3.10. ЗАВИСИМОСТЬ СТОИМОСТИ МАШИН ОТ ВОЗРАСТА: ПРОБЛЕМЫ И МОДЕЛИ

Смоляк С.А., д.э.н., г.н.с

Центральный экономико-математический институт Российской Академии наук

При оценке подержанных машин и оборудования используются зависимости их рыночной стоимости от возраста. Обрабатывая рыночные данных о ценах реальных сделок с такими машинами (или о ценах их предложения), можно построить соответствующую статистическую зависимость. В то же время можно построить детерминированную модель той же зависимости, основываясь на общих принципах стоимостной оценки. Оказывается, что полученный результат не согласуется с данными рынка. Разрешить этот парадокс оказывается возможным, учитывая вероятностный характер процесса использования машин. Построенная вероятностная модель приводит к простой двухпараметрической зависимости средней рыночной стоимости машин от возраста.

Влияние возраста на стоимость машин

Общие принципы оценки рыночной стоимости (далее – стоимости) активов и различные методы такой оценки изложены в международных и европейских стандартах оценки [4, 7, 8], а также в многочисленных учебниках, например [1, 3, 10, 11].

Настоящая статья посвящена рассмотрению одной из методик оценки стоимости подержанных машин и оборудования (далее – машин). Эта широко распространенная методика включает два этапа. На первом устанавливается рыночная стоимость аналогичной машины (машины той же марки, модели или модификации) в новом состоянии – мы, следуя [4], будем называть ее восстановительной стоимостью (ВС). Для этого обычно (но не всегда!) используются данные о ценах первичного рынка. На втором этапе ВС машины корректируется с учетом ее износа. Чаще всего это делается одним из двух способов.

При первом, обычно используемом в РФ, вначале определяется сумма износа (обесценения) машины. Для этого по специальным таблицам или формулам устанавливается процент износа машины, который затем умножается на ее ВС. После этого рыночная стоимость машины рассчитывается вычитанием суммы износа из ВС.

Таблица 1

ПРОЦЕНТЫ ГОДНОСТИ ДЛЯ МАШИН С РАЗНЫМИ ОЖИДАЕМЫМИ СРОКАМИ СЛУЖБЫ В ШТАТЕ АРИЗОНА

Возраст t, годы	*T*=7	*T*=10	*T*=15
0	1,00	1,00	1,00
1	0,86	0,90	0,93
2	0,73	0,82	0,89
3	0,61	0,75	0,86
4	0,48	0,68	0,83
5	0,34	0,59	0,79
6	0,18	0,51	0,76
7	0,025	0,39	0,70
8	-	0,26	0,62
9	-	0,13	0,54
10	-	0,025	0,45
11	-	-	0,37
12	-	-	0,28
13	-	-	0,18
14	-	-	0,09
15	-	-	0,025

Второй, технически более простой способ, на который мы будем ориентироваться, используется, например, в США. Здесь стоимость машины определяется путем умножения ее ВС на процент годности (percent good factor, ***PGF***), значения которого устанавливаются в зависимости от возраста (или эффективного возраста) машины по специальным таблицам или формулам.

Нетрудно убедиться, что оба способа эквивалентны, поскольку проценты годности и износа дают в сумме 100%. Важно также учесть, что в конце срока службы машина имеет утилизационную стоимость, так что соответствующий коэффициент годности будет равен не нулю, а относительной (по отношению в ВС) утилизационной стоимости, обычно составляющей 4-9%.

При приобретении подержанной машины покупатели обращают внимание прежде всего на возраст машины. Естественно, что и продавцы, выставляя машину на продажу, также ориентируются на средние цены аналогичных машин того же возраста. Поэтому естественно связать коэффициент годности машины с ее возрастом, что обычно и делается. Для этого используются различные методы. Как правило, каждый такой метод ориентирован на оценку машин определенной группы. Тем самым допускается, что при оценке коэффициента годности все машины этой группы могут рассматриваться как аналоги оцениваемой машины, у всех этих машин один и тот же срок службы, а их износ подчиняется одним и тем же закономерностям. Представляется, что это допущение будет тем менее обоснованным, чем шире соответствующая группа.

На практике коэффициенты годности или износа устанавливаются для групп машин разного охвата. Так, в статье [12] приводится таблица процентов износа для экскаваторов ЭКГ-5А и металлорежущих станков (шифры ЕНАО 41000 и 41001). Первая группа довольно узкая, тогда как вторая включает обширный класс оборудования. В книге [1] приведены таблицы процентов износа некоторых видов машин в Германии: автобетоносмесителей, мусоровозов, грузоподъемных кранов и автомобилей, применяемых в строительстве и лесном хозяйстве. Значения процентов износа в конце срока службы здесь согласуются с имеющимися оценками утилизационной стоимости указанных машин.

Во многих штатах США коэффициенты годности машин определяются с использованием двух «нормативных» таблиц. Первая, достаточно детальная, позволяет отнести оцениваемую машину к одному из небольшого числа классов и установить ее срок службы[1]. Во второй таблице (своей для каждого класса) даются значения коэффициентов годности, зависящие от возраста машины и срока ее службы. При этом относиться к одному классу и иметь одинаковый срок службы могут совсем разные машины. Так, например, в штате Колорадо одна и та же динамика износа оказывается у

[1] В разных штатах США соответствующий срок службы понимается по-разному. В одних случаях это просто нормативно установленный срок, в других – средний, в Калифорнии – «стандартный», в Северной Каролине – «экономический».

строительных и лесозаготовительных машин, оборудования для бурения нефтяных и газовых скважин, оборудования радио- и телевещания (средний срок службы шесть лет) или у генераторов ГЭС, драглайнов и кранов грузоподъемностью свыше 50 т (средний срок службы 20 лет) [17]. Приведем несколько примеров.

В штате Аризона для оценки сельскохозяйственных, строительных и многих других машин с ожидаемыми сроками службы ***T*** = 7, 10 и 15 лет используют данные, приведенные в таблице 1 [19].

Существенно, что многими подобными таблицами устанавливается и минимальный (предельный) процент годности, обычно он составляет 10-20%. При этом рассчитанная указанным способом стоимость машины любого возраста оказывается существенно выше ее утилизационной стоимости. Например, в табл. 2 представлены проценты годности для машин и оборудования со сроками службы ***T*** = 8 и ***T*** = 14 лет, установленные в штатах Миссисипи [18] и Северная Каролина [21]. Минимальные проценты годности здесь составляют соответственно 20% и 25%.

Ряд оценщиков нередко считают динамику износа линейной, определяя коэффициент износа отношением возраста машины к сроку ее службы (здесь, наоборот, в конце срока службы стоимость машины становится нулевой, а не утилизационной). Такой метод отвечает наиболее широкой группировке машин, когда в одну группу попадают любые машины с одним и тем же сроком службы. Та же группировка положена в основу и трех методов, реализованных в программно-информационном комплексе СтОФ [5] (метод вероятностных моделей, метод логистических кривых и метод экспоненты).

Таблица 2

ПРОЦЕНТЫ ГОДНОСТИ ДЛЯ МАШИН С РАЗНЫМИ СРОКАМИ СЛУЖБЫ В ШТАТАХ МИССИСИПИ И СЕВЕРНАЯ КАРОЛИНА

Возраст, годы	Миссисипи		Северная Каролина	
	T=8	*T*=14	*T*=8	*T*=14
0	100	100	100	100
1	90	95	87	93
2	79	89	76	87
3	67	84	65	81
4	54	77	53	75
5	43	71	40	68
6	33	65	27	62
7	26	58	25	57
8	20	51	-	50
9	-	45	-	43
10	-	39	-	36
11	-	33	-	27
12	-	28	-	25
13	-	24	-	-
14	-	20	-	-

Разумеется, было бы неплохо иметь какую-то общую формулу или универсальную таблицу, пригодную для оценки машин любого назначения, вида и марки. Однако, сколь бы убедительными ни были теоретические рассуждения по этому поводу, необходимо по возможности подтверждать их фактическими рыночными данными. Это значит, что методология построения таблиц процентов износа должна быть иной. Вначале такие таблицы надо построить для машин разных марок (моделей, типоразмеров). При этом машины, у которых динамика процентов износа окажется одинаковой или близкой, можно объединить в одну группу, в противном случае они должны быть отнесены к разным группам. После этого следует выяснить, не описывается ли динамика процентов износа для машин разных групп какой-то из теоретически обоснованных математических моделей (например, экспоненциальной). И только при положительном ответе на этот вопрос соответствующая модель может быть рекомендована для практического использования. Поскольку на рынке обращаются сотни тысяч марок машин различного назначения, в полном объеме реализовать эту процедуру невозможно. Поэтому приходится поступать по-другому: группировать машины по их назначению и основным техническим характеристикам (например, по мощности), из каждой группы выбирать представителя – машину определенной марки, рассчитывать для нее таблицу процентов износа, а затем распространять ее на все машины той же группы. Ниже мы обсудим обоснованность такой процедуры.

Как видим, для оценки износа оцениваемой машины необходимо вначале установить зависимость от возраста стоимости машин той же марки или их аналогов – машин той же группы. Есть два способа решения этой проблемы, которые мы рассмотрим ниже – теоретический и статистический.

Теоретические зависимости стоимости машин от возраста

Теоретические зависимости стоимости машин от возраста обычно являются, в некотором смысле слова, нормативными. Иными словами, они описывают ситуацию, когда используется так, как надо, как это представляется естественным исследователям. Типичным примером является линейная модель, в соответствии с которой стоимость машины уменьшается равномерно до нуля на протяжении заданного срока (экономического срока службы или срока полезного использования).

Нормативной является и следующая предложенная нами модель (более подробное ее описание изложено в [13, 14, 24]).

Рассмотрим машины определенной марки (модели, модификации, типоразмера) на определенную дату оценки. Все такие машины можно рассматривать как аналоги друг друга. Будем считать, что все эти машины используются одинаково – одним и тем же наиболее эффективным технологическим способом, поэтому их состояние однозначно характеризуется их возрастом. В таком случае машины одного возраста ***t*** идентичны друг другу и потому (если пренебречь различиями в расходах на доставку машины к месту ее использования и, при необходимости, монтаж) имеют одну и ту же стоимость ***K(t)*** на дату оценки. Выясним, как устроена функция ***K(t)***.

Поскольку машины обычно работают непрерывно, мы будем рассматривать процесс ее использования в непрерывном времени, измеряя время в годах или долях года. Ставку дисконтирования (в непрерывном времени) обозначим через ***r***. При исчислении выгод мы не учитываем ни налога на прибыль, ни инфляции, поэтому указанная ставка должна быть доналоговой и реальной (скорректированной на темп инфляции).

Использование машины приносит ее владельцу определенные выгоды. Их можно понимать как стоимость произведенной машиной продукции (работ, услуг) за вычетом затрат, связанных с использованием машины (операционных). Как известно [3, 4, 7, 8, 11], стоимость машины отражает те выгоды, которые она приносит владельцу за предстоящий срок службы при наиболее эффективном ее использовании. Это положение может быть сформулировано в виде следующего принципа дисконтирования.

Стоимость машины на дату оценки равна сумме дисконтированных (к дате оценки) выгод от ее наиболее эффективного использования в течение некоторого периода и дисконтированной стоимости машины в конце периода.

Обозначим через ***B(t)*** интенсивность выгод от наиболее эффективного использования машины возраста ***t*** лет, т.е. размер этих выгод, получаемых за малую единицу времени.

Очевидно, что за счет физического износа у машин с увеличением возраста операционные затраты растут, а производительность и рыночная стоимость снижаются. Поэтому функции ***B(t)*** и ***K(t)*** – убывающие. Однако эта тенденция нарушается при проведении ремонтов.

Ремонты можно разделить на текущие и капитальные. Текущие ремонты незначительно меняют динамику производительности машины и ее операционных затрат, поэтому мы будем ими пренебрегать, а расходы на них учитывать в составе операционных затрат, как это обычно и делается в бухгалтерском учете. Однако капитальные ремонты (далее – ремонты) придется учесть особо, и расходы на них в состав операционных затрат мы включать не будем (обычно стоимость капитального ремонта машины составляет 10-30% от ее восстановительной стоимости).

Рассмотрим малый период времени длительностью ***dt*** и будем считать, что в этом периоде ремонт не проводится, а инфляция отсутствует. В таком случае в конце периода возраст машины станет равным ***t + dt***, а ее стоимость будет такой же, как и у машины возраста ***t + dt*** лет на дату оценки, т.е. ***K(t + dt).***

Применим теперь принцип дисконтирования к рассматриваемому периоду и учтем, что коэффициент дисконтирования к дате оценки выгод, получаемых в конце периода, с точностью до малых более высокого порядка можно считать равным ***1 – rdt***. Мы получим:

$$K(t) = B(t)dt + (1 - rdt)K(t + dt). \tag{1}$$

Считая зависимость ***K(t)*** гладкой и заменив ***K(t + dt)*** на ***K(t) + K′(t)dt,*** мы (с точностью до малых более высокого порядка) найдем:

$$K(t) = B(t)dt + (1 - rdt)\left[K(t) + K'(t)dt\right] =$$
$$= K(t) + \left[K'(t) - rK(t) + B(t)\right]dt.$$

Но тогда функция ***K(t)*** удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$K'(t) - rK(t) + B(t) = 0 \tag{2}$$

Оно позволяет получить интересный результат. Допустим, что нам удалось оценить зависимость ***K(t)*** рыночной стоимости машин разного возраста данной марки. Тогда формула (2) позволяет оценить интенсивность тех выгод, которые приносят эти машины: $B(t) = rK(t) - K'(t)$. Это может оказаться полезным при оценке рыночной стоимости услуг по предоставлению соответствующих машин в аренду.

У рассматриваемых машин есть и определенный, рациональный срок службы[2] ***T***, за пределами которого использование машины по назначению становится неэффективным, и она должна быть утилизирована. Поэтому при достижении возраста ***T*** стоимость машины становится равной ее утилизационной стоимости ***U***: ***K(T) = U***. При приближении к концу срока службы уравнение (2) будет выполняться, поэтому в пределе мы получим:

$$K'(T) - rK(T) + B(T) = 0. \tag{3}$$

Отсюда следует, что $B(T) = rK(T) - K'(T)$. Но ***K(T)=U***, а $K'(T) \le 0$, поскольку функция ***K(t)*** – убывающая. В таком случае $B(T) \ge rU$.

Возьмем машину в конце срока ее службы (в возрасте ***T***). Вместо того, чтобы ее утилизировать, продолжим ее эксплуатацию в течение малого периода времени ***dt***. Поскольку так использовать машину неэффективно, правая часть равенства (1) будет не больше, чем левая:

$$K(t) \ge B(t)dt + (1 - rdt)K(t + dt).$$

Заметим теперь, что машина в возрасте ***T*** имеет утилизационную стоимость. Такую же стоимость имеет и машина большего возраста ***T + dt***. Тогда из полученного неравенства вытекает, что $U \ge B(T)dt + (1 - rdt)U$, так, что $U - (1 - rdt)U \ge B(T)dt$ и $B(T) \le rU$. Но выше мы получили, что $B(T) \ge rU$, и оба эти неравенства возможны только если $B(T) = rU$. Другими словами, выгоды от использования машины в течение малой единицы времени равны упущенной выгоде от ее утилизации.

Таким образом, в конце срока службы должны выполняться равенства $K(T) = rU$, $B(T) = rU$, а тогда из равенства (3) следует, что $K'(T) = 0$.

Это означает, что график функции ***K(t)*** имеет в конце срока службы горизонтальную касательную.

Легко проверяется, что уравнение (3) с граничным условием ***K(T)=U*** имеет решение:

$$K(t) = \int_t^T B(s)e^{-r(s-t)}ds + Ue^{-r(T-t)}. \tag{4}$$

На первый взгляд, смысл его очевиден: стоимость машины равна сумме дисконтированных выгод от последующего использования машины до конца срока службы, включая и выгоды от утилизации машины в конце этого срока. Между тем входящая в формулу интенсивность выгод ***B(s)*** характеризует не оцениваемую машину через время ***s–t*** после даты оценки, а другую аналогичную машину возраста ***s***, рассматриваемую на дату оценки. Точно так же величина ***U*** отражает выгоды от утилизации не оцениваемой машины в конце срока ее службы, а другой машины, достигшей возраста ***T*** лет на дату оценки. Другими словами, стоимость машины на дату оценки здесь

[2] В литературе такой срок именуют экономическим сроком службы или сроком полезного использования.

определяется показателями других машин на эту дату. Здесь уместно провести аналогию с эргодическими системами: среднее значение показателя эргодической системы по времени совпадает с его средним значением по возможным состояниям системы в начальный момент времени. На этом основании данную модель и другие модели оценки, в которых стоимость объекта оценивается на основе текущих (на дату оценки) показателей аналогичных объектов, можно назвать эргодическими.

Для дальнейшего нам будет удобно ввести в рассмотрение приведенную интенсивность приносимых машиной выгод ***W(t)=B(t) – rU***. Она отражает разность между текущей интенсивностью этих выгод и ее предельным (минимальным) значением, достигаемым в конце срока службы. Естественно, что функция ***W(t)*** по мере приближения возраста машины к сроку ее службы убывает, стремясь к нулю. Если заменить в формуле (4) ***B(t)*** на ***W(t) + rU,*** она примет более удобный вид:

$$K(t)=\int_t^T W(s)e^{-r(s-t)}ds+U \qquad (5)$$

В построенной модели, следуя [13, 24], можно учесть инфляцию, а также то обстоятельство, что в составе затрат на эксплуатацию машины имеются и такие (адвалорные), которые зависят от рыночной стоимости машины, например, расходы на страхование или налог на имущество. В такой ситуации удобно понимать под ***B(t)*** интенсивность доналоговых выгод, при исчислении которых не учитываются ни налог на прибыль, ни адвалорные затраты. Ставку адвалорных затрат обозначим через ***m***.

Рассмотрим участника рынка, который на дату оценки приобретает эту машину возраста ***t*** лет по рыночной стоимости ***K = K(t)***, эксплуатирует ее в течение малого периода времени ***dt*** и затем продает по (новой) рыночной стоимости, которую мы временно обозначим через K^+. Рассчитаем чистые выгоды этого участника. Они будут меньше, чем доналоговые, на сумму адвалорных затрат ***mKdt*** и налога на прибыль.

Далее, за время ***dt*** на машину будет начислена амортизация ***Adt*** (здесь ***A*** – амортизация, начисляемая за единицу времени). При этом налогооблагаемая прибыль от эксплуатации машины за период составит $Bdt-Adt-mKdt$, а в конце периода остаточная (налоговая) стоимость машины составит ***K – Adt***. Налогооблагаемой прибылью от продажи машины здесь будет цена ее продажи за вычетом остаточной стоимости, т.е. $[K^+ -(K-Adt)]$. Суммируя ее с прибылью от эксплуатации машины, найдем налоговую базу – она составит $K^+ -K+(B-mK)dt$.

Налог на прибыль (по ставке ***n***) при этом будет равен: $n[K^+ -K+(B-mK)dt]$.

Посленалоговые чистые выгоды владельца машины от ее эксплуатации и продажи будут включать доналоговые выгоды ***Bdt*** и выручку K^+ от продажи машины за вычетом налогов на прибыль и адвалорных затрат. Но стоимость машины на дату оценки равна сумме дисконтированных (по номинальной посленалоговой ставке ***ra***) указанных выгод, поэтому, с точностью до величин, малых по сравнению с ***dt***, имеет место равенство:

$$K\approx Bdt+(1-r_a dt)K^+-n\left[K^+-K+(B-mK)dt\right]-mKdt\approx$$
$$\approx(1-n-r_a dt)K^++\left[n-m(1-n)dt\right]K+(1-n)Bdt. \qquad (6)$$

Величина K^+ здесь отражает стоимость продажи машины возраста ***t + dt*** через время ***dt.*** Оценим ее. Если бы цены в стране не менялись, то стоимость машины любого возраста ***s*** в конце периода была бы равна стоимости машины того же возраста в момент ноль, т.е. совпала бы с ***K(s)***. На самом деле цены все время меняются. Для учета таких изменений будем считать известным темп ***i*** роста цен на машины данной марки на дату оценки. Тогда за малое время ***dt*** стоимости всех машин данной марки вырастут примерно в ***1 + idt*** раз. В частности, стоимость K^+ машины возраста ***t + dt*** лет через время ***dt*** будет в ***1 + idt*** раз больше стоимости машины такого же возраста на дату оценки, так что: $K^+\approx(1+idt)K(t+dt)$.

Подставляя это в (6), найдем:

$$K(t)\approx(1-n-r_a dt)(1+idt)K(t+dt)+$$
$$+\left[n-m(1-n)dt\right]K(t)+(1-n)B(t)dt.$$

Отсюда после приведения подобных членов и деления на (***1 – n***) имеем:

$$(1+mdt)K(t)\approx\left[1-\left(\frac{r_a}{1-n}-i\right)dt\right]K(t+dt)+B(t)dt.$$

Заменив здесь ***K(t + dt)*** на $K(t)+K'(t)dt$, находим:

$$K(t)\approx K(t)+(1-n)\left[B(t)-\bar{r}K(t)+K'(t)\right]dt,$$

где

$$\bar{r}=\frac{r_a}{1-n}-i+m. \qquad (7)$$

Таким образом, в рассмотренной ситуации функция ***K(t)*** удовлетворяет уравнению $K'(t)-\bar{r}K(t)+B(t)=0$.

Но это уравнение отличается от (2) только ставкой дисконтирования: вместо доналоговой ставки ***r*** в него входит особая ставка $\bar{r}$, задаваемая формулой (7). Выясним ее смысл.

Начнем с того, что при установлении ставки дисконтирования оценщики ориентируются на доходности различных финансовых инструментов. Но публикуемые их значения – доналоговые, поэтому на их основе можно установить только доналоговую ставку дисконтирования (ДДП) ***(r)***. Однако оценка бизнеса методом ДДП нередко производится по посленалоговым потокам. Тогда доналоговую ставку необходимо пересчитывать в посленалоговую (r_a). Обычно это делается, как и при оценке финансовых инструментов, путем умножения на налоговый корректор ***1 – n***. В результате получается, что $r_a = r(1-n)$, а тогда формула (7) дает: $\bar{r}=r-i+m$. При этом за счет вычитания темпа инфляции особая ставка становится в некотором смысле реальной. Кроме того, с точки зрения влияния на стоимость машин повышение ставки адвалорных расходов (например, за счет повышения налога на имущество) оказывается эквивалентным повышению ставки дисконтирования.

Нетрудно проверить, что равенства $K(T)=U,\ B(T)=rU,\ K'(T)=0$ останутся в силе и при учете инфляции и адвалорных расходов.

Полученный результат позволяет и далее рассматривать только доналоговые потоки, имея в виду, что учет инфляции и адвалорных расходов приведет только к тому, что в соответствующих математических моделях изменится лишь ставка дисконтирования.

При выводе уравнения (2) мы предполагали, что в рассматриваемом периоде машина не подвергается ремонту. Допустим, однако, что в этом периоде проводится ремонт. Будем считать, что момент проведения ремонта был выбран наиболее эффективно, а сам ремонт проводится наиболее эффективным способом, так что затраты на ремонт совпадают с его рыночной стоимостью. В таком случае выгоды от такого использования машины за период ремонта будут, очевидно, равны стоимости ремонта, взятой со знаком минус.

Применив принцип дисконтирования к периоду проведения ремонта и пренебрегая его длительностью, мы получим, что стоимость машины до ремонта будет равна стоимости машины после ремонта, уменьшенной на стоимость ремонта. Другими словами, после проведения ремонта стоимость машины увеличивается на стоимость ремонта[3]. Тем самым, график стоимости машины ***(K)*** от возраста ***(t)*** становится разрывным, типа представленного на рис. 1 (величина разрывов здесь соответствует стоимости ремонта) – соответствующие модели приведены в [16]. Однако в конце срока службы этот график становится гладким и имеет горизонтальную касательную.

Оперировать с разрывными зависимостями, конечно, неудобно. Поэтому далее нас будет интересовать лишь соответствующая сглаженная зависимость (на рисунке – пунктир), отражающая общую тенденцию.

Можно считать, что такая сглаженная зависимость получится, если определенным образом распределить затраты на ремонт по всему периоду эксплуатации машины.

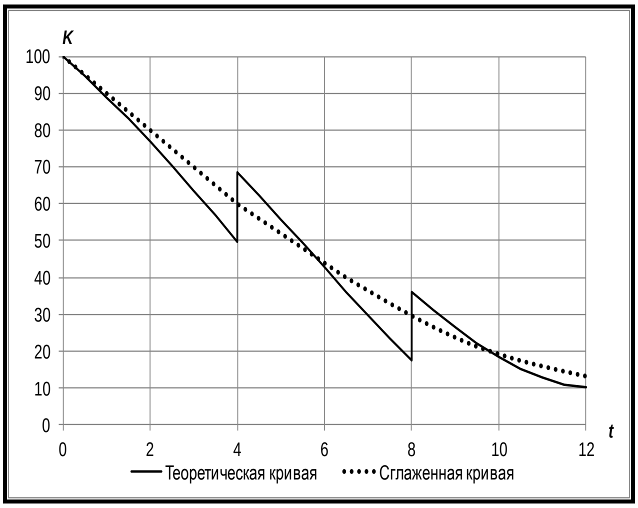

Рис. 1. Теоретическая и сглаженная зависимости стоимости машины (*K*, тыс. руб.) от возраста (*t*, годы)

Статистические зависимости стоимости машин от возраста

Если собрать фактические данные о ценах сделок с машинами разного возраста и обработать их, можно получить статистическую зависимость средней стоимости машин от возраста. Такие зависимости нередко используются и для прогнозирования рыночной стоимости машин на перспективу.

К сожалению, цены реальных сделок с подержанными машинами в Российской Федерации (в отличие от ряда развитых стран) практически не фиксируются. На практике оценщики чаще всего могут анализировать только цены предложения. Однако, как уже говорилось, при купле-продаже подержанной машины стороны обращают внимание прежде всего на возраст машины. Поэтому представляется, что влияние возраста машин на цены предложения будет таким же, как и на цены реальных сделок.

Ниже представлены результаты анализа цен предложения ряда машин (в тыс. руб.) на первичном и вторичном рынках за 2013 – начало 2014 г. Машины, цены которых анализировались, имели разную комплектацию и выставлялись на продажу в разных регионах. Это, конечно, обусловило дополнительный разброс цен, однако позволило существенно увеличить объем выборки. При этом включение или исключение из выборки отдельных машин (например, с относительно большими или малыми ценами) мало влияет на полученные зависимости.

Трактора МТЗ-82.1

Выборка включала 216 цен предложения. Эти цены и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости тракторов (***K***, тыс. руб.) от возраста (***t***, годы) представлены на рис. 2. При этом стоимость трактора в новом состоянии (в возрасте 0 лет), т.е. его расчетная ***ВС***, оказалась равной 680 тыс. руб., что достаточно близко к средней цене продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 72 тыс. руб., т.е. порядка 10% от ***ВС***.

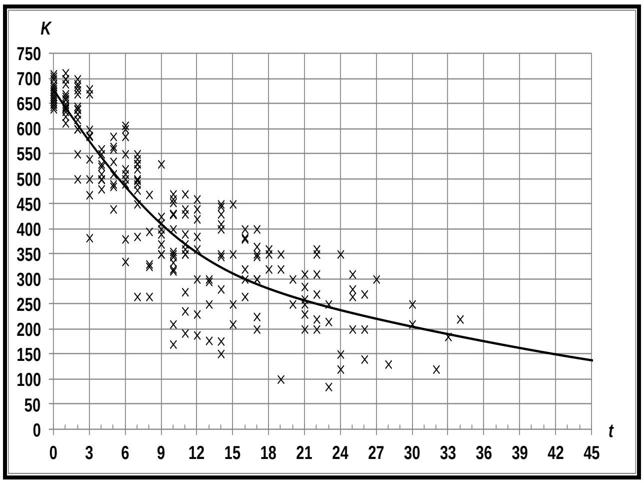

Рис. 2. Зависимость цены тракторов от возраста

Построенная зависимость позволяет рассчитать проценты годности тракторов. Их зависимость от возраста представлена на рис. 4.

Экскаваторы ЭО-2621

Выборка включала 207 цен. Эти цены (в тыс. руб.) и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости экскаваторов (***K***, тыс. руб.) и процентов их годности (***PGF***, %) от возраста (***t***, годы) представлены на рис. 3 и 4.

[3] Подчеркнем еще раз, что это справедливо только тогда, когда момент проведения ремонта выбран наиболее эффективно, а сам ремонт осуществляется наиболее эффективным способом. Если же момент ремонта выбрать нерационально (например, отремонтировать машину, возраст которой превышает рациональный срок службы лет), то прирост ее стоимости после ремонта будет меньше стоимости ремонта.

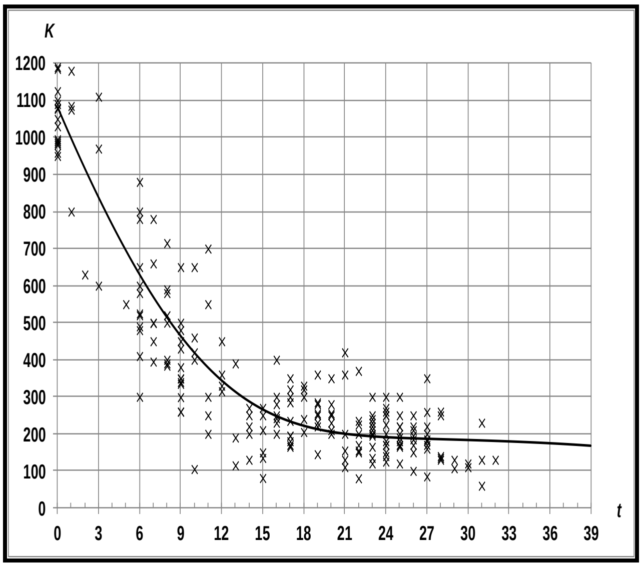

Рис. 3. Зависимость цены экскаваторов от возраста

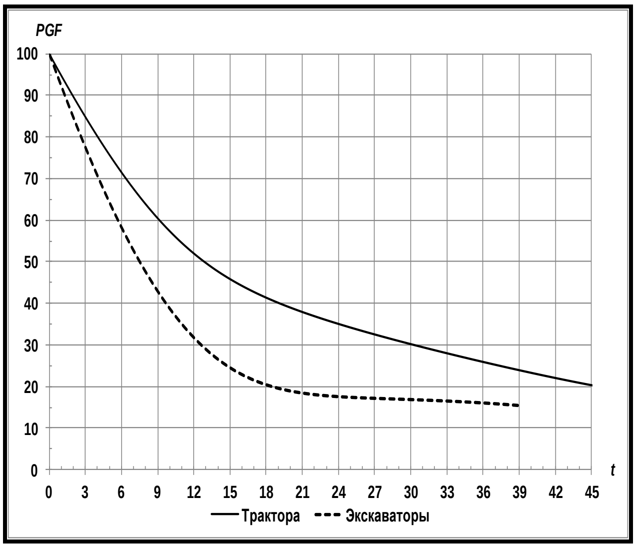

Рис. 4. Зависимости процентов годности тракторов и экскаваторов от возраста

При этом стоимость экскаватора в новом состоянии (в возрасте 0 лет), т.е. его расчетная ***ВС***, составила 1080 тыс. руб., что достаточно близко к средней цене продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 104 тыс. руб., т.е. порядка 10% от ***ВС*** машин.

Бульдозеры Уралтрак Б10М ЧТЗ

Выборка включала 146 цен. Эти цены (***K***, тыс. руб.) и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости бульдозеров от возраста (***t***, годы) представлены на рис. 5. При этом стоимость бульдозера K_0 в новом состоянии (в возрасте ноля лет), т.е. его расчетная **ВС**, составила 3226 тыс. руб., что достаточно близко к средней цене продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 343 тыс. руб., т.е. порядка 11% от **ВС** машин.

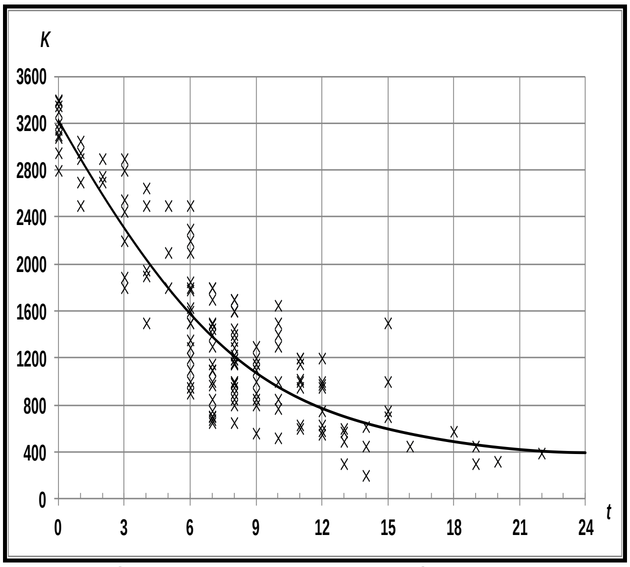

Рис. 5. Зависимость стоимости бульдозеров от возраста

Бульдозеры Caterpillar D8R

Оценщики считают, что проценты износа или годности, установленные для некоторой марки (модели) машин, можно распространить на машины других марок того же вида (исключение составляют легковые автомобили, где для машин разных марок динамика износа своя, см. [1]).

Насколько такое допущение обоснованно, показывает анализ данных о ценах 169 более мощных импортных бульдозеров Caterpillar D8R. Результаты соответствующих расчетов представлены на рис. 6.

Для сравнения на рис. 7 приведена зависимость процентов годности (***PGF***, %) от возраста (***t***, годы) для бульдозеров Уралтрак Б10М ЧТЗ и Caterpillar D8R.

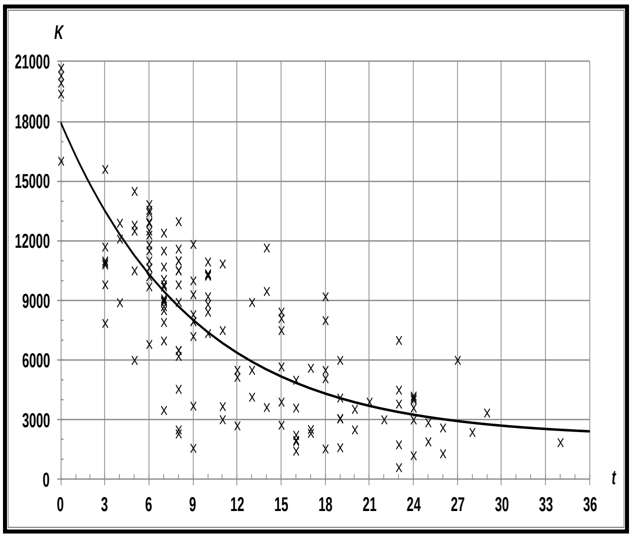

Рис. 6. Зависимость стоимости бульдозеров Caterpillar D8R от возраста

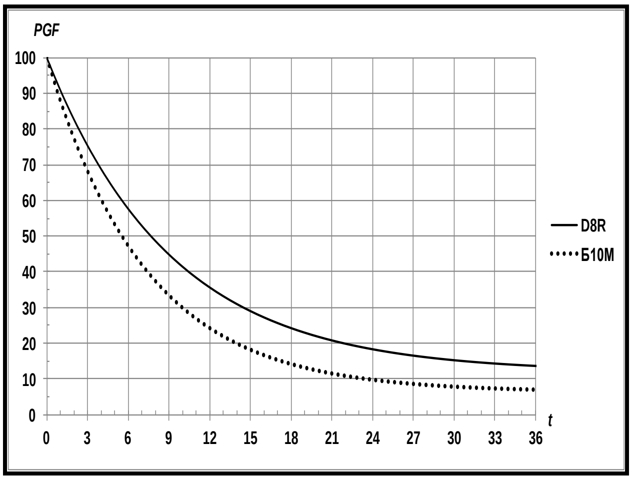

Рис. 7. Динамика процентов годности для разных бульдозеров

Как видим, у бульдозеров разных марок динамика процентов годности оказывается разной. Значения процентов годности при этом могут различаться более чем на 10%.

Дорожные катки Раскат

Выборка включала цены 71 дорожного катка Раскат ДУ84 и ДУ85. Результаты расчетов показаны на рис. 8. Здесь расчетная ВС катков также оказалась близкой к их средней цене на первичном рынке.

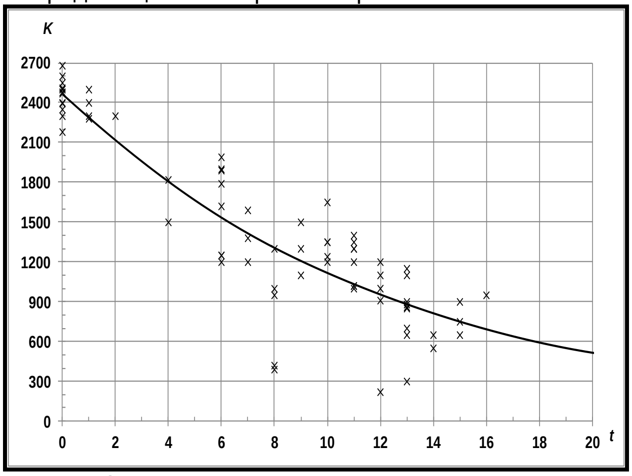

Рис. 8. Зависимость стоимости дорожных катков Раскат от возраста

Дорожные катки BOMAG

Был проведен анализ 169 цен импортных дорожных катков BOMAG. Отметим важные особенности этого расчета. Во-первых, в расчет были включены катки трех моделей: BOMAG BW 151 AC-4, BOMAG BW 213 DH-4 и BOMAG BW 213 D-4. При этом предполагалось, что зависимость процентов годности от возраста у этих моделей одна и та же. Во-вторых, в основном на российском рынке обращаются подержанные катки этих моделей, поэтому надежно установить средние их стоимости в новом состоянии (***ВС***) не было возможности. ***ВС*** катков BOMAG BW 151 AC-4 и BOMAG BW 213 D-4 были приняты одинаковыми – 4650 тыс. руб., ВС катка BOMAG BW 213 DH-4 – 4970 тыс. руб. – была подобрана так, чтобы отклонения цен этих катков от их расчетных стоимостей были возможно меньше. Из-за различий в ***ВС*** катков сопоставлять цены катков с расчетными их стоимостями на одном графике (аналогично рис. 2, 3, 5, 6, 8) нельзя. Тем не менее, можно рассчитать стандартное отклонение фактических цен катков от их расчетных стоимостей – оно оказалось равным 457 тыс. руб. – менее 10%.

Если выразить цены катков в процентах от их расчетных восстановительных стоимостей, мы получим фактические проценты годности, представленные на рис. 9. Аппроксимирующая их гладкая кривая отражает среднюю зависимость процентов годности (***PGF***, %) катков от возраста (***t***, годы). Стандартное отклонение фактических процентов годности от указанной зависимости составляет 7,6%. Другими словами, пользуясь найденной зависимостью, можно оценить рыночную стоимость катка со средней ошибкой 7,6% от ***ВС***.

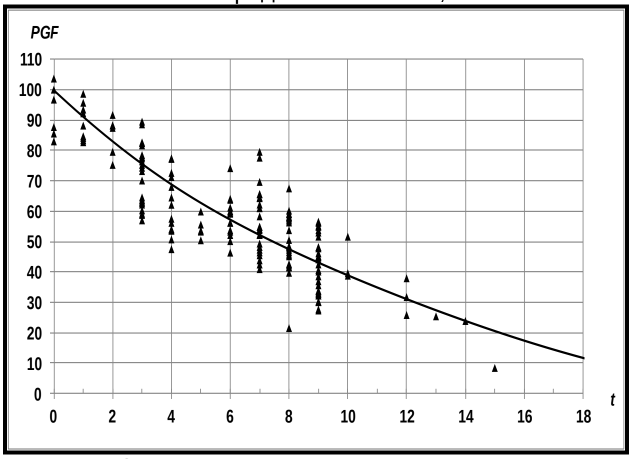

Рис. 9. Зависимости фактических и расчетных процентов годности (*PGF*, %) от возраста (*t*, годы) для дорожных катков BOMAG

Сравнение зависимостей процентов годности для дорожных катков BOMAG и Раскат приведено на рис. 10.

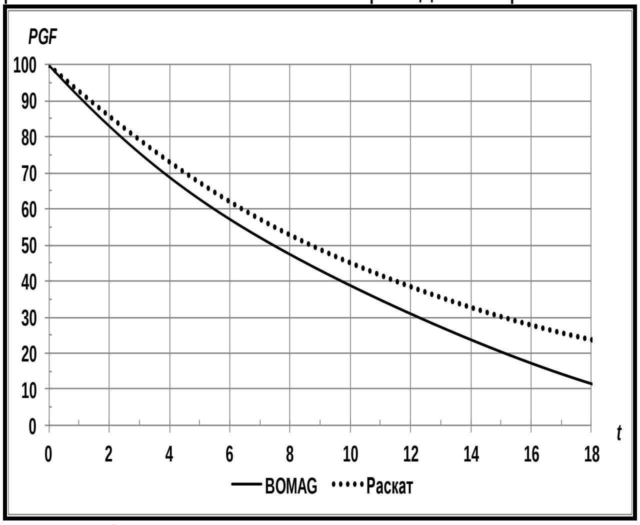

Рис. 10. Зависимости процентов годности (*PGF*, %) дорожных катков BOMAG и Раскат от возраста (*t*, годы)

Таким образом, и в данном случае динамика износа дорожных катков оказывается разной у разных марок катков.

Анализ полученных статистических зависимостей

При проведении практических оценок обычно используют значения коэффициентов годности, указанные в нормативно-методических документах и учебниках по оценке машин: для тракторов [9, табл. 6.14], для дорожных катков и экскаваторов [1, табл.3.6; 10, табл. 7.9]. Однако все такие зависимости ориентированы на амортизационные или близкие к ним сроки службы машин. Между тем у значительной доли машин в парке возраст существенно превышает амортизационный. По этой причине полученные нами статистические зависимости существенно отличаются от тех, которыми пользуются российские оценщики. Более того, выявить эти различия можно, анализируя данные о достаточно большом количестве машин, тогда как оценщики обычно анализируют цены не более десятка аналогов.

Во многих случаях оценщики исходят из предположения о равномерном характере износа (обесценения) машин. Например, такое предположение лежит в основе линейного метода, при котором коэффициент износа машины считается равным отношению ее возраста к сроку службы. В учебнике [1] также утверждается, что износ колесных тракторов составляет 10% в год независимо от возраста и пробега. Однако, как видно из статистических зависимостей, износ машин протекает неравномерно.

Гораздо интереснее тот факт, что полученные статистические зависимости никак не согласуются с теоретическими.

1. Нормативный срок службы тракторов – 11 лет, экскаваторов – 8 лет. Можно считать эти цифры заниженными. Более того, ряд авторов считает, что в современных условиях экономически рационально использовать машины в течение срока, в полтора-два раза превышающего нормативный. Но тогда трактора и экскаваторы, требующие ремонта после достижения ими 16-22 лет, надо было бы утилизировать, а не ремонтировать. Между тем, как видим, за пределами 20-22 лет имеется довольно большое число машин, и трудно поверить, что все они используются явно нерационально. Более того, если, опираясь на модель (2), считать зависимость $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{t})$ линейной, как это предлагалось в [13, 14, 24], и принять, что у рассматриваемых машин рациональный срок службы составляет 20-25 лет, мы получим динамику процентов годности, которая гораздо хуже согласуется с рыночными данными.
2. Если исходить из массы машин (около 4 т у трактора и около 6 т у экскаватора), то чистый доход от их реализации в качестве металлолома не превосходит 4% ***ВС***. Сюда можно было бы добавить остаточную стоимость деталей и узлов, пригодных к дальнейшей эксплуатации. Эта стоимость, по нашим оценкам, составляет не более 2-3% ***ВС***. Таким образом, относительная утилизационная стоимость машин составляет не более 7% от ***ВС*** (на самом деле она заметно ниже, поскольку надо учесть еще затраты на разделку и сортировку лома и доставку его в приемный пункт). Между тем, как видно из рис. 2-4, средняя стоимость тракторов и экскаваторов старше 22 лет существенно больше 7% ***ВС***.
3. Обратим внимание теперь на различие в ценах машин одного или примерно одного возраста на рис. 2. Так, машины в возрастах 10 и 11 лет различаются в цене примерно на 300 тыс. руб., такая же разница в ценах видна и у машин в возрастах 22-24 года. Попробуем объяснить эти различия. Точки на рис. 2, лежащие существенно ниже статистической кривой, очевидно, отвечают машинам, находящимся в относительно плохом состоянии и, скорее всего, требующим ремонта. Наоборот, точки, лежащие существенно выше этой кривой, отвечают машинам, недавно прошедшим ремонт. Но, как отмечалось выше, прирост стоимости машины после ремонта должен равняться стоимости ремонта. По отрывочным данным ремонтных предприятий, стоимость ремонта трактора данной марки составляет примерно 125 тыс. руб., или около 18% от ***ВС*** (аналогичных данных для экскаваторов найти не удалось). Однако с учетом транспортных расходов эти цифры будут немного больше – около 145 тыс. руб., или 21% от ***ВС***. Отсюда следует, что различие в стоимостях машин одного возраста, требующих ремонта и прошедших ремонт, должно составлять порядка 145 тыс. руб. К этому можно было бы добавить региональные различия (в выборке собраны предложения о продаже машин из разных регионов), которые не превосходят 4% от ВС, т.е. примерно 27 тыс. руб. Наконец, сюда можно было бы добавить случайное отклонение цены предложения от средней рыночной цены, которое навряд ли составляет более 10% от этой цены. Даже для машин в возрасте 11 лет, где средняя рыночная цена составляет 380 тыс. руб., это отклонение не превосходит 38 тыс. руб. Таким образом, размах цен машин одного возраста здесь не должен превосходить 145 + 27 + 38 = 210 тыс. руб., что явно меньше наблюдаемого размаха 300 тыс. руб.

Возникает определенный парадокс: фактические данные не согласуются с теоретической моделью. Казалось бы, причина парадокса – в ошибочности модели. Между тем в ее основе лежит принцип дисконтирования. Значит, от этого принципа надо было бы отказаться? Но на нем в свою очередь базируются и некоторые проверенные практикой методы оценки недвижимости, нематериальных активов и финансовых инструментов (не говоря уже о методах оценки эффективности инвестиционных проектов). Отказ от принципа дисконтирования в этих случаях обошелся бы слишком дорого. Где же выход из положения?

Оказывается, что причина парадокса – в том, что для описания процесса износа машин была выбрана не совсем адекватная теоретическая модель, не учитывающая влияния случайных факторов. Ниже приводятся модели, позволяющие объяснить наблюдаемые явления.

Моделирование случайного процесса использования машин

В построенной выше теоретической модели процесс использования машины рассматривался как детерминированный. Именно поэтому состояние каждой машины однозначно определялось ее возрастом, и у всех машин был один и тот же экономически рациональный срок службы. Между тем очевидно, что машины одной марки и одного возраста используются своими владельцами по-разному. При этом трудно поверить, что поведение владельцев машин экономически нерационально. Но в таком случае придется рассматривать процесс эксплуатации и ремонта машины как стохастический. Здесь нельзя не отметить, что вероятностные модели процесса использования машин, учитывающие отказы и ремонты, исследуются в теории надежности (см., например, [6, 20, 22, 23]). Применительно к задачам стоимостной оценки машин такие модели строились и в наших работах [2, 15]. Однако они требовали слишком детальной информации о процессе использования машин и плохо поддавались экспериментальной проверке.

Ниже излагаются две модели, приводящие к более наглядным и проверяемым зависимостям стоимости машин от возраста. В них рассматриваются машины одной марки, различающиеся только своим состоянием. Заметим теперь, что в детерминированной ситуации владелец исправно работающей машины может принять решение об ее утилизации, только если приведенная интенсивность приносимых ею выгод, уменьшаясь, обратится в нуль. На этом основании нам будет удобнее характеризовать машины приведенной интенсивностью приносимых ими выгод $W = B - rU$. Это позволяет рассматривать стоимость машины как некоторую (неизвестную) функцию $K(W)$. В нашем случае в процессе эксплуатации машины ее состояние изменяется, вообще говоря, случайно, имея общую тенденцию к ухудшению. Для машины в новом состоянии приведенная интенсивность приносимых ею выгод обозначается через W_0, а стоимость – через K_0.

Модель 1

Процесс эксплуатации машины здесь описывается так.

1. Если машина эксплуатируется, то в течение малого периода времени dt с ней может произойти либо отказ (с некоторой вероятностью λdt), либо авария (с некоторой вероятностью μdt). Величины λ и μ при этом могут трактоваться как интенсивности соответственно отказа или аварии, не зависящие от состояния машины. При аварии машина становится непригодной к дальнейшей эксплуатации и подлежит утилизации, при отказе она ремонтируется.
2. Если ни аварии, ни отказа не произошло, машина продолжает эксплуатироваться, однако при этом за счет физического износа приведенная интенсивность приносимых ею выгод снижается с некоторым темпом α, т.е. на $100\alpha dt$ %.
3. Машина ремонтируется мгновенно, стоимость ремонта Z не зависит от ее состояния. В результате ремонта состояние машины меняется – оно становится лучше, чем было до момента отказа, но хуже, чем в начале эксплуатации. Более того, результаты ремонта непредсказуемы. На этом основании принимается, что машина оказывается в некотором случайном состоянии $\xi W_0 + (1 - \xi)W$, среднем между ее состоянием до отказа (W) и новым состоянием (W_0). Величина ξ здесь имеет некоторое вероятностное распределение, не зависящее от состояния машины. Ее математическое ожидание $E[\xi]$ мы обозначим через p.
4. Изменение стоимости машины во времени описывается принципом дисконтирования. Однако в условиях влияния случайных факторов на процесс использования машины этот принцип должен быть несколько модифицирован:

Стоимость машины на дату оценки равна математическому ожиданию суммы дисконтированных (к дате оценки) выгод от ее наиболее эффективного использования в течение некоторого периода и дисконтированной стоимости машины в конце периода.

Возьмем машину, находящуюся в состоянии W и эксплуатирующуюся по своему назначению в течение малого периода времени dt. В конце этого периода возможны три ситуации:

- машина попадет в аварию. Вероятность этой ситуации равна μdt, а стоимость машины после этого будет равна утилизационной стоимости машины U;
- машина откажет и будет отремонтирована, что потребует затрат в размере Z. Вероятность этой ситуации равна λdt, а стоимость машины после этого составит $K(\xi W_0 + (1 - \xi)W)$;
- не произойдет ни аварии, ни отказа (вероятность этого равна $1 - \lambda dt - \mu dt$). Здесь машина принесет за период выгоды в размере Wdt и в конце периода окажется в состоянии $W - \alpha W dt$, в котором ее стоимость будет $K(W - \alpha W dt)$.

Теперь, применив принцип дисконтирования и обозначив, как и раньше, доналоговую реальную ставку дисконтирования (в непрерывном времени) через r, можно получить с точностью до малых более высокого порядка:

$$K(W) = U\mu dt + \left\{\mathrm{E}\left[K(\xi W_0 + (1-\xi)W)\right] - Z\right\}\lambda dt + \\ + (W + rU)dt + (1 - rdt)K(W - \alpha W dt)(1 - \lambda dt - \mu dt).$$

Перенеся $K(W)$ в правую часть, разделив на dt и перейдя к пределу при $dt \to 0$, после простых преобразований получим:

$$\alpha W K'(W) + (r + \lambda + \mu)K(W) = \\ = \lambda \mathrm{E}\left[K(\xi W_0 + (1-\xi)W)\right] + W - \lambda Z + (r + \mu)U. \quad (8)$$

Очевидно, что приведенная интенсивность приносимых машиной выгод не может стать отрицательной или стать больше, чем у машины в новом состоянии. Поэтому мы будем рассматривать функцию $K(W)$ только на отрезке $[0, W_0]$. С уменьшением интенсивности приносимых машиной выгод ее стоимость должна непрерывно убывать, при этом она не может стать меньше утилизационной стоимости U или больше восстановительной стоимости $BC(K_0)$. Это значит, что решением (8) должна быть непрерывная ограниченная функция. Можно проверить, что единственным таким решением является линейная функция:

$$K(W) = C_1 W + C_0, \quad (9)$$

где

$$C_1 = \frac{1}{r + \lambda p + \mu + \alpha}, \quad C_0 = \frac{\lambda C_1 p W_0 - \lambda Z}{r + \mu} + U. \quad (10)$$

При $W = W_0$ из (9) получим, что стоимость машины в новом состоянии (K_0) и интенсивность выгод, которые она в этот момент приносит (W_0), связаны соотношением:

$$K_0 = K(W_0) = C_1 W_0 + C_0. \quad (11)$$

Отсюда, прежде всего, следует, что

$$W_0 = \frac{K_0 - C_0}{C_1}. \quad (12)$$

Если подставить сюда значения C_1 и C_0 из (10), мы найдем и явное выражение для W_0:

$$W_0 = \frac{(r + \mu)(K_0 - U) + \lambda Z}{C_1(r + \mu + \lambda p)} = \\ = \frac{r + \lambda p + \mu + \alpha}{r + \lambda p + \mu}\left[(r + \mu)(K_0 - U) + \lambda Z\right]. \quad (13)$$

Для дальнейшего нам будет удобным записать формулу (9) иначе. Вычитая из нее (11), после простых преобразований найдем:

$$K(W) = K_0 + C_1(W - W_0). \quad (14)$$

Обратим внимание, что функция $K(W)$ – линейная, из чего вытекает любопытное следствие, позволяющее полнее раскрыть экономический смысл параметра p нашей модели.

Рассмотрим машину, находившуюся в состоянии W в момент, когда произошел ее отказ. После отказа машина прошла ремонт и она перешла в некоторое случайное состояние $\xi W_0 + (1 - \xi)W$, так что стоимость ее оказалась равной $\xi K(W_0) + (1 - \xi)K(W)$. Отсюда следует, что математическое ожидание стоимости машины после ремонта равно средневзвешенному из ее восстановительной стоимости и стоимости до момента отказа: $pK(W_0) + (1-p)K(W)$. В таком случае средняя стоимость машины после устранения последствий отказа больше ее стоимости до отказа на сумму $p[K(W_0)-K(W)]$. Но величина $K(W_0)-K(W)$ отражает износ (обесценение) машины до отказа. Поэтому ремонт машины устраняет долю p ее износа до момента отказа, так что p имеет смысл средней доли устранимого износа в общем износе.

Разумеется, в силу стохастичности процесса изменения состояния машины в ходе ее использования цены машин одного возраста будут иметь случайный разброс. Однако мы можем узнать, как меняется с возрастом средняя стоимость тех машин, которые дожили до этого возраста на дату оценки. Обозначим через $\bar{W}(t)$ – среднюю интенсивность выгод, приносимых машинами, дожившими до возраста t лет, а через $\bar{K}_t$ – их среднюю стоимость. В силу (14) эти величины связаны соотношением:

$$\bar{K}_t = K_0 + C_1\left[\bar{W}(t) - W_0\right]. \qquad (15)$$

Поэтому нам достаточно выяснить динамику функции $\bar{W}(t)$.

Рассмотрим машины, которые дожили до возраста $t + dt$ лет. В момент, когда им исполнилось t лет, они находились в некоторых состояниях, и средняя интенсивность приносимых ими выгод составляла $\bar{W}(t)$. За малый период времени dt до этого с ними не могла произойти авария (иначе они не дожили бы до конца периода). Поэтому в указанном периоде для каждой машины были возможны только две ситуации:

- она проработала этот период без отказа (с вероятностью $1-\lambda dt$), а в конце периода интенсивность приносимых ею выгод уменьшилась на $100\alpha dt$ %;
- машина отказала (с вероятностью λdt), после чего была отремонтирована, а интенсивность приносимых ею выгод, которая до отказа (т.е. по достижении возраста t лет) составляла W, стала равной $\xi W_0 + (1-\xi)W$.

Из этого следует, что:

$$\begin{aligned}\bar{W}(t+dt) &= (1-\lambda dt)\bar{W}(t)(1-\alpha dt) + \\ &+\lambda dt\,\mathrm{E}\left[\xi W_0 + (1-\xi)W(t)\right] = \\ &= \bar{W}(t) - (\lambda p + \alpha)\bar{W}(t)dt + \lambda p W_0.\end{aligned}$$

Но это возможно только, когда $\bar{W}'(t) + (\lambda p + \alpha)\bar{W}(t) = \lambda p W_0$.

Решением этого уравнения с начальным условием $\bar{W}(0) = W_0$ будет:

$$\bar{W}(t) = W_0 - \frac{\alpha W_0}{\lambda p + \alpha}\left[1 - e^{-(\lambda p + \alpha)t}\right].$$

Отсюда и из (15) вытекает искомая формула для средней стоимости машин, доживших до возраста t лет:

$$\bar{K}_t = K_0\left[1 - \gamma\left(1 - e^{-\omega t}\right)\right], \qquad (16)$$

где $\omega = \lambda p + \alpha,\ \gamma = \dfrac{\alpha C_1 W_0}{(\lambda p + \alpha)K_0}$. В последнюю формулу можно подставить выражение для W_0 из (13), и она примет вид: $\gamma = \dfrac{\alpha\left[(r+\mu)(1-u) + \lambda z\right]}{(\lambda p + \alpha)(r + \mu + \lambda p)}$, где z и u - соответственно относительные затраты на ремонт и утилизационная стоимость машин.

Таким образом, средняя стоимость машин с увеличением возраста экспоненциально приближается к предельной стоимости $\bar{K}_\infty = K_0(1-\gamma)$, которая, кстати, отличается от утилизационной. Из формулы (16) легко выводится, что зависимость средних коэффициентов годности (отношений рыночной стоимости машины к ее восстановительной стоимости K_0) от возраста имеет вид суммы экспоненты и константы:

$$k(t) = 1 - \gamma + \gamma e^{-\omega t}. \qquad (17)$$

Аналогично меняются характеристики объекта со временем при переходных процессах, например, в электрических цепях. На этом основании модели влияния возраста машины на ее стоимость и коэффициент годности, основанные на функции (17), будем называть моделями ПП.

Интересно отметить, что важным параметром модели ПП является минимальный коэффициент годности $(1-\gamma)$, который к тому же может отличаться от относительной утилизационной стоимости, что согласуется с американской практикой. Параметр ω здесь определяет скорость приближения коэффициентов годности к указанному минимальному значению по мере увеличения возраста машины.

Казалось бы, зная характеристики машин определенной марки, можно рассчитать для них и параметры ω и γ модели (17). Однако это не так, поскольку эти параметры зависят от таких характеристик машин, как α, p, B_0, λ и μ, оценка которых по рыночным данным представляет значительные трудности. В то же время полученную зависимость (17) проверить по рыночным данным гораздо проще, что и будет сделано в следующем разделе.

Интересно, однако, что ту же модель ПП можно получить, опираясь на иную модель случайного процесса эксплуатации и ремонта машин, которую мы сейчас рассмотрим.

Модель 2

В модели 1 выгоды, приносимые машиной в процессе ее нормальной эксплуатации, менялись постепенно: за малую единицу времени они снижались на $100\alpha\%$. Между тем, этот процесс можно рассматривать и как процесс накопления повреждений, возникающих случайно. На этом основании мы вводим в модель дополнительно состояние “сбоя” машины. Пока сбой не произошел, технико-экономические характеристики машины не меняются, однако после сбоя они ухудшаются. Принимается, что сбои происходят с интенсивностью ν, т.е. вероятность сбоя за малое время dt составляет νdt, а после сбоя машины, находящейся в состоянии W, она переходит в состояние в состояние ηW, где η - случайная величина, распределенная на отрезке [0, 1] с плотностью nx^{n-1}. Средний коэффициент уменьшения выгод составляет при этом $\mathrm{E}[\eta] = n/(n+1)$, так что при большом n состояние машины уменьшается мало. Все прочие предположения модели 1 остаются прежними.

Рассмотрим машину, находящуюся в состоянии W и эксплуатирующуюся по своему назначению в течение малого периода времени dt. В конце этого периода возможны четыре ситуации:

- машина попадет в аварию. Вероятность этого - μdt, а после аварии машина будет иметь утилизационную стоимость U;
- произойдет сбой. Вероятность этой ситуации равна νdt, причем после сбоя машина перейдет в случайное состояние ηW;
- машина откажет и будет отремонтирована, что потребует затрат в размере Z. Вероятность этой ситуации равна λdt, причем после сбоя машина перейдет в состояние $\xi W_0 + (1 - \xi)W$. При этом, как и раньше, будем обозначать $E[\xi]$ через p;
- не произойдет ни сбоя, ни аварии, ни отказа. Вероятность этой ситуации равна $1 - \lambda dt - \mu dt - \nu dt$, при этом машина принесет за период выгоды в размере $(W + rU)dt$ и в конце периода окажется в том же состоянии W, так что ее стоимость останется прежней – $K(W)$.

Теперь, применив принцип дисконтирования, можно получить с точностью до малых более высокого порядка:

$$K(W) = \mu dtU + \nu dt\mathrm{E}\left[K(\eta W)\right] +$$
$$+\lambda dt\left\{\mathrm{E}\left[K(\xi W_0 + (1-\xi)W)\right] - Z\right\} + (W + rU)dt +$$
$$+\left[1 - (\lambda + \mu + \nu)dt\right](1 - rdt)K(W).$$

Легко видеть, что такое равенство возможно только если

$$W + (r+\mu)U - \lambda Z - (r + \lambda + \mu + \nu)K(W) +$$
$$+\nu\int_0^1 K(\eta W)n\eta^{n-1}d\eta + \lambda\mathrm{E}\left[K(\xi W_0 + (1-\xi)W)\right] = 0.$$

Функция $K(W)$, как и раньше, будет рассматриваться только на отрезке $[0, W_0]$, где она является непрерывной. Оказывается, что полученное уравнение имеет единственное такое решение – линейную функцию:

$$K(W) = C_3 W + C_2,$$
$$C_3 = \frac{1}{r + \lambda p + \mu + \dfrac{\nu}{n+1}}, \quad C_2 = \frac{\lambda C_3 p W_0 - \lambda Z}{r + \mu} + U. \qquad (18)$$

Отсюда, как и раньше, вытекают соотношения, аналогичные (11-14):

$$W_0 = \frac{K_0 - C_2}{C_3}, \quad K(W) = K_0 + C_3(W - W_0). \qquad (19)$$

Выясним, как меняется с возрастом средняя стоимость тех машин, которые дожили до этого возраста. Пусть $\bar{W}(t) = \mathrm{E}\left[W(t)\right]$ - средняя интенсивность выгод, приносимых машинами, дожившими до возраста t лет, а $\bar{K}_t$ - их средняя стоимость. Тогда в силу (19) имеем:

$$\bar{K}_t = K_0 + C_3\left[\bar{W}(t) - W_0\right]. \qquad (20)$$

Поэтому нам достаточно выяснить динамику функции $\bar{W}(t)$.

Рассмотрим машины, которые дожили до возраста $t + dt$ лет. В момент, когда им исполнилось t лет, они находились в некоторых состояниях, и средняя приведенная интенсивность приносимых ими выгод составляла $\bar{W}(t)$. За малый период времени dt с ними не могла произойти авария (иначе они не дожили бы до конца периода). Поэтому в указанном периоде для каждой машины были возможны только три ситуации:

- не произойдет ни сбоя, ни отказа. Вероятность этой ситуации равна $1 - \lambda dt - \nu dt$, при этом машина принесет за период выгоды в размере Wdt и в конце периода окажется в том же состоянии W;
- произойдет сбой. Вероятность этой ситуации равна νdt, причем после сбоя машина перейдет в случайное состояние ηW;
- машина откажет и будет отремонтирована. Вероятность этой ситуации равна λdt, а после ремонта машина перейдет в состояние $\xi W_0 + (1 - \xi)W$.

Отсюда вытекает следующее уравнение для средней интенсивности выгод, приносимых рассматриваемыми машинами:

$$\bar{W}(t + dt) = (1 - \lambda dt - \nu dt)\bar{W}(t) + \nu dt\mathrm{E}\left[\eta W(t)\right] +$$
$$+\lambda dt\mathrm{E}\left[\xi W_0 + (1-\xi)W(t)\right] =$$
$$= \bar{W}(t) - \left(\frac{\nu}{n+1} + \lambda p\right)\bar{W}(t)dt + \lambda p W_0 dt.$$

Но это возможно только, когда:

$$\bar{W}'(t) + \left(\frac{\nu}{n+1} + \lambda p\right)\bar{W}(t) - \lambda p W_0 = 0.$$

Решением этого уравнения с начальным условием $\bar{W}(0) = W_0$ будет:

$$\bar{W}(t) = W_0 - \frac{\nu W_0}{\lambda p(n+1) + \nu}\left[1 - e^{-\left(\lambda p + \frac{\nu}{n+1}\right)t}\right].$$

Отсюда и из (20) вытекает выражение для средней стоимости машин, доживших до возраста t лет:

$$\bar{K}_t = K_0 - \frac{\nu C_3 W_0}{\lambda p(n+1) + \nu}\left[1 - e^{-\left(\lambda p + \frac{\nu}{n+1}\right)t}\right].$$

Подставляя сюда выражение для B_0 из (19), найдем:

$$\bar{K}_t = K_0 - \frac{\nu(K_0 - C_2)}{\lambda p(n+1) + \nu}\left[1 - e^{-\left(\lambda p + \frac{\nu}{n+1}\right)t}\right]. \qquad (21)$$

Мы получили формулу, аналогичную (16). Таким образом, и в модели 2 зависимость средних коэффициентов годности (отношений рыночной стоимости машины к ее ВС K_0) от возраста может быть представлена моделью ПП (17), правда, с иными значениями входящих туда параметров ω и γ. Поэтому и здесь с увеличением возраста средняя стоимость машин будет стремиться к предельной стоимости

$$\bar{K}_\infty = K_0 - \frac{\nu(K_0 - C_2)}{\lambda p(n+1) + \nu}.$$

Экспериментальная проверка моделей

Как видим, обе модели привели к одной и той же модели ПП, в которой зависимости от возраста средней стоимости машины и среднего коэффициента ее годности описываются формулами:

$$k(t) = 1 - \gamma + \gamma e^{-\omega t}, \quad \bar{K}(t) = K_0 k(t) = K_0\left(1 - \gamma + \gamma e^{-\omega t}\right). \qquad (22)$$

Выясним, насколько хорошо согласуется модель ПП с рыночными данными. Для этого будем подбирать параметры K_0, ω и γ так, чтобы рассчитанные по формуле (22) расчетные стоимости машин разного возраста как можно меньше отличались от наблюдаемых цен.

Начнем с тракторов МТЗ-82.1. Для них в результате подбора получено:

$K_0 = 691, \quad \gamma = 0,74, \quad \omega = 0,089.$

Соответствующую зависимость средней стоимости машин (***K***, тыс. руб.) от возраста (***t***, годы) естественно сравнить с “гладкой” зависимостью, изображенной на рис. 2. На рис. 11 представлены результаты такого сравнения. Оказывается, что обе зависимости достаточно близки – различие заметно лишь для достаточно больших возрастов, где рыночной информации явно недостаточно. К тому же величина $\mathbf{K_0}$ мало отличается от средней цены тракторов на первичном рынке. Оказалось также, что обе зависимости дают одинаковую точность: стандартное отклонение цен от обеих зависимостей оказалось одинаковым – 72 тыс. руб.

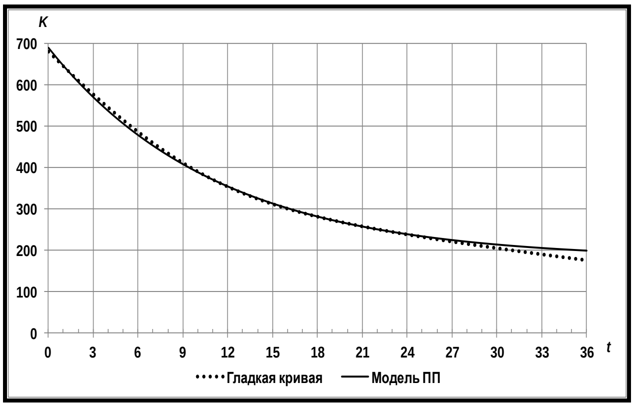

Рис. 11. Сравнение зависимостей стоимости тракторов от возраста

Примерно те же результаты получены и для экскаваторов ЭО-2621В. Сравнение гладкой зависимости их стоимости (***K***, тыс. руб.) от возраста (***t***, годы), изображенной на рис. 3, с зависимостью, рассчитанной по формуле (18) при $K_0 = 1074, \quad \gamma = 0,86, \quad \omega = 0,133$, представлено на рис. 12.

Здесь расхождения обеих зависимостей более заметны, однако они имеют место для машин в возрастах 3-8 лет, где колебания рыночных цен достаточно велики. При этом стандартное отклонение цен от гладкой зависимости – 104 тыс. руб. – практически такое же, как и от зависимости (20) – 102 тыс. руб.

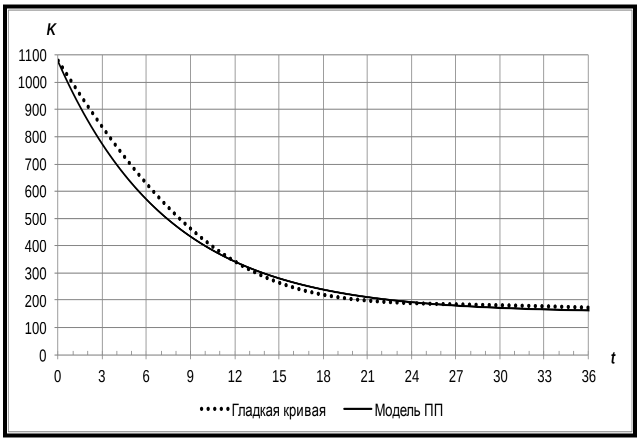

Рис. 12. Сравнение зависимостей стоимости экскаваторов от возраста

Аналогичные результаты получены и для других видов машин.

Обсуждение предпосылок моделей

Сделанные при построении моделей 1 и 2 предположения, разумеется, очень грубо описывают реальный процесс использования машин. Несмотря на это, оказывается, что модели позволяют объяснить динамику средних цен предложения на машины.

Интересно, что оценщики, обрабатывая рыночную информацию, нередко используют в этих целях экспоненциальную зависимость цен машин от возраста (в формуле (22) ей отвечает $\gamma = 1$). Примером являются зависимости для автотранспортных средств, предложенные в [1]. Модель ПП, обеспечивающую существенно большую точность аппроксимации, можно рассматривать как обобщение такой зависимости.

В то же время зависимость средней цены машин от возраста неприменима к описанию износа конкретной машины в динамике. Например, из того, что средняя цена 12-летних тракторов вдвое меньше их ***ВС*** (см. рис. 4) нельзя сделать вывод, что у конкретного трактора, эксплуатирующегося в средних условиях, за 12 лет эксплуатации цена снизится вдвое. Все дело в том, что конкретный трактор может и не дожить до 12-летнего возраста. Поэтому об уменьшении стоимости в среднем вдвое можно говорить лишь по отношению к тем тракторам, которые дожили до этого возраста (пройдя перед этим некоторое количество ремонтов).

Однако для оценки рыночной стоимости конкретных машин модель ПП применима. Если оценщик знает об оцениваемой машине только ее возраст ***t*** лет, то ему не остается ничего иного, как принять ее стоимость на уровне средней стоимости машин того же возраста $\bar{K}_t$. Если же ему известна и какая-то иная информация о состоянии машины, он может учесть ее, внеся в полученную оценку соответствующие корректировки.

Вместе с тем, аппроксимация рыночных цен моделью ПП не позволяет однозначно установить все параметры исходных моделей 1 и 2 (λ, μ, α, $\boldsymbol{Z}$, $\boldsymbol{p}$), а тем более – ставку дисконтирования ***r***. Поэтому, установив зависимость (22) для конкретной марки машин, мы не сможем, в отличие от детерминированной модели (2), “восстановить” интенсивность выгод ***B(t)*** от использования таких машин разного возраста.

ВЫВОДЫ

Рыночная стоимость машин существенно зависит от их возраста. В то же время цены машин одной марки и одного возраста имеют определенный разброс, обусловленный различиями в техническом состоянии машин. Это не позволяет добиться достаточно высокой точности оценки и делает актуальной задачу разработки новых методов оценки машин, позволяющих учесть более широкий круг ценообразующих факторов. Тем не менее, методика оценки подержанных машин, основанная на использовании зависимости средних коэффициентов их годности (или коэффициентов износа) от возраста, представляется достаточно обоснованной. Однако многие известные методы не позволяют оценивать машины за пределами нормативного или рационального срока службы, хотя таких машин на рынке сравнительно много. Поэтому зависимости средних коэффициентов годности от возраста должны быть пригодны для оценки достаточно старых машин, причем средняя стоимость таких машин может существенно отличаться от их утилизационной стоимости. Более того, анализ показывает, что эти зависимости должны быть нелинейными.

Построенные в статье стохастические модели процесса использования машин позволяют объяснить как наличие на рынке достаточно большого числа сравнительно старых машин, так и тот факт, что их средняя стоимость существенно превосходит утилизационную. Из них вытекает, что динамика средних коэффициентов годности может быть описана сравнительно простой двухпараметрической моделью ПП, которой удобно аппроксимировать фактические данные о рыночных ценах, и которая достаточно хорошо согласуется с этими данными. В то же время зависимости средних коэффициентов годности от возраста, полученные на основе обработки рыночных данных, не позволяют (в отличие от детерминированных моделей) оценивать ни размеры выгод от использования машин, ни их изменение с возрастом.

Литература

1. Андрианов Ю.В. Оценка автотранспортных средств [Текст] / Ю.В. Андрианов. – М. : Дело, 2006.
2. Аркин В.И. и др. Оценка имущества и бизнеса в условиях неопределенности (проблема “хвоста” и начала) [Текст] / В.И. Аркин, А.Д. Сластников, С.А. Смоляк // Аудит и финансовый анализ. – 2006. – №1. – С. 81-92.
3. Грибовский С.В. Оценка стоимости недвижимости [Текст] : учеб. пособие / С.В. Грибовский. – М. : Маросейка, 2009.
4. Европейские стандарты оценки 2003 [Текст] / пер. с англ. – М. : Российское об-во оценщиков, 2006.
5. Ковалев А.П. и др. Определение износа основных фондов в ПИК «СтОФ» [Электронный ресурс] / А.П. Ковалев, П.В. Фадеев, Б.С. Алихашкин, В.В. Евтюшкин. URL: http://do.gendocs.ru/docs/index-214216.html?page=3.
6. Кокс Д.Р. Теория восстановления [Текст] / Д.Р. Кокс, В.Л. Смит. – М. : Советское радио, 1987.
7. Международные стандарты оценки 2007 [Текст] / пер. с англ. – 8-е изд. – М. : Российское общество оценщиков, 2008.
8. Международные стандарты оценки 2011 [Текст] / пер. с англ. – М. : Российское общество оценщиков, 2013.
9. Методика определения экономической эффективности технологий и сельскохозяйственной техники [Текст]. Ч. 2: Нормативно-справочный материал. – М. : Минсельхозпрод РФ, 1998.
10. Основы оценки стоимости машин и оборудования [Текст] / А.П. Ковалев, А.А. Кушель, И.В. Королев, П.В. Фаддеев ; под ред. М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2006.
11. Оценка стоимости машин, оборудования и транспортных средств [Текст] / А.П. Ковалев, А.А. Кушель, В.С. Хомяков, Ю.В. Андрианов, Б.Е. Лужанский, И.В. Королев, С.М. Чемерикин. – М. : Интерреклама, 2003.
12. Тришин В.Н. Об оценке специализированных и квазиспециализированных основных средств [Текст] / В.Н. Тришин // Вопросы оценки. – 2009. – №3. – С. 2-28.
13. Смоляк С.А. Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования [Текст] / С.А. Смоляк. – М. : РИО МАОК, 2008.
14. Смоляк С.А. Эргодические модели износа машин и оборудования [Текст] / С.А. Смоляк // Экономика и математические методы. – 2009. – Т. 45 ; №4. – С. 42-60.
15. Смоляк С.А. Стохастическая модель износа машин [Текст] / С.А. Смоляк // Экономика и математические методы. – 2012. – Т. 48 ; №1. – С. 56-66.
16. Смоляк С.А. Оценка рыночной стоимости машин с учетом устранимого и неустранимого износа [Текст] / С.А. Смоляк// Экономика и математические методы. – 2013. – Т. 49 ; №1. – С. 54-72.
17. 2012 Personal property factors and tables. URL: http://www.colorado.gov/cs/Satellite?c=Page&childpagename=DOLAMain%2FCBONLayout&cid=1251590389358&pagename=CBONWrapper
18. 2014 Industrial depreciation. URL: http://www.tax.ms.gov/docs/2014IndustrialDepreciation.pdf
19. Arizona department of revenue. Personal property manual 2011. URL: http://www.azdor.gov/Portals/0/Brochure/AZ-Personal-property-Manual.pdf
20. Kijima M. Some results for repairable systems with general repair // Journal of applied probability. 1989. Vol. 26. Pp. 89-122.
21. Revised 2014 cost index & depreciation schedules. URL: http://www.dornc.com/publications/cost_archive/14archive/2014_revised_costindex.pdf
22. Rykov V.V., Balakrishnan N., Nikulin M.S. Mathematical and statistical models and methods in reliability. NY: Springer, 2010. 483 p.
23. Scarsini M., Shaked M. On value of an item subject to general repair or maintenance, with general repair // European J. of operational research. 2000. Vol. 122. Pp. 625-637.
24. Smolyak S.A. Models for estimating depreciation in plants, machinery and equipment: analysis and proposals // Journal of property tax assessment and administration. 2012. Vol. 9 ; Iss. 3. Pp. 47-86.

Ключевые слова

Стоимостная оценка; машины; оборудование; возраст; цена; рыночная стоимость; износ; статистические зависимости; математические модели; стохастика.

Смоляк Сергей Абрамович

РЕЦЕНЗИЯ

В статье С.А. Смоляка «Зависимости стоимости машин от возраста: проблемы и модели» выявляются некоторые проблемы и парадоксы, связанные с установлением зависимости стоимости машин от возраста.

Автор анализирует различные методы учета указанной зависимости при оценке подержанных машин и показывает, что почти все они не согласуются с рыночными данными (при этом использован огромный фактический материал – проанализировано около тысячи цен). Причину таких расхождений он видит в недостаточном учете вероятностного характера процессов использования машин. В связи с этим им предложены две вероятностные модели таких процессов, приводящие, как ни странно, к одной и той же достаточно простой зависимости стоимости машин от возраста, хорошо согласующейся с фактической информацией. Это, безусловно, является важным элементом научной новизны и одновременно дает в руки практическим оценщикам подходящий математический аппарат для обработки рыночных цен.

Основные положения статьи достаточно подробно аргументированы и подтверждены ссылками на большое число российских и иностранных источников.

Заключение: рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к изданию.

Козырь Ю.В., ,д.э.н., в.н.с. Центрального экономико-математического института Российской Академии наук.