3. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

3.1. К ОБОСНОВАНИЮ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ СТОИМОСТИ АКЦИИ НА ОСНОВЕ СМО ТИПА РОЖДЕНИЯ-ГИБЕЛИ

Басангов Ю.М., специалист по финансовым рынкам ООО УК «Интеграл»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры финансов и менеджмента Тверского института экологии и права

Ранее авторами было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели. В последующей работе авторами была предложена другая нормировка цены акции. В настоящей работе мы возвращаемся к исходной модели СМО, чтобы корректно обосновать способы определения плотностей переходов без обращения к статистике, если известен соответствующий статистический закон распределения. Полученные простые формулы позволяют практикующими оценщиками избежать трудоемкой работы по непосредственно статистической оценке плотностей переходов и делают предложенный подход практически значимым, а также могут служить теоретической основой для обоснования корректности предложенной модели.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается локально-глобальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже, и связанная с ней задача прогнозирования стоимости бизнеса, рассматриваемого как стоимость все совокупности его голосующих акций [6, 7]. Оказывается, что поведение случайной цены акции x можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО) [6, 7]. В работе [1] было показано, что поведение случайной цены акции:

$$x = x(t) = [X(t) - aR(t) - b] /$$
$$/ [D_X(t) - K_{XR}^2(t,t)/D_R]^{1/2},$$

центрированной регрессией и нормированной среднеквадратическим отклонением (СКО) разности, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО с непрерывным временем. А именно в СМО, известной в литературе как модель размножения-гибели [4]. Будем отождествлять с состоянием k попадания очередного значения случайной величины (с.в.) x в отрезок X_k, на которые разбито множество возможных значений, определяемое по известному правилу трех сигм. Предполагается марковость переходов в рассматриваемой СМО. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь на стационарных прогнозных периодах, когда поведение изменения цены акции можно считать марковским процессом.

Получается центрированная и нормированная с.в.:

$$x = x(t)$$

с матожиданием ноль и дисперсией единица, которую в простейшем случае можно считать подчиненной нормальному закону распределения. И она будет не коррелированна с выбранным биржевым индексом $R(t)$, т.е. отражать отличные от общей тенденции рынка индивидуальные ценообразующие факторы. Один из способов прогнозирования индекса был предложен в [2]. Поэтому предлагаемая модель прогноза может быть сопряжена с ней. Для этого достаточно выразить прогнозируемую цену акции через прогноз нормированной цены и прогноз индекса:

$$X(t) = x(t)\sigma_d + aR(t) + b.$$

В [1] предложенная модель, была перенесена на стоимость бизнеса, что позволило получить формулы позволяющие уточнить прогноз [2] с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от ее регрессии через биржевой индекс, полученной по ретроспективным данным. В [3] предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса были аппроксимированы многочленами m-й степени от t и получена оценка точности аппроксимации, позволяющая определять величину m, обеспечивающую нужную точность расчетов.

В настоящей работе мы возвращаемся к исходной модели СМО, чтобы корректно обосновать способы определения плотностей переходов без обращения к статистике, если известен статистический закон распределения с.в. $x = x(t)$. Полученные простые формулы позволяют практикующими оценщиками избежать трудоемкой работы по непосредственно статистической оценке плотностей переходов и делают предложенный подход практически значимым, а также могут служить теоретической основой для обоснования корректности предложенной модели.

1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Будем отождествлять стоимость бизнеса со стоимостью всех его голосующих акций. Предположим, что эти акции котируются на бирже. Тогда для изменения стоимости акции можно использовать модель СМО, предложенную в [1] с учетом указанных изменений. Обозначим через $Y(t) = aR(t) + b$ регрессию цены $X(t)$ через биржевой индекс $R(t)$ и рассмотрим их разницу $d(t) = X(t) - Y(t)$, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО):

$$\sigma_d(t) = [D_X(t) - K_{XR}^2(t,t)/D_R(t)]^{1/2}, \qquad (1)$$

которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Здесь D_X, D_R, K_{XR} – дисперсия $X(t), Y(t)$ и их ковариация, соответственно.

Получается центрированная, нормированная с.в.

$$x = x(t) = \frac{X(t) - aR(t) - b}{\sigma_d} \qquad (2)$$

с $m_x = m = 0, \sigma_x = \sigma = 1$, которую в простейшем случае можно считать подчиненной нормальному закону распределения. И она будет не коррелированна с выбранным биржевым индексом $R(t)$, т.е. отражать отличные от общей тенденции рынка индивидуальные ценообразующие факторы. Строго говоря, чтобы для корректности такой модели, нужно постулировать, что сечения нормированной стоимости $x(t)$ одинаково распределены, но возможно зависимы для различных t. В частности, неслучайные величины (2)

$$a = a(t) = K_{XR}(t,t)/D_R(t), \qquad (3)$$
$$b = b(t) = M_X(t) - a(t)M_R(t)$$

и СКО (1) есть величины постоянные. Для этого достаточно, чтобы процессы $X = X(t), R = R(t)$, были стационарными и стационарно связанными [5], что и предполагается далее. Напомним, что стационарно связанными называются две случайные функции $X = X(t),$

$R = R(t)$, если их взаимная корреляционная функция зависит только от разности аргументов $\tau = t_2 - t_1$:

$$K_{XR}(t_1, t_2) = k_{XR}(\tau).$$

Отсюда следует в частности постоянство $K_{XR} = K_{XR}(t,t) = k_{XR}(0)$. Так же как из стационарности процессов $X = X(t), R = R(t)$ следует постоянство дисперсий $D_X(t) = D_X(t), D_R = D_R(t)$, что вместе с предыдущим и обеспечивает постоянство величины СКО (1) и коэффициента (2). Постоянство величин $M_X = M_X(t), M_R = M_R(t)$ следует по определению из стационарности процессов $X = X(t), R = R(t)$, что и обеспечивает постоянство коэффициента (3). Заметим, из сделанных предположений вытекает стационарность процесса (2). Действительно, его корреляционная функция есть функция только переменной τ, что видно из следующих выкладок:

$$K_x(t_1,t_2) = M\frac{X(t_1) - aR(t_1) - b}{\sigma_d} *$$
$$* \frac{X(t_2) - aR(t_2) - b}{\sigma_d} = M\frac{X^0(t_1) - aR^0(t_1)}{\sigma_d} *$$
$$* \frac{X^0(t_2) - aR^0(t_2)}{\sigma_d} = [K_X(t_1,t_2) - \tag{4}$$
$$-2aK_{XR}(t_1,t_2) + a^2K_R(t_1,t_2)] / \sigma_d^2 =$$
$$= [k_X(\tau) - 2ak_{XR}(\tau) + a^2k_R(\tau)] / \sigma_d^2.$$

С практической точки зрения значения с.в. x не выходят за пределы отрезка $[-3,3]$. Разобьем этот отрезок на N частей длины $\delta_N = 6/N$ точками: $x_k = -3 + \delta_N k,\ k = 0,1,\dots,N.$ Обозначим (ср. с [1]):

$$X_k = [x_{k-1}, x_k],\ k = 1,2,\dots,N.$$

И будем отождествлять с событием X_k попадания очередного значения с.в. x в отрезок:

$$X_k, k = 1,2,\dots,N.$$

Замечание 1

Можно добавить для точности еще 0-е и $(N+1)-$е состояние:

$$X_0 = (-\infty, x_0],\ X_{N-1} = [x_N, +\infty). \tag{5}$$

Предполагается, что центрированная, нормированная цена x меняется скачками, и поток скачков изменения случайной цены x является простейшим [5]. Причем таким, что вероятность перехода в не соседнее состояние пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью перехода в соседнее состояние, или вероятностью остаться в текущем состоянии. В этих предположениях поведение системы может быть описано системой массового обслуживания (СМО), известной как модели рождения-гибели [4].

Обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 1,2,\dots,N-1,$ в состояние X_{k+1} через λ_k. Аналогично, обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 2,3,\dots,N,$ в состояние X_{k-1} через μ_k. Положим формально:

$$\lambda_N = 0, \lambda_0 = 0,\ \mu_1 = 0, \mu_{N+1} = 0. \tag{6}$$

Тогда как показано в [4], в предельном стационарном режиме для стационарных вероятностей $P_k^0, k = 1,2,\dots,N,$ должно выполняться соотношение:

$$P_k^0 = \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k}P_{k-1}^0, k = 2,3,\dots,N, \tag{7}$$

из которого можно выразить все стационарные вероятности состояний через P_1^0. Значение P_1^0 определяется из условия:

$$\sum_k P_k^0 = 1. \tag{8}$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТЕЙ ПЕРЕХОДОВ

В модели предполагается статистическое оценивание плотности переходов λ_k, μ_k. Однако иногда для этого недостаточно данных. Можно представить, например, что построена гистограмма распределения с.в. x, т.е. имеется статистическая оценка априорных вероятностей $P_k, k = 1,2,\dots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k. Исходная модель построения базового стационарного процесса в виде розыгрышей значений одинаково распределенной с.в. x в дискретные моменты времени t_m, образующие простейший поток, взята из [5]. Только в [5] реализации $x_m = x(t_m)$ предполагались независимыми, а нас допускается их зависимость. Возможны самые разные модели этой зависимости. Рассмотрим здесь одну из них. Следующее значение $x_m = x(t_m)$ с.в. x предполагается распределенным по тому же закону, что и сама x, но при условии, что его значение будет принадлежать отрезку $[x_{k-2}, x_{k+1}]$, состоящему из трех интервалов X_{k-1}, X_k, X_{k+1}. Тогда, во-первых, будет верна гипотеза, что за один скачок можно перейти лишь в соседний интервал. А, во-вторых, распределение вероятностей попадания в интервалы X_{k-1}, X_k, X_k:

$$P_{ik} = p(x \in X_k | x \in [x_k, x_{k+1}]), k = i-1, i, i+1, \tag{9}$$

будет асимметричным, с большей вероятностью скачка в сторону матожидания с.в. X. Тогда плотности вероятностей переходов можно найти по формуле:

$$\lambda_i = P_{i,i+1}\lambda, \mu_i = P_{i,i-1}\lambda, \tag{10}$$

где λ – плотность базового Пуассоновского потока скачков t_m.

Очевидно, что

$$P_{ik} = \frac{P_k}{P_{i-1} + P_i + P_{i+1}}, k = i-1, i, i+1, \tag{11}$$

Где $P_k, k = 1,2,\dots,N,$ – априорные вероятности принадлежности с.в. x отрезку X_k. Тогда из рекуррентного уравнения (7) для стационарных вероятностей $P_k^0, k = 1,2,\dots,N,$ должно выполняться соотношение:

$$P_i^0 / P_{i-1}^0 = \lambda_{i-1} / \mu_i = P_{i-1,i} / P_{i,i-1} = P_i / P_{i-1} * \\ *(P_{i-1} + P_i + P_{i+1}) / (P_{i-2} + P_{i-1} + P_i) \approx P_i / P_{i-1}. \tag{12}$$

Поскольку вероятности однозначно восстанавливаются из этих уравнений с учетом дополнительного условия (8), то отсюда следуют приближенные равенства:

$$P_i^0 \approx P_i, i = 1,2,\ldots,N. \quad (13)$$

Причем, чем больше N, чем точнее они должны выполняться, что и ожидалось, поскольку условное среднее значение с.в. x в пределе должно соответствовать безусловному среднему. Это, кстати, делает бессмысленным уточнение продажной цены бизнеса, понимаемой как совокупность всех его голосующих акций, поскольку она по смыслу должна равняться безусловному среднему. Но это имеет смысл в прогнозный нестационарный период для уточнения текущей цены бизнеса, которая используется во многих наших предыдущих построениях. Вот как на самом деле должны сопрягаться старая и новая уточняющая модель прогноза! Хорошо было бы еще в качестве примера рассчитать априорные вероятности для нормального распределения и проверить выполняется ли приближенное равенство (12) или нет?

3. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СООТНОШЕНИЯ (12) ДЛЯ НОРМАЛЬНОГО ЗАКОНА

Для доказательства (12) достаточно доказать соотношение:

$$(P_{i-1} + P_i + P_{i+1})/(P_{i-2} + P_{i-1} + P_i) \to 1, N \to \infty. \quad (14)$$

Для априорных вероятностей $P_k, k = 1,2,\ldots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k имеют место приближенные формулы:

$$P_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_{k-1}}^{x_k} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_k^2}{2}} \delta_N.$$

Далее, из дифференциальных свойств функции под интегралом имеем приближенную формулу:

$$P_{k+j} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_{k+j}^2}{2}} \delta_N \approx$$

$$\approx \frac{\delta_N}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_k^2}{2}} (1 - x_k[x_{k+j} - x_k]) =$$

$$= \frac{\delta_N}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_k^2}{2}} (1 - x_k j\delta_N), j = k-2,\ldots,k+1.$$

Подставляя в формулу (14), получим:

$$(P_{i-1} + P_i + P_{i+1})/(P_{i-2} + P_{i-1} + P_i) \approx$$

$$\approx \frac{1 - x_k\delta_N(-1+0+1)}{1 - x_k\delta_N(-2-1+0)} = \frac{1}{1 + 3x_k\delta_N} \to 1, N \to +\infty.$$

Причем эта сходимость равномерна по x_k на любом ограниченном множестве на действительной прямой. В частности, на отрезке $[-3,3]$, которым мы решили ограничиться, пользуясь правилом трех сигм.

4. ЛОКАЛЬНО-ГЛОБАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ УСЛОВНОГО СРЕДНЕГО

Теперь можно получить локальное выражение для условного матожидания:

$$m_i = m_i(\Delta t) = M(x(\Delta t) | x(0) \in X_i)$$

нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i – м диапазоне. Тогда цена в ближайшее время Δt может перейти в соседний отрезки или остаться в пределах данного отрезка. Отождествляя приблизительно значение условного математического ожидания цены X при условии, что X принадлежит отрезку $X_k, k = 1,2,\ldots,N,$ с его серединой $x_{k-1} + \delta_N/2 = x_k - \delta_N/2$ можно получить такую приближенную формулу для условного ожидаемое значение цены акции:

$$\begin{aligned} m_i &= (x_{i-1} - \delta_N/2)\mu_i \Delta t + (x_i - \delta_N/2) * \\ &* (1 - \mu_i \Delta t - \lambda_i \Delta t) + (x_{i+1} - \delta_N/2)\lambda_i. \end{aligned} \quad (15)$$

Пусть, по определению $p_{ik} = p_{ik}(t)$ – вероятность того, что в момент t цена принадлежит отрезку $X_k, k = -n,\ldots,n,$ при условии, что в момент 0 система находилась в состоянии i. Тогда при условии марковости процесса выполняется так называемая система опережающих дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена [4]:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{ik}}{dt} &= \lambda_{k-1} p_{i,k-1}(t) - (\lambda_k + \mu_k) p_{ik}(t) + \\ &+ \mu_{k+1} p_{i,k+1}(t), k = 1,2,\ldots,N. \end{aligned} \quad (16)$$

Причем, как и раньше предполагается, что выполняются условия (6), с начальными условиями:

$$p_{ik}(0) = \begin{cases} 1, k = i, \\ 0, k \neq i. \end{cases} \quad (17)$$

Обозначим через p_i N – мерный вектор-столбец с координатами $p_{ik} = p_{ik}(t), k = 1,2,\ldots,N.$ Пусть A – матрица постоянных коэффициентов в правой части системы (6), а e_i – N -мерный вектор-столбец с координатами, определенными формулой (17). Тогда систему (16) можно записать в матричном виде:

$$\frac{dp_i}{dt} = Ap_i, \quad (18)$$

а начальное условие (7) принимает форму равенства:

$$p_i(0) = e_i. \quad (19)$$

Решение задачи (18), (19) имеет вид [1]:

$$p_i = p_i(t) = e^{At} e_i, \quad (20)$$

где

$$e^{At} = E + \frac{1}{1!} At + \frac{1}{2!} A^2 t^2 + \ldots.. \quad (21)$$

Здесь E – единичная матрица размерности $N * N.$

Замечание 2

Векторное представление решения через экспоненту матрицы коэффициентов справедливо для однородной системы. Наша система (18) действительно однородна, но как показано в [1], ее решения, удовлетворяющие начальному условию (19), связаны тождеством:

$$\sum_{k=1}^{N} p_{ik}(t) = 1. \quad (22)$$

Таким образом, уравнение (22) дает первый интеграл однородной N -мерной системы (20), (21) и выполняется автоматически.

Цена перейдет за время t в состояние k с вероятностью $p_{ik} = p_{ik}(t)$. Условное матожидание $m_i = m_i(t) =$

$=M(x(t)|x(0)\in X_i)$ центрированной, нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент ее нормированная, центрированная цена находилась в i-м диапазоне, составляет:

$$m_i=\sum_{k=1}^{N}(x_k-\delta_N/2)p_{ik}(t)= \\ =\sum_k x_k p_{ik}-\delta_N/2. \qquad (23)$$

Замечание 3

Если согласно замечанию 1 добавлены состояния $X_0=(-\infty,x_0]$, $X_{N-1}=[x_N,+\infty)$, то формула (23), по крайней мере, для нормального закона с.в. x распределения будет иметь вид:

$$m_i=\sum_{k=1}^{N}(x_k-\delta_N/2)p_{ik}(t)+ \\ +(\sqrt{\frac{2}{\pi}}*\frac{e^{-3^2/2}}{1-\Phi(3)}+\delta_N/2-3)[p_{01}(t)+p_{N,N+1}(t)]\approx \\ \approx\sum_k(x_k-\delta_N)p_{ik}+(3{,}33+\delta_N/2)[p_{01}+p_{N,N-1}]. \qquad (24)$$

Здесь функция Φ представляет функцию распределения стандартного нормального закона с $m_x=m=$ $=0,\sigma_x=\sigma=1$:

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{x^2}{2}}dx, \qquad (25)$$

которая затабулирована в специальных таблицах (см., например, [7]). В частности, $\Phi(3)\approx 0{,}9986$. Заметим, то сумма вероятностей $p_{01}+p_{N,N-1}$ в случае нормального закона распределения с.в. x должна быть не больше 1%.

Для других распределений предлагаемая поправка будет определенным приближением в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей, если считать с.в. x суммой достаточно большого числа слагаемых, что обычно верно.

5. ПРИМЕР РАСЧЕТА КРИТЕРИЯ

Предположим, например, что исходные данные задачи принимают следующие значения [6]:

$$n=5, i=4. \qquad (26)$$

И рассмотрим квадратичную аппроксимацию решения системы (18), (19). Соответствующие формулы получаются из формул, полученных в [6], отбрасыванием кубических членов:

$$p_{i,i-2}=\mu_{i-1}\mu_i\frac{t^2}{2}; \qquad (27)$$

$$p_{i,i-1}=\mu_i t[1-(\lambda_{i-1}+\mu_{i-1}+\lambda_i+\mu_i)\frac{t}{2}]; \qquad (28)$$

$$p_{i,i}=1-(\lambda_i+\mu_i)t+ \\ +\left[(\lambda_i+\mu_i)^2+\lambda_{i-1}\mu_i+\lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2}; \qquad (29)$$

$$p_{i,i+1}=\lambda_i t[1-(\lambda_i+\mu_i+\lambda_{i+1}+\mu_{i+1})\frac{t}{2}]; \qquad (30)$$

$$p_{i,i+2}=\lambda_{i+1}\lambda_i\frac{t^2}{2}. \qquad (31)$$

Выражение критерия (15) принимает вид:

$$m_i=\sum_{k=1}^{N}(x_k-\delta_N/2)p_{ik}(t)=\sum_{k=i-2}^{i+2}x_k p_{ik}-\delta_N/2. \qquad (32)$$

При $i=4$ получим в частности:

$$m_i=x_{i-2}\mu_3\mu_4\frac{t^2}{2}+x_{i-1}\mu_4 t\left[1-(\lambda_3+\mu_3+\lambda_4+\mu_4)\frac{t}{2}\right]+ \\ +x_i\left\{1-(\lambda_i+\mu_i)t+\left[(\lambda_i+\mu_i)^2+\lambda_{i-1}\mu_i+\lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2}\right\}+ \\ +x_{i+1}\lambda_4 t\left[1-(\lambda_4+\mu_4+\lambda_5+\mu_5)\frac{t}{2}\right]-\delta_N. \qquad (33)$$

Мы учли тут, что $\lambda_5=0$ и $p_{i,i+2}=0$ согласно нашей договоренности.

Точность полученной аппроксимации при $m=3$ получается по формуле [6]:

$$\Delta=\Delta(3)=20(\lambda t)^3/3!=\frac{10}{3}(\lambda t)^3. \qquad (34)$$

Например, при $\lambda t=0{,}3$, она составит $\Delta=0{,}09=9\%$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложено уточнение исходной модели базового процесса, который лежит в основе построения СМО типа размножения-гибели в поддержку принятия брокерских решений из [5]. Только в [5] реализации $x_m=x(t_m)$ предполагались независимыми, а у нас допускается их зависимость. Возможны самые разные модели этой зависимости. В настоящей работе рассмотрена одна из них. Следующее значение $x_m=x(t_m)$ с.в. x предполагается распределенным по тому же закону, что и сама x, но при условии, что его значение будет принадлежать отрезку $[x_{k-2},x_{k+1}]$, состоящему из трех интервалов X_{k-1},X_k,X_{k+1}. Тогда, во-первых, будет верна гипотеза, что за один скачок можно перейти лишь в соседний интервал. А, во-вторых, вероятности $P_{ik}, k=i-1,i,i+1,$ попадания в интервалы X_{k-1},X_k,X_k могут быть выражены через априорные вероятности $P_k, k=1,2,\dots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k, которые можно оценить статистически, построив соответствующую гистограмму. Получены формулы для плотностей переходов через указанные априорные вероятности, что позволяет избежать их статистического оценивания, которое требует существенно большую выборку, чем построение гистограммы распределения с.в. x. Получены достаточные условия стационарности центрированной и нормированной стоимости акции. Показано, как корректно решить все сопутствующие теоретические проблемы. Тем самым обоснованы приближенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса из [3], которые могут быть использована практикующими оценщиками для прогнозирования его продажной цены в рамках метода дисконтирования доходов, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

Басангов Юрий Михайлович

Перевозчиков Александр Геннадьевич

Литература

1. Басангов Ю.М. К прогнозированию изменения стоимости акции на основе СМО типа рождения-гибели [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2012. – №1. – С. 91-95.
2. Басангов Ю.М. и др. К прогнозированию стоимости недвижимости в рамках стационарной логнормальной модели [Текст] / Ю.М. Басангов, О.Ю. Батурина, А.Г. Перевозчиков // Финансовая аналитика. – 2009. –№12. – С. 61-65.
3. Басангов Ю.М. Об аппроксимации решения системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №1. – С. 70-74.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций [Текст] / Г. Вагнер. – Т. 3. – М. : Мир, 1973. – 501 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей [Текст] / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1973. – 368 с.
6. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и / или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» [Текст] // Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
7. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.

Ключевые слова

Система массового обслуживания (СМО); СМО типа размножения-гибели; применение к локальной задаче прогнозирования цены акции; возможные нормировки случайной цены акции; их преимущества и недостатки; нормировка цены акции через ее матожидание; нормировка цены акции через биржевой индекс; отсутствие корреляции нормированной цены с биржевым индексом; лог-нормальная модель прогнозирования биржевого индекса; ее сопряжение с предлагаемой моделью СМО.

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается локальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже. Оказывается, что поведение случайной цены акции можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО). Ранее было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели. В настоящей работе рассматривается другая нормировка цены акции. Для этого нужно построить регрессию цены через биржевой индекс и рассмотреть их разницу, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО), которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Получается нормированная случайная величина (с.в.) с матожиданием ноль и дисперсией единица, не коррелированная с выбранным биржевым индексом.

Один из способов прогнозирования индекса был предложен авторами ранее и называется лог-нормальной моделью прогнозирования. Поэтому предлагаемая модель прогноза может быть сопряжена с ней. Для этого достаточно выразить прогнозируемую цену акции через прогноз нормированной цены и прогноз индекса. Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости одинаково распределены, но, возможно, зависимы для различных моментов времени. В частности, их вариация и СКО есть величина постоянная.

В настоящей работе авторы возвращаются к исходной модели СМО, чтобы корректно обосновать способы определения плотностей переходов без обращения к статистике, если известен соответствующий статистический закон распределения. Полученные простые формулы позволяют практикующим оценщикам избежать трудоемкой работы по непосредственно статистической оценке плотностей переходов и делают предложенный подход практически значимым, а также могут служить теоретической основой для обоснования корректности предложенной модели.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья Ю.М.Басангова, А.Г.Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, проректор по научной работе Тверского института экологии и права, декан факультета экономики и менеджмента