delta_{sp} = 8,05$ , то с учетом табл. 1 оценка риска по этому критерию равна  $R_2 = P\{T_{onm} \geq 8,05\} = 0,2$ .

#### 4. Оптимизация инвестиционной фазы проекта с учетом стоимости работ

Ранее были рассмотрены методы оптимизации продолжительности проекта по критерию минимума времени выполнения всех работ (этапов) проекта. В некоторых случаях продолжительности выполнения работ могут быть сокращены за счет использования дополнительных ресурсов, либо за счет сверхурочной загрузки бригад, выполняющих работы проекта. И в первом и во втором случае можно сократить инвестиционную фазу проекта за счет дополнительного финансирования, объем которого ограничен.

Алгоритм сокращения продолжительности отдельных работ следующий: в первую очередь рассматривается исполнитель, чьи работы являются критическими, далее выбирается та из них, у которой цена за сокращение длительности работы на единицу времени минимальна, и именно продолжительность этой работы сокращается.

Сокращение длительности этой работы происходит до тех пор, пока не произойдет одно из событий.

1. Лимит сокращения продолжительности этой работы исчерпан.
2. Критическими стали работы еще одного исполнителя.
3. Финансовые ресурсы для сокращения продолжительности работ исчерпаны.

Если произошло событие 3, то работа метода закончена. Если произошло событие 2, то выделяется еще один исполнитель, работы которого критичны, и выделяется работа, сокращение которой требует минимальных затрат. Финансовые ресурсы выделяются пропорционально для этих двух исполнителей. Если реализуется событие 1, то для данного исполнителя определяется следующая по эффективности работа и выделяются финансы для ее сокращения. Работа алгоритма продолжается до тех пор, пока не будут использованы все финансовые ресурсы, направленные на минимизацию продолжительности работ, или не будут исчерпаны лимиты сокращения продолжительности для каждой работы.

Рассмотрим пример использования предлагаемого алгоритма. Пусть проект состоит из семи работ и все работы независимы, т.е.  $G(m, n) \equiv G(0, 6)$ . Длительности работ могут меняться в интервале  $t_i \in [d_i, D_i], (i = 1, \dots, 7)$ , и  $t_i = D_i$ , если нет дополнительных затрат на реализацию работы  $i$ . Если необходимо изменить продолжительность работы  $i$ , т.е. сделать так, чтобы  $t_i < D_i, (i = 1, \dots, 7)$ , то необходимы финансовые затраты, заданные в табл. 2.

Таблица 2

#### ФИНАНСОВЫЕ ЗАТРАТЫ НА СОКРАЩЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАБОТ ПРОЕКТА

Номер работы	1	2	3	4	5	6	7
Стоимость сокращения продолжительности работы на единицу времени	7	3	2	5	6	1	4

Будем считать, что бюджет проекта, используемый для сокращения работ, равен 15 единицам. Интервалы возможной продолжительности работ заданы следующим образом:

$$\begin{aligned} t_1 \in [0; 5]; t_2 \in [1; 2]; t_3 \in [2; 3]; \\ t_4 \in [1; 4]; t_5 \in [4; 5]; t_6 \in [3; 6]; t_7 \in [5; 7]. \end{aligned} \quad (55)$$

Все работы проекта выполняют два исполнителя (две бригады), и на выполнение каждой работы используется одна бригада. Пусть исходный план реализации проекта (без сокращения продолжительности работ) задан следующей диаграммой Ганта (рис. 11).

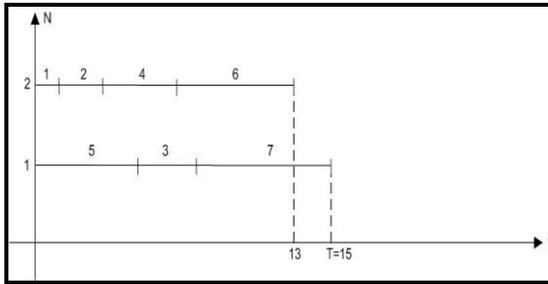


Рис. 11. Диаграмма Ганта при отсутствии финансирования на сокращение работ

Исходная продолжительность инвестиционной фазы проекта равна 15.

Рассмотрим алгоритм последовательного сокращения продолжительности работ проекта.

**Шаг 1.** Критическими являются работы, выполняемые первым исполнителем. Наиболее эффективным является сокращение работы 10 (стоимость сокращения – 2 единицы). Продолжительность инвестиционной фазы станет равной 14 единицам, остаток финансовых средств  $F_1 = 15 - 2 = 13$ .

**Шаг 2.** Критическими остаются работы, выполняемые первым исполнителем. Сокращаем продолжительность работы 45 на одну единицу, так как работу 10 уже сократить нельзя. Продолжительность инвестиционной фазы проекта станет равной 13 единицам, остаток финансовых средств  $F_2 = 13 - 4 = 9$ .

**Шаг 3.** Продолжительность работ, выполняемых первым исполнителем, совпадает с продолжительностью работ, выполняемых вторым исполнителем, равна 13. Следовательно, для дальнейшего сокращения продолжительности инвестиционной фазы проекта необходимо сокращать работы, как первого, так и второго исполнителя. Следуя описанию метода, выбираем работы 37 и 45. Суммарные финансовые затраты на их сокращение равны  $1 + 4 = 5$ . Продолжительность инвестиционной фазы проекта равна 12 единицам, остаток финансовых ресурсов  $F_3 = 9 - 5 = 4$ .

**Шаг 4.** Дальнейшее уменьшение продолжительности инвестиционной фазы может быть осуществлено за счет сокращения работ 15 и 37. Чтобы уменьшить продолжительность этих работ на одну единицу, необходимо  $6 + 1 = 7$  единиц финансовых

ресурсов, в то время как остаток финансовых средств  $F_3 = 4$ . Следовательно, пропорционально используем эти деньги для одинакового сокращения продолжительности работ 15 и 37, т.е. составим пропорцию  $\frac{4-x}{x} = \frac{6}{1}$ , откуда  $4-x = 6x$  и  $x = 4/7$ .

Следовательно, продолжительность инвестиционной фазы проекта стала равна

$$12 - \frac{4}{7} = 11 \frac{3}{7}. \quad (56)$$

При этом на сокращение работы 37 затратили  $4/7$  единицы финансовых ресурсов, а на сокращение работы 15 – соответственно  $3 \frac{3}{7}$ . Все финансовые ресурсы использованы и оптимальное решение при заданных начальных условиях получено.

### 5. Оптимизация инвестиционной фазы проекта при мягких ограничениях на последовательность выполнения работ

На практике нередко возникают ситуации, когда технологическая последовательность выполнения работ, заданная ориентированным графом, носит не обязательный, а рекомендательный характер. Другими словами, они могут нарушаться, но это приводит либо к увеличению стоимости работ, либо к увеличению их продолжительности, либо к тому и другому. Например, при строительстве производственного здания вначале рекомендуется подвести все подземные коммуникации, а затем асфальтировать прилегающую территорию. Можно сделать все в обратном порядке, но при этом стоимость и продолжительность работ возрастут.

Отметим, что обычные жесткие ограничения на последовательность выполнения работ можно свести к рекомендательным ограничениям, если ввести дополнительное увеличение стоимости работ и их продолжительности при нарушении технологической последовательности выполнения. Технологические зависимости рекомендательного характера при выполнении работ будем называть мягкими.

Рассмотрим следующую задачу. Пусть имеется проект, состоящий из  $n$  работ, последовательность выполнения которых задается матрицей:

$$A = (a_{ij}), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad (57)$$

при этом если  $a_{ij} = 1$ , то, для того чтобы выполнить работу  $i$  рекомендуется предварительно выполнить работу  $j$ , и  $a_{ij} = 0$  в противном случае, т.е. когда безразлично, выполнена или нет работа  $j$ . Иными словами, вектор  $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$  – это вектор, состоящий из нулей и единиц, и единица на  $j$ -м месте вектора  $a_i$  означает, что работу  $j$  рекомендуется выполнить прежде, чем переходить к выполнению работы  $i$ .

Например, прежде чем выполнить работу  $i$ , рекомендуется выполнить работу 9 и 15.

Вектору  $a_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) соответствует двумерная матрица  $B = (b_{ij})$  (матрица дополнительных затрат),  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, 2$ . При этом:

если  $a_{ij} = 0$ , то  $b_{i1} = 0$  и  $b_{i2} = 0$ ; (58)

если  $a_{ij} = 1$ , то  $b_{i1} = \tau_{ij}$ , а  $b_{i2} = z_{ij}$ . (59)

Здесь  $\tau_{ij}$  задает увеличение длительности работы  $i$ , если она будет выполняться до выполнения работы  $j$ ;  $z_{ij}$  – дополнительные затраты на выполнение работы  $i$ , если она начала выполняться до того, как полностью выполнена работа  $j$ :

Так, если  $a_i = (0, 1, 0, 0, 1)$ , то

$$b_i = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{i2} & 0 & 0 & \tau_{i5} \\ 0 & z_{i2} & 0 & 0 & z_{i5} \end{pmatrix}, \quad (60)$$

где  $\tau_{i2}$  и  $\tau_{i5}$  – соответственно увеличение длительности работы  $i$ , если она начнет выполняться до того, как будут закончены работы 9 и 15. Если обе эти работы не будут завершены до начала выполнения работы  $i$ , то ее продолжительность увеличится на величину  $\tau_{i2} + \tau_{i5}$ . Аналогично увеличивается стоимость выполнения работы  $i$  при нарушении рекомендуемых зависимостей.

1. Рассмотрим метод решения задачи минимизации инвестиционной фазы проекта при нарушении мягких ограничений.
2. Критерием оптимальности, как и ранее, будем считать время завершения инвестиционной фазы проекта. Кроме рекомендуемых ограничений на последовательность выполнения работ, будем учитывать финансовые ограничения, связанные с затратами при нарушении мягких зависимостей при выполнении работ.
3. В качестве метода решения этой задачи будем использовать традиционную схему метода ветвей и границ, которая в данном случае будет такова:
  - Шаг 1. Вычисление нижней границы оптимальной продолжительности инвестиционной фазы проекта. Для этого снимаем все ограничения на последовательность выполнения работ, т.е. заменяем ориентированный граф  $G(m, n)$ , задающий рекомендуемую последовательность выполнения работ, на граф  $G(0, n)$ , и решим задачу минимизации времени завершения инвестиционной фазы с использованием, например, метода, изложенного выше. Нижней границей будем считать продолжительность  $a_i = (0, 1, 0, 0, 1, 0)$  ность полученного плана. Обозначим ее через  $T_n^-$ .
  - Шаг 2. Вычисление верхней оценки оптимальной продолжительности инвестиционной фазы проекта. В качестве верхней оценки выбираем продолжительность оптимального плана при соблюдении всех рекомендуемых ограничений, заданных исходным ориентированным графом  $G(m, n)$ . Для этого также может быть использован метод, изложенный выше. Обозначим величину верхней оценки через  $T_n^+$ .
  - Шаг 3. Вычисление текущих нижних оценок при формировании плана реализации инвестиционной фазы проекта. На этом шаге алгоритма рассматриваются все возможные варианты выполнения инвестиционной фазы проекта (при этом допуска-

ется нарушение рекомендуемых зависимостей) с вычислением текущих нижних оценок  $T_n^{max}(\tau)$  и  $F_{max}(\tau)$  в каждый момент времени, связанный с окончанием очередной работы проекта. Эти оценки вычисляются по следующим формулам:

$$T_n^{max}(\tau) = \tau + \max_{\substack{i=1, \dots, n \\ l=1, \dots, k}} \left\{ t_i, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n t_i, S_i \right\}, \quad (61)$$

$$F_{max}(\tau) = \sum_{i,j \in \Omega} z_{ij}, \quad (62)$$

где  $t_i$  – продолжительность работы  $i$  с учетом ее выполнения до момента времени  $\tau$ ;

$M$  – число исполнителей работ;

$S_i$  – остаточная длина пути  $l$  к моменту времени  $\tau$ ;

$\Omega$  – множество нарушений рекомендуемой последовательности работ;

$z_{ij}$  – дополнительные финансовые затраты, если работу  $i$  начали выполнять до завершения работы  $j$ .

Далее происходит проверка выполнения условий:

$$T_n^{max}(\tau) \geq T_e, \quad (63)$$

$$F_{max}(\tau) > F, \quad (64)$$

где:  $F$  – лимит дополнительных финансовых затрат, связанных с нарушением мягких ограничений.

Если выполняется хотя бы одно из этих неравенств, то дальнейшее формирование текущего плана прекращается. Если оба неравенства не выполняются, то выбирается невыполненная работа, для нее выделяется исполнитель и вычисляется очередной момент времени  $\tau' (\tau' > \tau)$ , в который завершается одна из работ. Далее вычисляются  $T_n^{max}(\tau')$  и  $F_{max}(\tau')$  и проверяется выполнение условий (63) и (64). Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет отбракован формируемый план, либо не будет получено допустимое решение, продолжительность которого  $T_n^+$  будет меньше, чем  $T_e^-$ . В этом случае полагаем, что  $T_e^- = T_n^+$ , и переходим к формированию нового решения.

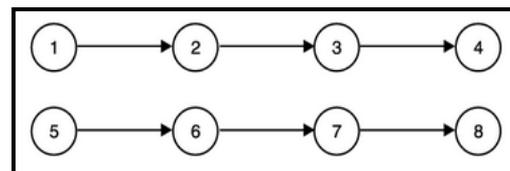


Рис. 12. Ориентированный граф, задающий последовательность выполнения работ проекта

Работа алгоритма заканчивается, когда все варианты формирования допустимых решений рассмотрены и в качестве оптимального выбирается решение, которое соответствует последнему (минимальному) значению  $T_e^-$ .

Рассмотрим пример применения предложенного метода при решении задачи минимизации времени выполнения комплекса работ проекта при мягких зависимостях работ. Пусть рекомендуемая последовательность выполнения работ задана следующим ориентированным графом  $G(m, n)$  (рис. 12). Продолжительность каждой работы  $t_i = 1$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ). Каждая работа выполняется одним исполнителем, общее количество исполнителей равно 4. Затраты, связанные с нарушением выполнения рекомендуемой последовательности работ, лимитированы суммой  $F=10$ . Матрица  $A = (a_{ij})$ , задающая последовательность выполнения работ для этой ситуации, такова:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (65)$$

Затраты, связанные с нарушением рекомендуемой последовательности выполнения работ, равны:

$$\begin{aligned} z_{21} = z_{31} = z_{32} = z_{41} = z_{42} \\ = z_{43} = z_{65} = z_{75} = z_{76} = z_{85} = z_{86} = z_{87} = 5 \end{aligned} \quad (66)$$

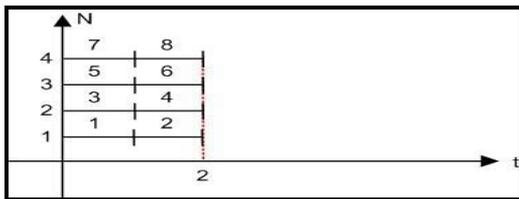


Рис. 13. Диаграмма Ганта в условиях отсутствия технологических ограничений на последовательность выполнения работ

Увеличение продолжительности работ, связанное с нарушением мягких ограничений задано следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau_{21} = \tau_{31} = \tau_{32} = \tau_{41} = \tau_{42} = \tau_{43} \\ = \tau_{65} = \tau_{75} = \tau_{76} = \tau_{85} = \tau_{86} = \tau_{87} = 0,5 \end{aligned} \quad (67)$$

Рассмотрим алгоритм решения задачи для этих данных.

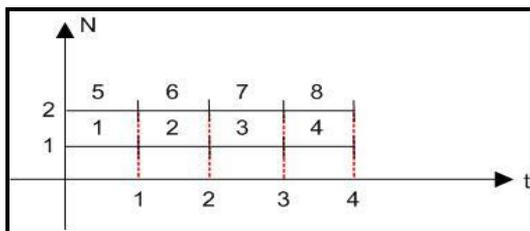


Рис. 14. Оптимальное решение в задаче минимизации инвестиционной фазы проекта с учетом рекомендуемых ограничений на последовательность выполнения работ

**Шаг 1.** Вычисляем нижнюю границу для оптимального решения задачи. Учитывая, что при снятии всех рекомендуемых ограничений на последовательность выполнения работ оптимальное значение продолжительности равно 2, получаем  $T_n = 2$ . Соответствующая диаграмма Ганта решения приведена на рис. 13.

**Шаг 2.** Вычисляем верхнюю границу для оптимального решения задачи. Оптимальное решение задачи при соблюдении всех рекомендуемых ограничений задается следующей диаграммой Ганта (рис. 14). Продолжительность этого плана равна 4, следовательно,  $T_o = 4$ .

**Шаг 3.** Вычисляем текущие оценки. Формируем новый план выполнения работ проекта (рис. 15).

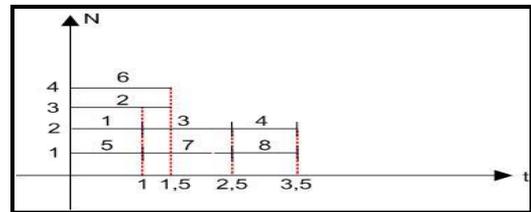


Рис. 15. Диаграмма Ганта при игнорировании рекомендуемых технологических ограничений на последовательность выполнения работ

В момент времени  $\tau = 1$  (выполнены работы 3 и 15) выполняем текущие оценки данного плана:

$$\begin{aligned} T_n^{max}(\tau) = 1 + \max \\ \max \{1; (4 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5) / 4; 2,5; 2,5\} = 3,5 < 4 = T_o \end{aligned} \quad (68)$$

$$F_{max}(\tau) = 5 + 5 = 10 = F. \quad (69)$$

Так как ограничения (63) и (64) не выполняются, переходим к моменту времени  $\tau = 1,5$ . К этому моменту выполнены работы 6 и 2. Вычислим значения  $T_n^{max}(\tau)$  и  $F_{max}(\tau)$ :

$$T_n^{max}(1,5) = 1,5 + \max \{1; 4 / 4; 2; 2\} = 3,5, \quad (70)$$

$$F_{max}(1,5) = 5 + 5 = 10 = F. \quad (71)$$

Ограничения (63) и (64) не выполняются, следовательно, далее анализируем этот план. Вычислим значения  $T_n^{max}(\tau)$  и  $F_{max}(\tau)$  на момент времени  $\tau = 2,5$ , когда завершены работы 45 и 10:

$$T_n^{max}(2,5) = 2,5 + \max \{1; 2 / 4; 1; 1\} = 3,5 < 4, \quad (72)$$

$$F_{max}(2,5) = 5 + 5 = 10 = F. \quad (73)$$

Ограничения (63) и (64) также не выполняются. Следовательно, продолжаем формировать план и вычисляем момент времени завершения работ 11 и 48. Легко видеть, что это время  $\tau = 3,5$ . Следовательно, сформирован план, продолжительность которого  $T^* = 3,5 < 4 = T_o$ . Согласно описанию метода присваиваем  $T_o$  значение 3,5 и переходим к формированию следующего допустимого плана.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Неопределенность и риск сопутствуют любому проекту, а инновационному проекту в особенности. Очевидно, что мы не можем полностью устранить их, какие бы существующие методы ни применяли, однако их учет и количественная оценка позволяют менеджеру проекта в некоторой степени противостоять имеющейся неопределенности. Порой от того, насколько полно и тщательно мы сможем учесть риск в нашем проекте, зависит не только его конечная успешность, но даже (и в первую очередь) то, примет ли инвестор решение о выделении средств на его реализацию.

В данной статье нами была предпринята попытка предложить некоторые практические подходы для оптимизации управления ресурсами проекта, и в ходе решения этой задачи мы сочли необходимым сделать акцент на учете неопределенности.

Чем в большей степени растет скорость изменений в той среде, где современным организациям приходится осуществлять свою деятельность, тем более их деятельность становится рискованной. А значит, и тем более растет потребность в создании таких методик, которые позволят этот риск минимизировать, в связи с чем важность процесса совершенствования соответствующих методов и моделей, как представляется, в будущем будет только возрастать.

В данной работе разделы "Детерминированная постановка задачи"; "Двухкритериальные модели оценки эффективности календарных планов"; "Оптимизация инвестиционной фазы проекта с учетом стоимости работ" и "Оптимизация инвестиционной фазы проекта при мягких ограничениях на последовательность выполнения работ" были разработаны д.э.н. А.В. Мищенко, а раздел "Анализ устойчивости календарных планов" был разработан аспирантом П.С. Кошелевым.

## Литература

1. Баркалов С.А. и др. Математические основы управления проектами [Текст] / Баркалов С.А., Воропаев В.И., Секлетова Г.И. и др. ; под ред. Буркова В.М. – М. : Высшая школа, 2005. – 423 с.
2. Горевая Е.С. Организационно-управленческие аспекты инновационной деятельности промышленных предприятий [Текст] / Горевая Е.С. // Вестник НГУ. – 2006. – №1. — С. 116-127. (Социально-экономические науки).
3. Грачева М.В. Риск-менеджмент инвестиционного проекта [Текст] / М.В. Грачева ; под ред. Грачевой М.В., Секерина А.Б. – М. : Юнити-Дана, 2009. – 544 с.
4. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи [Текст] / Гэри М., Джонсон Д. – М. : Мир, 1982. – 416 с.
5. Дорофеев В.Д. Инновационный менеджмент [Текст] / Дорофеев В.Д., Дресвянников В.А. – Пенза : Пенз. гос. ун-т, 2003. – 189 с.
6. Жариков В.В. и др. Управление инновационными процессами [Текст] / Жариков В.В., Жариков И.А., Однолько В.Г., Евсейчев А.И. – Тамбов : ТГТУ, 2009. – 180 с.
7. Кузнецова И.А. и др. Методология и практика статистического измерения инновационной деятельности в экономике России: современные тенденции [Текст] / Кузнецова И.А., Гостева С.Ю., Грачева Г.А. // Вопросы статистики. – 2008. – №5. – С. 30-46.
8. Мазур И.И. и др. Управление проектами [Текст] : учеб. пособие / Мазур И.И., Шапиро В.Д., Ольдерогге Н.Г. ; под ред. Мазура И.И. – 3-е изд. – М. : Омега-Л, 2006. – 664 с. (Современное бизнес-образование).
9. Мищенко А.В. Модели управления ограниченными ресурсами в логистике [Текст] / Мищенко А.В. – М. : ИНФРА-М, 2011. – 184 с.
10. Фатхутдинов Р.А. Инновационный менеджмент [Текст] / Фатхутдинов Р.А. – СПб. : Питер, 2007. – 448 с.

## Ключевые слова

Инновационный проект; инвестиционная фаза; календарный план; риск; анализ устойчивости; оценка эффективности; оптимизация; мягкие ограничения; диаграмма Ганта; интенсивность поставок.

*Александр Владимирович Мищенко*

*Павел Сергеевич Кошелев*

## РЕЦЕНЗИЯ

В области оптимизации управления ресурсами проектов на сегодняшний день создано значительное число различных методов и моделей, тем не менее, имеет место определенный дефицит разработок при решении проблемы минимизации инвестиционной фазы проекта в условиях неопределенности и риска. При этом инвестиционная фаза проекта, являясь наиболее капиталоемкой, в значительной мере определяет успешность всего проекта. В связи с этим рассматриваемая в данной работе тема представляется весьма актуальной.

Авторами рассматриваются ситуации, когда продолжительности работ проекта заданы как с помощью некоторого фиксированного интервала, так и с учетом возможного отклонения от наиболее вероятной продолжительности не более чем на определенную величину.

В статье представлена модель оценки эффективности календарного плана в случае, когда длительность каждой работы может быть задана как случайная величина с заданным законом распределения. При этом в качестве критериев эффективности выступают математическое ожидание длительности календарного плана и риск календарного плана.

Анализируя процесс оптимизации инвестиционной фазы инновационного проекта, авторы учитывают стоимость отдельных работ, предполагая, что данную фазу проекта возможно сократить за счет дополнительного финансирования, ограниченного в объеме, а также рассматривают возможность нарушения технологической последовательности выполнения работ, что влечет за собой либо увеличение стоимости работ, либо увеличение их продолжительности, либо и то, и другое. В обоих случаях авторами предлагаются алгоритмы решения задачи минимизации инвестиционной фазы проекта.

Помимо теоретических моделей, авторы приводят также ряд соответствующих практических примеров.

*Касаев Б. С., д.э.н., заслуженный работник высшей школы РФ, проректор по научной работе Института экономики и предпринимательства*