3. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

3.1. К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ИЗМЕНЕНИЯ СТОИМОСТИ АКЦИИ НА ОСНОВЕ СМО ТИПА РОЖДЕНИЯ-ГИБЕЛИ

Басангов Ю.М., специалист по финансовым рынкам ООО УК «Интеграл»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры финансов и менеджмента Тверского института экологии и права

Рассматривается локальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже. Оказывается, что поведение случайной цены акции можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО). Ранее было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО, известной в литературе как модель размножения-гибели. В настоящей работе рассматривается другая нормировка цены акции. Для этого нужно построить регрессию цены через биржевой индекс и рассмотреть их разницу, нормированную ее среднеквадратическим отклонением, которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Получается нормированная случайная величина (с.в.) с матожиданием ноль и дисперсией единица, не коррелированная с выбранным биржевым индексом.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается локально-глобальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже, и связанная с ней задача прогнозирования стоимости бизнеса, рассматриваемого, как стоимость все совокупности его голосующих акций [5, 6]. Оказывается, что поведение случайной цены акции X можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО) [5, 6]. В работе [2] было показано, что поведение случайной цены акции $x = x(t) = X(t) / M_X(t)$, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО с непрерывным временем, а именно в СМО, известной в литературе как модель размножения-гибели [4]. Будем отождествлять с состоянием k попадания очередного значения случайной величины (с.в.) x в отрезок X_k, на которые разбито множество возможных значений, определяемое по известному правилу трех сигм. Предполагается марковость переходов в рассматриваемой СМО. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь на стационарных прогнозных периодах, когда поведение изменения цены акции можно считать Марковским процессом.

В настоящей работе рассматривается другая нормировка цены акции:

$$x = x(t) = [X(t) - aR(t) - b] / \\ /[D_X(t) - K^2_{XR}(t) / D_R]^{1/2}.$$

Для этого нужно построить регрессию $Y(t) = aR(t) + b$ цены $X(t)$ через биржевой индекс $R(t)$ и рассмотреть их разницу $d(t) = X(t) - Y(t)$, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО) $\sigma_d(t) = [D_X(t) - K^2_{XR}(t) / D_R]^{1/2}$, которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Получается нормированная с.в. $x = x(t)$ с матожиданием ноль и дисперсией единица, которую в простейшем случае можно считать подчиненной нормальному закону распределения. И она будет не коррелирована с выбранным биржевым индексом $R(t)$, т.е. отражать отличные от общей тенденции рынка индивидуальные ценообразующие факторы. Один из способов прогнозирования индекса был предложен в [1]. Поэтому предлагаемая модель прогноза может быть сопряжена с ней. Для этого достаточно выразить прогнозируемую цену акции через прогноз нормированной цены и прогноз индекса: $X(t) = x(t)\sigma_d + aR(t) + b.$ Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости $x(t)$ одинаково распределены, но, возможно, зависимы для различных t. В частности, вариация ее СКО $\sigma_d(t) = [D_X(t) - K^2_{XR}(t) / D_R]^{1/2}$ есть постоянная величина.

Если перенести предложенную модель на стоимость бизнеса, то это позволяет получить формулы, позволяющие уточнить прогноз [1] с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от ее регрессии через биржевой индекс, полученной по ретроспективным данным. Предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса могут быть использована практикующими оценщиками для прогнозирования его продажной цены в рамках метода дисконтирования доходов, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

1. Формализация задачи

Будем отождествлять стоимость бизнеса со стоимостью всех его голосующих акций. Предположим, что эти акции котируются на бирже. Тогда для изменения стоимости акции можно использовать модель СМО, предложенную в [2] с учетом указанных изменений. Обозначим через $Y(t) = aR(t) + b$ регрессию цены $X(t)$ через биржевой индекс $R(t)$ и рассмотрим их разницу $d(t) = X(t) - Y(t)$, нормированную ее СКО:

$$\sigma_d(t) = [D_X(t) - K^2_{XR}(t) / D_R(t)]^{1/2}, \qquad (1)$$

которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Здесь D_X, D_R, K_{XR} – дисперсия $X(t), Y(t)$ и их ковариация соответственно.

Получается центрированная, нормированная с.в. $x = x(t)$ с $m_x = m = 0, \sigma_x = \sigma = 1$, которую в простейшем случае можно считать подчиненной нормальному закону распределения. И она будет не коррелированна с выбранным биржевым индексом $R(t)$, т.е. отражать отличные от общей тенденции рынка индивидуальные ценообразующие факторы. Строго говоря, для корректности такой модели, нужно постулировать, что нормированные стоимости $x(t)$ одинаково распределены, но возможно зависимы для различных t. В частности, СКО $\sigma_d(t) = [D_X(t) - K^2_{XR}(t) / D_R]^{1/2}$ разницы $d(t) = X(t) - Y(t)$ есть постоянная величина, что и предполагается далее.

С практической точки зрения значения с.в. x не выходят за пределы отрезка $[-3,3]$. Разобьем этот отрезок на N частей длины $\delta_N = 6 / N$ точками:

$$x_k = -3 + \delta_N k, \; k = 0,1,..., N.$$

Обозначим (ср. с [2]):

$$X_k = [x_{k-1}, x_k], k = 1,2,..., N. \qquad (1)$$

И будем отождествлять с событием X_k попадания очередного значения с.в. x в отрезок $X_k, k = 1,2,..., N.$

Замечание 1

Можно добавить для точности еще 0-е и $(N+1)$ – е состояние:

$$X_0 = (-\infty, x_0], X_{N-1} = [x_N, +\infty).$$

Предполагается, что центрированная, нормированная цена x меняется скачками, и поток скачков изменения случайной цены x является простейшим [6]. Причем таким, что вероятность перехода в не соседнее состояние пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью перехода в соседнее состояние, или вероятностью остаться в текущем состоянии. В этих предположениях поведение системы может быть описано СМО, известной как модели рождения-гибели [4].

Обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 1,2,...,N-1,$ в состояние X_{k+1} через λ_k. Положим формально:

$$\lambda_N = 0, \lambda_0 = 0 . \quad (2)$$

Аналогично, обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 2,3,...,N,$ в состояние X_{k-1} через μ_k. Положим формально:

$$\mu_1 = 0, \mu_{N+1} = 0 . \quad (3)$$

Тогда, как показано в [4], в предельном стационарном режиме должно выполняться рекуррентное уравнение:

$$p_k = \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k} p_{k-1}, k = 2,3,...,N, \quad (4)$$

из которого можно выразить все стационарные вероятности состояний через p_1. Значение p_1 определяется из условия:

$$\sum_k p_k = 1. \quad (5)$$

Теперь можно получить локальное выражение для условного матожидания $m_i = m_i(\Delta t) = M(x(\Delta t)|x(0) \in X_i)$ нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i - м диапазоне. Тогда цена в ближайшее время Δt может перейти в соседний отрезки или остаться в пределах данного отрезка. Отождествляя приблизительно значение условного математического ожидания цены X при условии, что X принадлежит отрезку $X_k, k = 1,2,...,N,$ с его серединой $x_{k-1} + \delta_N / 2 = x_k - \delta_N / 2$ можно получить такое условное ожидаемое значение цены акции:

$$\begin{aligned} m_i = (x_{i-1} - \delta_N / 2)\mu_i \Delta t + (x_i - \delta_N / 2) * \\ * (1 - \mu_i \Delta t - \lambda_i \Delta t) + (x_{i+1} - \delta_N / 2)\lambda_i. \end{aligned} \quad (5)$$

2. Локально-глобальные выражения для условного среднего

Пусть, по определению $p_{ik} = p_{ik}(t)$ – вероятность того, что в момент t цена принадлежит отрезку $X_k, k = -n,...,n,$ при условии, что в момент ноль система находилась в состоянии i. Тогда при условии марковости процесса выполняется так называемая система опережающих дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена [4]:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{ik}}{dt} = \lambda_{k-1} p_{i,k-1}(t) - (\lambda_k + \mu_k) p_{ik}(t) + \\ + \mu_{k+1} p_{i,k+1}(t), k = 1,2,...,N. \end{aligned} \quad (6)$$

Причем, как и раньше предполагается, что выполняются условия (2, 3), с начальными условиями:

$$p_{ik}(0) = \begin{cases} 1, k = i, \\ 0, k \neq i. \end{cases} \quad (7)$$

Обозначим через p_i N-мерный вектор-столбец с координатами $p_{ik} = p_{ik}(t), k = 1,2,...,N.$ Пусть A – матрица постоянных коэффициентов в правой части системы (6), а e_i – N-мерный вектор-столбец с координатами, определенными формулой (7). Тогда систему (6) можно записать в матричном виде:

$$\frac{dp_i}{dt} = Ap_i, \quad (8)$$

а начальное условие (7) принимает форму равенства:

$$p_i(0) = e_i. \quad (9)$$

Решение задачи (8, 9) имеет вид [4]:

$$p_i = p_i(t) = e^{At} e_i, \quad (10)$$

где

$$e^{At} = E + \frac{1}{1!} At + \frac{1}{2!} A^2 t^2 + ... \quad (11)$$

Здесь E – единичная матрица размерности $N \times N.$

Замечание 2

Векторное представление решения через экспоненту матрицы коэффициентов справедливо для однородной системы. Наша система (8) действительно однородна, но как показано в [2], ее решения, удовлетворяющие начальному условию (9), связаны тождеством:

$$\sum_{k=1}^{N} p_{ik}(t) = 1. \quad (12)$$

Таким образом, уравнение (12) дает первый интеграл однородной N-мерной системы (10, 11) и выполняется автоматически.

Цена перейдет за время t в состояние k с вероятностью $p_{ik} = p_{ik}(t)$. Условное матожидание $m_i = m_i(t) = M(x(t)|x(0) \in X_i)$ центрированной, нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент ее нормированная, центрированная цена находилась в i -м диапазоне, составляет:

$$\begin{aligned} m_i = \sum_{k=1}^{N} (x_k - \delta_N / 2) p_{ik}(t) = \\ = \sum_k x_k p_{ik} - \delta_N / 2. \end{aligned} \quad (13)$$

Замечание 3

Если, согласно замечанию 1, добавлены состояния $X_0 = (-\infty, x_0], X_{N-1} = [x_N, +\infty)$, то формула (13), по крайней мере, для нормального закона с.в. x распределения будет иметь вид:

$$\begin{aligned} m_i = \sum_{k=1}^{N} (x_k - \delta_N / 2) p_{ik}(t) + \\ + \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} * \frac{e^{-3^2/2}}{1 - \Phi(3)} + \delta_N / 2 - 3\right)[p_{01}(t) + p_{N,N+1}(t)] \approx \\ \approx \sum_k (x_k - \delta_N) p_{ik} + (3{,}33 + \delta_N / 2)[p_{01} + p_{N,N-1}]. \end{aligned}$$

Здесь функция Φ представляет функцию распределения стандартного нормального закона с $m_x = m = 0, \sigma_x = \sigma = 1$:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

которая затабулирована в специальных таблицах. В частности, $\Phi(3) \approx 0{,}9986$. Заметим, то сумма вероятностей $p_{01} + p_{N,N-1}$ в случае нормального закона распределения с.в. x должна быть не больше 1%.

Для других распределений предлагаемая поправка будет определенным приближением в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей, если считать с.в. x суммой достаточно большого числа слагаемых, что обычно верно.

3. Аппроксимация решения кубическим многочленом

В [3] была предложена аппроксимация вероятностей $p_{ik} = p_{ik}(t)$ кубическими многочленами от t. Оставим в ряду (11) первые четыре слагаемых, тогда мы придем к кубической аппроксимации решений системы (8, 9) в векторном виде [6]:

$$p_i = p_i(t) \approx e_i + \frac{A}{1!} e_i t + \frac{A^2}{2!} e_i t^2 + \frac{A^3}{3!} e_i t^3. \qquad (14)$$

Чтобы получить формулы для покоординатной кубической аппроксимации решения нужно вычислить в общем виде степени матрицы A, входящей в выражение (14), как было сделано в [6]. Умноженная на вектор e_i любая степень матрицы А дает ее i-й столбец. В результате получаем покоординатные формулы кубической аппроксимации решения системы (8, 9):

$$p_{i,i-3} = \mu_{i-2}\mu_{i-1}\mu_i \frac{t^3}{6}; \qquad (15)$$

$$\begin{aligned} p_{i,i-2} &= \mu_{i-1}\mu_i \frac{t^2}{2} * \\ &* [1 - (\lambda_{i-2} + \mu_{i-2} + \lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i)\frac{t}{3}]; \end{aligned} \qquad (16)$$

$$\begin{aligned} p_{i,i-1} &= \mu_i t [1 - (\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i)\frac{t}{2} + \\ &+ \{\lambda_{i-2}\mu_{i-1} + (\lambda_{i-1} + \mu_{i-1})(\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i) + \\ &+ [(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}]\}\frac{t^2}{6}]; \end{aligned} \qquad (17)$$

$$\begin{aligned} p_{i,i} &= 1 - (\lambda_i + \mu_i)t + \left[(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2} - \\ &- \left\{ \begin{aligned} &\lambda_{i-1}\mu_i(\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i) + (\lambda_i + \mu_i) * \\ &* \left[(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}\right] + \\ &+ \lambda_i\mu_{i+1}(\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1}) \end{aligned} \right\} \frac{t^3}{6}; \end{aligned} \qquad (18)$$

$$\begin{aligned} p_{i,i+1} &= \lambda_i t [1 - (\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1})\frac{t}{2} + \\ &+ \{\lambda_{i+1}\mu_{i+2} + (\lambda_{i+1} + \mu_{i+1})(\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1}) + \\ &+ [(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}]\}\frac{t^2}{6}]; \end{aligned} \qquad (19)$$

$$\begin{aligned} p_{i,i+2} &= \lambda_{i+1}\lambda_i \frac{t^2}{2} * \\ &* [1 - (\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1} + \lambda_{i+2} + \mu_{i+2})\frac{t}{3}]; \end{aligned} \qquad (20)$$

$$p_{i,i+3} = \lambda_{i+2}\lambda_{i+1}\lambda_i \frac{t^3}{6}. \qquad (21)$$

Предполагается, что соответствующая координата отсутствует, если ее индекс выходит за диапазон $1,2,...,N$. Кроме того, предполагаются выполнены условия (2, 3).

4. Точность аппроксимации в общем случае

В [6] получена точная оценка погрешности аппроксимации вероятностей $p_{ik} = p_{ik}(t)$ многочленами от t в общем случае. Для аппроксимации решения уравнения Колмогорова-Чепмена в общем случае следует использовать ряд (11), оборвав его на m-м члене. Пусть λ – максимум модулей всех плотностей переходов размеченного графа состояний. Тогда точность аппроксимации $\delta > 0$ при $m \geq 3$, достигается при выполнении неравенства [6]:

$$\Delta = \Delta(m) = 5(4)^{m-2}(\lambda t)^m / m! < \delta . \qquad (22)$$

Оценку (22) можно получить рекуррентно по формуле:

$$\begin{aligned} &\Delta(m) = \Delta(m-1)\frac{4\lambda t}{m}, \\ &m = 4,5,..., \Delta(3) = 20(\lambda t)^3 / 3! \end{aligned} \qquad (23)$$

Оценка (22) предполагает, что при $l \geq m$ последовательность $\Delta = \Delta(l)$ монотонно убывает до нуля. С учетом (23) это условие выполняется при

$$4\lambda t < m. \qquad (24)$$

Например, при:

$$\lambda t < 1, \qquad (25)$$

это условие выполняется при $m > 3$, в частности при $m = 4$, и не является ограничивающим. Поэтому при условии (25) точность кубической аппроксимации решения определяется величиной:

$$\Delta = \Delta(4) = 5(4)^2(\lambda t)^4 / 4! = \frac{10}{3}(\lambda t)^4. \qquad (26)$$

Причем эта оценка не улучшаема! В общем случае используя (23), определяют такое m, удовлетворяющее (4), что выполняется условие (22) и аппроксимируют решение полиномом $(m-1)$-й степени по общим матричным формулам (10, 11), но в числовом виде с помощью процедуры умножения матриц.

5. Пример

Предположим, например, что исходные данные задачи принимают следующие значения [6]:

$$n = 5, m = 3, \qquad (27)$$

т.е. рассматривается квадратичная аппроксимация решения системы (8, 9). Соответствующие формулы получаются из (15-21) отбрасыванием кубических членов:

$$p_{i,i-2} = \mu_{i-1}\mu_i \frac{t^2}{2}; \qquad (28)$$

$$p_{i,i-1} = \mu_i t[1-(\lambda_{i-1}+\mu_{i-1}+\lambda_i+\mu_i)\frac{t}{2}]; \quad (29)$$

$$p_{i,i} = 1-(\lambda_i+\mu_i)t + \\ + \left[(\lambda_i+\mu_i)^2+\lambda_{i-1}\mu_i+\lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2}; \quad (30)$$

$$p_{i,i+1} = \lambda_i t[1-(\lambda_i+\mu_i+\lambda_{i+1}+\mu_{i+1})\frac{t}{2}]; \quad (31)$$

$$p_{i,i+2} = \lambda_{i+1}\lambda_i\frac{t^2}{2}. \quad (32)$$

Выражение критерия (15) принимает вид:

$$m_i = \sum_{k=1}^{N}(x_k-\delta_N/2)p_{ik}(t) = \sum_{k=i-2}^{i+2}x_k p_{ik}-\delta_N/2. \quad (33)$$

При $i=4$ получим в частности:

$$m_i = x_{i-2}\mu_3\mu_4\frac{t^2}{2}+x_{i-1}\mu_4 t\left[1-(\lambda_3+\mu_3+\lambda_4+\mu_4)\frac{t}{2}\right]+ \\ + x_i\left\{1-(\lambda_i+\mu_i)t+\left[(\lambda_i+\mu_i)^2+\lambda_{i-1}\mu_i+\lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2}\right\}+ \\ + x_{i+1}\lambda_4 t\left[1-(\lambda_4+\mu_4+\lambda_5+\mu_5)\frac{t}{2}\right]-\delta_N. \quad (38)$$

Мы учли тут, что $\lambda_5 = 0$ и $p_{i,i+2}=0$ согласно нашей договоренности.

Точность полученной аппроксимации при $m=3$ получается по формуле (22):

$$\Delta = \Delta(3) = 20(\lambda t)^3/3! = \frac{10}{3}(\lambda t)^3. \quad (39)$$

Например, при $\lambda t = 0,3$ она составит $\Delta = 0,09 = 9\%.$

6. Дискретизация модели по времени

Отождествляя стоимость бизнеса с ценой всех его голосующих акций, можно получить модель изменения стоимости бизнеса. Поскольку обычно требуется прогнозирование стоимости бизнеса на конец каждого года прогнозного периода, то имеет смысл перейти к системе СМО с дискретным временем. Это дискретная по времени модель СМО для уточненного прогнозирования продажной стоимости бизнеса. В этом случае используется приближенное уравнение Колмогорова-Чепмена, которое имеет вид [1]:

$$\Delta p_i = p_i(t+1)-p_i(t) = Ap_i, p_i(0)=e_i. \quad (40)$$

Или

$$p_i(t+1) = p_i(t)+Ap_i = \\ = (E+A)p_i(t), t=0,1,...,n, p_i(0)=e_i. \quad (41)$$

Решение его имеет вид:

$$p_i(t) = (E+A)^t p_i(0) = (E+A)^t e_i. \quad (42)$$

В частности:

$$p_n(t) = (E+A)^n e_i. \quad (43)$$

Эта формула представляет аппроксимацию непрерывной формулы (10):

$$p_n(t) = e^{At}e_i \approx (E+A)^t e_i, t=1,2,...,n. \quad (44)$$

Формула (43) позволяет вычислить условное матожидание $m_i = m_i(n) = M(x(n)|x(0)\in X_i)$ нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i-м диапазоне. А точная форма дискретной модификации модели получается из векторного представления (10) решения в непрерывном случае:

$$p_i(t) = e^{At}e_i = \left(e^A\right)^t e_i. \quad (45)$$

Из (45) следует, что точный дискретный аналог уравнения (8) имеет вид:

$$\Delta p_i = p_i(t+1)-p_i(t) = \left(e^A-E\right)e^{At}e_i = A'p_i, \quad (46)$$

где

$$A' = e^A - E = \frac{A}{1!}+\frac{A^2}{2!}+.... \quad (47)$$

Вот как выглядит матрица коэффициентов в правой части дискретного аналога СМО с непрерывным временем. Это чрезвычайно интересно. Поскольку найти интенсивности переходов в дискретном смысле из вероятностных соображений было бы чрезвычайно трудной задачей. Кстати интенсивностей имелось бы N^2-N, а независимых уравнений тоже N^2-N. Это открывает возможность найти их из уравнений:

$$a'_{kj} = \begin{cases}\lambda_{jk}, j\neq k,\\ \lambda_{kk}-1, j=k.\end{cases} \quad (48)$$

Или в матричной форме:

$$A' = \Lambda^* - E. \quad (49)$$

Но, с учетом (47), имеем:

$$\Lambda = \left(A'+E\right)^* = \left(e^A\right)^* = e^{A^*}. \quad (50)$$

Это и есть ответ на поставленный вопрос: как выглядит матрица переходов размеченного графа состояний в дискретном случае. А дальше можно аппроксимировать эту матрицу с любой точностью, пользуясь полученной ранее оценкой.

Заметим, что в ней все элементы отличны от нуля в общем случае, поскольку в отличии от непрерывной модели возможны любые переходы. Это само по себе представляет фундаментальный результат. Ведь потому обычно на практике и предпочитают непрерывный вариант СМО, поскольку не могут корректно перейти к его дискретному аналогу, а приближенное решение, полученное из уравнения (40), оказывается слишком грубым.

Таким образом, можно по непрерывной модели корректно построить дискретный аналог СМО. Это тоже может быть полезно брокеру, отслеживающему изменение курса акции, с определенным дискретом по времени. Можно получить и соответствующую аппроксимацию формулы (15) для условного матожидания $m_i = m_i(n) = M(x(n)|x(0)\in X_i)$ нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i-м диапазоне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложен точный дискретный аналог системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО типа размножения-гибели на основе матричного представления ее решения через экспоненту матрицы ее правых частей. На этой основе предложены формулы для аппроксимации условного матожидания $m_i = m_i(n) = M(x(n)|x(0)\in X_i)$ центрированной и нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i-м диапазоне. Эти формулы позволяют уточнить прогноз [1] с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от нормализованного среднего, полученного по ретроспективным данным. Предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса могут быть использована практикующими оценщиками для прогнозирования его продажной цены в рамках метода дисконтирования доходов, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

Литература

1. Басангов Ю.М. и др. К прогнозированию стоимости недвижимости в рамках стационарной логнормальной модели [Текст] / Ю.М. Басангов, О.Ю. Батурина, А.Г. Перевозчиков // Финансовая аналитика. – 2009. – №12. –С. 61-65.
2. Басангов Ю.М. О модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2010. – №6. – С. 107-112.
3. Басангов Ю.М. Об аппроксимации решения системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №1. – С. 70-74.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций [Текст] : в 3 т. / Г. Вагнер. – Т. 3. – М. : Мир, 1973. – 501 с.
5. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и/или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» [Текст] // Deloitte&Touche. – Декабрь 2003-март 2005.
6. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.

Ключевые слова

Система массового обслуживания (СМО); СМО типа размножения-гибели; применение к локальной задаче прогнозирования цены акции; возможные нормировки случайной цены акции; их преимущества и недостатки; нормировка цены акции через ее матожидание; нормировка цены акции через биржевой индекс; отсутствие корреляции нормированной цены с биржевым индексом; лог-нормальная модель прогнозирования биржевого индекса; ее сопряжение с предлагаемой моделью СМО.

Басангов Юрий Михайлович

Перевозчиков Александр Геннадьевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается локальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже. Оказывается, что поведение случайной цены акции можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО). Ранее было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели. В настоящей работе рассматривается другая нормировка цены акции. Для этого нужно построить регрессию цены через биржевой индекс и рассмотреть их разницу, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО), которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Получается нормированная случайная величина (с.в.) с матожиданием ноль и дисперсией единица, не коррелированная с выбранным биржевым индексом.

Один из способов прогнозирования индекса был предложен авторами ранее и называется лог-нормальной моделью прогнозирования. Поэтому предлагаемая модель прогноза может быть сопряжена с ней. Для этого достаточно выразить прогнозируемую цену акции через прогноз нормированной цены и прогноз индекса Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости одинаково распределены, но возможно зависимы для различных моментов времени. В частности, вариация их СКО есть величина постоянная.

Если перенести предложенную модель на стоимость бизнеса, то это позволяет получить формулы позволяющие уточнить лог-нормальный прогноз с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от ее регрессии через биржевой индекс, полученной по ретроспективным данным. Предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса могут быть использована практикующими оценщиками для прогнозирования его продажной цены в рамках метода дисконтирования доходов, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья Ю.М.Басангова, А.Г.Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, проректор по научной работе Тверского института экологии и права, декан факультета экономики и менеджмента

3.1. ABOUT THE PROGNOSTICATION OF SHARE COST CHANGE ON THE BASE OF BIRTH-DEATH QUEUE SYSTEM

U.M. Basangov, Financial Marketing Specialist, PLC «Integral», Tver City;
A.G. Perevozchikov, Doctor of Economics, Professor of the Economics Department of Tver Institute of Ecology and Law

The local task of some share price prognostication at the stock Exchange is regarded. In turns out that the behavior of the share random price can be presented as the change of the state in certain queue system. Earlier it was shown that the behavior of the share random price, normalized by its average of distribution can be presented as the change of the state in some queue system, known as birth-death model. In this article another normalization of a share price is regarded. It is necessary to build up a price regression through the Stock Index and to analyze their difference, normalized by its mean-square deviation, which turns to be minimal of all possible by building up the regression. As the result, it turns out the normalized vitiate with average of distribution nil and dispersion one, non-correlated with the chosen exchanged index.

Literature

1. Valuation of Business: A Manual. Edited by A.G. Gryaznova, M.A. Fedotova – M.: Finance and Statistics. – 2002.
2. Methodology and Manual on Conducting Valuation of Business and Assets of Public Limited Company «United Energy Systems of Russia». – Deloitte & Touche. – Dec.2003-March 2005.
3. U.M. Basaganov, O.U. Baturina, A.G. Perevozchikov. About the Prognostication of Real Estate Coast Within the Framework of Stationary Subnormal Model. Financial Analytics, 2009, №12, p. 61-65.
4. U.M. Basaganov, A.G. Perevozchikov. About Queue Systems Model in Support of Brokers Decisions. Audit and Financial Analyses, №6, 2010, p. 107-112.
5. G. Vagner. Fundamentals of Operations Research, v.3. – M.: Mir, 1973. – 501 p.
6. U.M. Basaganov, A.G. Perevozchikov. About the approximation of Kolmogorov-Chapman Equation System for Queue System Model in Support of Taking Brokers Decisions. Audit and Financial Analyses, №1, 2011, p. 70-74.

Keywords

Queue system; birth-death queue system; usage in local task of share price prognostication; possible normalization of random shore price; their advantages and disadvantages; normalization of shore price through its average of distribution; normalization of a shore price through exchanged index; lack of correlation of normalization price with exchanged index; its connection with the suggested queue system model.