3.4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СТОИМОСТИ БИЗНЕСА НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДИФИКАЦИИ СМО ТИПА РОЖДЕНИЯ-ГИБЕЛИ

Басангов Ю.М., специалист по финансовым рынкам ООО УК «Интеграл»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры финансов и менеджмента Тверского института экологии и права

Рассматривается задача определения неизвестной продажной стоимости бизнеса на конец прогнозного периода. В предшествующих работах нами был предложен метод прогнозирования, основанный на стационарной стохастической логнормальной модели постоянного роста. Этот метод позволяет прогнозировать условное ожидание продажной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его рыночная стоимость известна. Далее нами было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее средним, можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания с непрерывным временем. Эта модель может быть сопряжена с логнормальной моделью прогноза среднего, что позволяет уточнять прогноз с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от нормализованного среднего, полученного по ретроспективным данным.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается задача определения неизвестной продажной стоимости X_n бизнеса на конец последнего n -го прогнозного периода в методе дисконтирования доходов (***DDM***) в рамках доходного подхода для определения рыночной стоимости бизнеса. Один из способов определения величины X_n состоит в том, что за эту величину принимается прогноз цены продажи на конец последнего n -го периода [5, 6]. Однако этот способ определения продажной стоимости сталкивается с отсутствием соответствующих статистических данных для прогнозирования. В работе [1] был предложен метод прогнозирования продажной цены основанный на стационарной стохастической логнормальной модели постоянного роста с зависимыми в общем случае темпами роста. Этот метод позволяет прогнозировать условное матожидание:

$$X_t = M_X(t) = M(X(t)|X(0) = X_0), t = 1,2,...,n,$$

продажной цены $X(t)$ бизнеса, при условии, что в начальный момент его рыночная стоимость составляла X_0 .

В работе [2] было показано, что поведение случайной цены акции $x = x(t) = X(t)/M_X(t)$, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО) с непрерывным временем, а именно в СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели [4]. Будем отождествлять с состоянием k попадания очередного значения случайной величины (с.в.) x в отрезок X_k, на которые разбито множество возможных значений, определяемое по известному правилу трех сигм. Предполагается марковость переходов в рассматриваемой СМО. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь на стационарных прогнозных периодах, когда поведение изменения цены акции можно считать Марковским процессом. Отождествляя стоимость бизнеса с ценой всех его голосующих акций, можно получить модель изменения стоимости бизнеса. Поскольку обычно требуется прогнозирование стоимости бизнеса на конец каждого года прогнозного периода, то имеет смысл перейти к системе СМО с дискретным временем, что и сделано в настоящей работе. Это позволяет уточнить условное матожидание:

$$m_i(t) = M(x(t)|x(0) \in X_i)$$

нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i -м диапазоне.

Поскольку модель [2] работает с нормированной ценой $x = x(t)$ с $m_x = 1$ и:

$$\sigma_x = \sigma_x(t) = \frac{\sigma_X(t)}{M_X(t)} = var\,X(t),$$

то предлагаемая модель может быть сопряжена с ранее полученной в [3] моделью прогноза среднего $X_t = M_X(t), t = 1,2,..., n.$ Для этого достаточно их перемножить:

$$M_i(t) = M(X(t)|x(0) \in X_i) = X_t * m_i(t).$$

Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости $x(t)$ одинаково распределены, но возможно зависимы для различных t . В частности, вариация $var\,X(t)$ с.в. $X(t)$ есть постоянная величина.

Возникает еще проблема, что понимать под:

$$x(0) = X(0)/M_X(0)$$

в случае сопряжения моделей [1] и [2]? Ну, например, можно считать, что:

$$X_t = M_X(t), t = -1,-2,...,$$

менялось с темпом изменения какого-нибудь значимого экономического индекса, например, индекса Российской торговой системы (РТС) $r = r(t).$ Тогда:

$$X_t = M_X(t) = M * r(t), t = -1,-2,...,-m,$$

и константу M можно найти методом наименьших квадратов по ретроспективным данным. Тогда в модели [1] дальнейший прогноз нужно основывать на нормализованном среднем :

$$X_0 = M_X(0) = M * r(0),$$

а под $X(0)$ в модели [4] понимать рыночную стоимость бизнеса, определенную, например, затратным (в простейшем случае – балансовым), или сравнительным подходом.

В настоящей работе получены формулы позволяющие уточнить прогноз [3] с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от нормализованного среднего, полученного по ретроспективным данным. Предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса могут быть использованы практикующими оценщиками для прогнозирования его продажной цены в рамках метода дисконтирования доходов, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Будем отождествлять стоимость бизнеса со стоимостью всех его голосующих акций. Предположим, что эти акции котируются на бирже. Тогда для изменения стоимости акции можно использовать модель СМО, предложенную в [2]. Напомним кратко ее построение. Обозначим через M_X среднее значение цены X акции оцениваемого акционерного общества. Ее можно считать в простейшем случае случайной величиной (с.в.), распределенной по нормальному закону. Это будет обозначаться как:

$$X \in N(M_X, \sigma_X),$$

здесь

M_X – среднее значение;

σ_X – соответствующее среднеквадратическое отклонение (СКО) с.в. X .

Рассмотрим нормированную величину:

$$x = X / M_X \in N(1, \sigma_X / m_X).$$

Таким образом:

$$m_x = m = 1, \sigma_x = \sigma = \sigma_X / m_X,$$

и в частности, СКО нормированной безразмерной цены представляет собой вариацию с.в. X:

$$\sigma = var\, X.$$

С практической точки зрения значения с.в. x не выходят за пределы отрезка $[1-3\sigma, 1+3\sigma]$. Разобьем этот отрезок на N частей длины $\delta_N = 6\sigma / N$ точками:

$$x_k = 1 - 3\sigma + \delta_N k, k = 0,1,..., N.$$

Обозначим (ср. с [4]):

$$X_k = [x_{k-1}, x_k], k = 1,2,..., N. \quad (1)$$

И будем отождествлять с событием X_k попадания очередного значения с.в. x в отрезок $X_k, k = 1,2,..., N.$ Предполагается, что нормированная цена x меняется скачками и поток скачков изменения случайной цены x является простейшим [4]. Причем таким, что вероятность перехода в несоседнее состояние пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью перехода в соседнее состояние, или вероятностью остаться в текущем состоянии. В этих предположениях поведение системы может быть описано системой массового обслуживания (СМО), известной как модели рождения-гибели [6].

Обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 1,2,..., N-1,$ в состояние X_{k+1} через λ_k. Положим формально:

$$\lambda_N = 0, \lambda_0 = 0. \quad (2)$$

Аналогично обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 2,3,..., N,$ в состояние X_{k-1} через μ_k. Положим формально:

$$\mu_1 = 0, \mu_{N+1} = 0. \quad (3)$$

Тогда, как показано в [1], в предельном стационарном режиме должно выполняться рекуррентное уравнение:

$$p_k = \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k} p_{k-1}, k = 2,3,...,N, \quad (4)$$

из которого можно выразить все стационарные вероятности состояний через p_1. Значение p_1 определяется из условия:

$$\sum_k p_k = 1. \quad (5)$$

Теперь можно получить локальное выражение для условного матожидания:

$$m_i = m_i(\Delta t) = M(x(\Delta t) | x(0) \in X_i)$$

нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i-м диапазоне. Тогда цена в ближайшее время Δt может перейти в соседний отрезки или остаться в пределах данного отрезка. Отождествляя приблизительно значение условного математического ожидания цены X при условии, что X принадлежит отрезку $X_k, k = 1,2,..., N,$ с его серединой $x_{k-1} + \delta_N / 2 = x_k - \delta_N / 2$ можно получить такое условное ожидаемое значение цены акции:

$$m_i = (x_{i-1} - \delta_N / 2)\mu_i \Delta t + (x_i - \delta_N / 2) * \\ * (1 - \mu_i \Delta t - \lambda_i \Delta t) + (x_{i+1} - \delta_N / 2)\lambda_i. \quad (6)$$

2. ЛОКАЛЬНО-ГЛОБАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ УСЛОВНОГО СРЕДНЕГО

Пусть по определению $p_{ik} = p_{ik}(t)$ – вероятность того, что в момент t цена принадлежит отрезку:

$$X_k, k = -n,..., n,$$

при условии, что в момент ноль система находилась в состоянии i. Тогда при условии марковости процесса выполняется так называемая система опережающих дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена [4]:

$$\frac{dp_{ik}}{dt} = \lambda_{k-1} p_{i,k-1}(t) - (\lambda_k + \mu_k) p_{ik}(t) + \\ + \mu_{k+1} p_{i,k+1}(t), k = 1,2,...,N. \quad (7)$$

Причем, как и раньше предполагалось, что выполняются условия (2, 3), с начальными условиями:

$$p_{ik}(0) = \begin{cases} 1, k = i, \\ 0, k \neq i. \end{cases} \quad (8)$$

Обозначим через p_i N-мерный вектор-столбец с координатами $p_{ik} = p_{ik}(t), k = 1,2,..., N.$ Пусть A – матрица постоянных коэффициентов в правой части системы (7), а e_i – N-мерный вектор-столбец с координатами, определенными формулой (8). Тогда систему (7) можно записать в матричном виде:

$$\frac{dp_i}{dt} = Ap_i, \quad (9)$$

а начальное условие (8) принимает форму равенства:

$$p_i(0) = e_i. \quad (10)$$

Решение задачи (9,10) имеет вид [2]:

$$p_i = p_i(t) = e^{At} e_i, \quad (11)$$

где

$$e^{At} = E + \frac{1}{1!} At + \frac{1}{2!} A^2 t^2 + ... \quad (12)$$

Здесь E – единичная матрица размерности $N \times N.$

Замечание. Векторное представление решения через экспоненту матрицы коэффициентов справедливо для однородной системы. Наша система (9) действительно однородна, но как показано в [2], ее решения, удовлетворяющие начальному условию (10), связаны тождеством:

$$\sum_{k=1}^{N} p_{ik}(t) = 1. \quad (13)$$

Таким образом, уравнение (13) дает первый интеграл однородной N – мерной системы (11, 12) и выполняется автоматически.

Цена перейдет за время t в состояние k с вероятностью $p_{ik} = p_{ik}(t)$. Условное матожидание:

$$m_i = m_i(t) = M(x(t) | x(0) \in X_i)$$

нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент ее нормированная цена находилась в i-м диапазоне, составляет:

$$m_i = \sum_{k=1}^{N}(x_k - \delta_N/2)p_{ik}(t) = \\ = \sum_k x_k p_{ik} - \delta_N/2. \qquad (14)$$

3. АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ КУБИЧЕСКИМ МНОГОЧЛЕНОМ

В [3] была предложена аппроксимация вероятностей $p_{ik} = p_{ik}(t)$ кубическими многочленами от t. Оставим в ряду (12) первые четыре слагаемых, тогда мы придем к кубической аппроксимации решений системы (9), (10) в векторном виде [3]:

$$p_i = p_i(t) \approx e_i + \frac{A}{1!}e_i t + \frac{A^2}{2!}e_i t^2 + \frac{A^3}{3!}e_i t^3. \qquad (15)$$

Чтобы получить формулы для покоординатной кубической аппроксимации решения нужно вычислить в общем виде степени матрицы A, входящей в выражение (15), как было сделано в [3]. Умноженная на вектор e_i любая степень матрицы A дает ее i-й столбец. В результате получаем покоординатные формулы кубической аппроксимации решения системы (9, 10):

$$p_{i,i-3} = \mu_{i-2}\mu_{i-1}\mu_i \frac{t^3}{6}; \qquad (16)$$

$$p_{i,i-2} = \mu_{i-1}\mu_i \frac{t^2}{2} * \\ * [1 - (\lambda_{i-2} + \mu_{i-2} + \lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i)\frac{t}{3}]; \qquad (17)$$

$$p_{i,i-1} = \mu_i t[1 - (\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i)\frac{t}{2} + \\ + \{\lambda_{i-2}\mu_{i-1} + (\lambda_{i-1} + \mu_{i-1})(\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i) + \\ + [(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}]\}\frac{t^2}{6}]; \qquad (18)$$

$$p_{i,i} = 1 - (\lambda_i + \mu_i)t + \\ + \left[(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2} - \\ - \left\{\begin{array}{l} \lambda_{i-1}\mu_i(\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i) + (\lambda_i + \mu_i) * \\ * \left[(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}\right] + \\ + \lambda_i\mu_{i+1}(\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1}) \end{array}\right\}\frac{t^3}{6}; \qquad (19)$$

$$p_{i,i+1} = \lambda_i t[1 - (\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1})\frac{t}{2} + \\ + \{\lambda_{i+1}\mu_{i+2} + (\lambda_{i+1} + \mu_{i+1})(\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1}) + \\ + [(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}]\}\frac{t^2}{6}]; \qquad (20)$$

$$p_{i,i+2} = \lambda_{i+1}\lambda_i \frac{t^2}{2} * \\ * [1 - (\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1} + \lambda_{i+2} + \mu_{i+2})\frac{t}{3}]; \qquad (21)$$

$$p_{i,i+3} = \lambda_{i+2}\lambda_{i+1}\lambda_i \frac{t^3}{6}. \qquad (22)$$

Предполагается, что соответствующая координата отсутствует, если ее индекс выходит за диапазон $1,2,...,N$. Кроме того, предполагаются выполнены условия (2, 3).

4. ТОЧНОСТЬ АППРОКСИМАЦИИ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

В [6] получена точная оценка погрешности аппроксимации вероятностей $p_{ik} = p_{ik}(t)$ многочленами от t в общем случае. Для аппроксимации решения уравнения Колмогорова-Чепмена в общем случае следует использовать ряд (11), оборвав его на m-м члене. Пусть λ – максимум модулей всех плотностей переходов размеченного графа состояний. Тогда точность аппроксимации $\delta > 0$ при $m \geq 3$, достигается при выполнении неравенства [6]:

$$\Delta = \Delta(m) = 5(4)^{m-2}(\lambda t)^m / m! < \delta. \qquad (23)$$

Оценку (23) можно получить рекуррентно по формуле:

$$\Delta(m) = \Delta(m-1)\frac{4\lambda t}{m}, \\ m = 4,5,...,\Delta(3) = 20(\lambda t)^3 / 3! \qquad (24)$$

Оценка (23) предполагает, что при $l \geq m$ последовательность $\Delta = \Delta(l)$ монотонно убывает до нуля. С учетом (24) это условие выполняется при:

$$4\lambda t < m. \qquad (25)$$

Например, при:

$$\lambda t < 1, \qquad (26)$$

это условие выполняется при $m > 3$, в частности при $m = 4$, и не является ограничивающим. Поэтому при условии (26) точность кубической аппроксимации решения определяется величиной

$$\Delta = \Delta(4) = 5(4)^2(\lambda t)^4 / 4! = \frac{10}{3}(\lambda t)^4. \qquad (27)$$

Причем эта оценка не улучшаема! В общем случае используя (24), определяют такое m, удовлетворяющее (4), что выполняется условие (23) и аппроксимируют решение полиномом $(m-1)$–й степени по общим матричным формулам (11, 12), но в числовом виде с помощью процедуры умножения матриц.

5. ПРИМЕР

Предположим, например, что исходные данные задачи принимают следующие значения [3]:

$$n = 5, m = 3, \qquad (28)$$

т.е. рассматривается квадратичная аппроксимация решения системы (9,10). Соответствующие формулы получаются из (16-22) отбрасыванием кубических членов:

$$p_{i,i-2} = \mu_{i-1}\mu_i \frac{t^2}{2}; \qquad (29)$$

$$p_{i,i-1} = \mu_i t[1 - (\lambda_{i-1} + \mu_{i-1} + \lambda_i + \mu_i)\frac{t}{2}]; \qquad (30)$$

$$p_{i,i} = 1 - (\lambda_i + \mu_i)t + \\ + \left[(\lambda_i + \mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2}; \qquad (31)$$

$$p_{i,i+1} = \lambda_i t[1 - (\lambda_i + \mu_i + \lambda_{i+1} + \mu_{i+1})\frac{t}{2}]; \qquad (32)$$

$$p_{i,i+2} = \lambda_{i+1}\lambda_i \frac{t^2}{2}. \qquad (33)$$

Выражение критерия (16) принимает вид:

$$m_i = \sum_{k=1}^{N}(x_k - \delta_N/2)p_{ik}(t) = \sum_{k=i-2}^{i+2} x_k p_{ik} - \delta_N/2. \quad (34)$$

При $i = 4$ получим в частности:

$$m_i = x_{i-2}\mu_3\mu_4\frac{t^2}{2} + x_{i-1}\mu_4 t\left[1-(\lambda_3+\mu_3+\lambda_4+\mu_4)\frac{t}{2}\right] +$$
$$+ x_i\left\{1-(\lambda_i+\mu_i)t + \left[(\lambda_i+\mu_i)^2 + \lambda_{i-1}\mu_i + \lambda_i\mu_{i+1}\right]\frac{t^2}{2}\right\} + \quad (35)$$
$$+ x_{i+1}\lambda_4 t\left[1-(\lambda_4+\mu_4+\lambda_5+\mu_5)\frac{t}{2}\right] - \delta_N.$$

Мы учли тут, что $\lambda_5 = 0$ и $p_{i,i+2} = 0$ согласно нашей договоренности.

Точность полученной аппроксимации при $m = 3$ получается по формуле (23):

$$\Delta = \Delta(3) = 20(\lambda t)^3/3! = \frac{10}{3}(\lambda t)^3. \quad (36)$$

Например, при $\lambda t = 0,3$, она составит $\Delta = 0,09 = 9\%.$

6. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ПО ВРЕМЕНИ

Отождествляя стоимость бизнеса с ценой всех его голосующих акций, можно получить модель изменения стоимости бизнеса. Поскольку обычно требуется прогнозирование стоимости бизнеса на конец каждого года прогнозного периода, то имеет смысл перейти к системе СМО с дискретным временем. Это дискретная по времени модель СМО для уточненного прогнозирования продажной стоимости бизнеса. В этом случае используется приближенное уравнение Колмогорова-Чепмена, которое имеет вид [4]:

$$\Delta p_i = p_i(t+1) - p_i(t) = Ap_i,\ p_i(0) = e_i, \quad (37)$$

или

$$p_i(t+1) = p_i(t) + Ap_i =$$
$$= (E+A)p_i(t), t = 0,1,...,n, p_i(0) = e_i. \quad (38)$$

Решение его имеет вид:

$$p_i(t) = (E+A)^t p_i(0) = (E+A)^t e_i. \quad (39)$$

В частности:

$$p_n(t) = (E+A)^n e_i. \quad (40)$$

Эта формула представляет аппроксимацию непрерывной формулы (11):

$$p_n(t) = e^{At}e_i \approx (E+A)^t e_i, t = 1,2,...,n. \quad (41)$$

Формула (40) позволяет вычислить условное матожидание:

$$m_i = m_i(n) = M(x(n) | x(0) \in X_i)$$

нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i-м диапазоне. А точная форма дискретной модификации модели получается из векторного представления (11) решения в непрерывном случае:

$$p_i(t) = e^{At}e_i = (e^A)^t e_i. \quad (42)$$

Из (42) следует, что точный дискретный аналог уравнения (9) имеет вид:

$$\Delta p_i = p_i(t+1) - p_i(t) = (e^A - E)e^{At}e_i = A'p_i, \quad (43)$$

где

$$A' = e^A - E = \frac{A}{1!} + \frac{A^2}{2!} + ... \quad (44)$$

Вот как выглядит матрица коэффициентов в правой части дискретного аналога СМО с непрерывным временем. Это чрезвычайно интересно. Поскольку найти интенсивности переходов в дискретном смысле из вероятностных соображений было бы чрезвычайно трудной задачей. Кстати, интенсивностей имелось бы $N^2 - N$, а независимых уравнений тоже $N^2 - N$. Это открывает возможность найти их из уравнений:

$$a'_{kj} = \begin{cases} \lambda_{jk}, j \neq k, \\ \lambda_{kk} - 1, j = k. \end{cases} \quad (45)$$

Или в матричной форме:

$$A' = \Lambda^* - E. \quad (46)$$

Но, с учетом (44), имеем:

$$\Lambda = (A' + E)^* = (e^A)^* = e^{A^*}. \quad (47)$$

Это и есть ответ на поставленный вопрос: как выглядит матрица переходов размеченного графа состояний в дискретном случае. А дальше можно аппроксимировать эту матрицу с любой точностью, пользуясь полученной ранее оценкой.

Заметим, что в ней все элементы отличны от нуля в общем случае, поскольку, в отличие от непрерывной модели, возможны любые переходы. Это само по себе представляет фундаментальный результат. Ведь потому обычно на практике и предпочитают непрерывный вариант СМО, поскольку не могут корректно перейти к его дискретному аналогу, а приближенное решение, полученное из уравнения (37), оказывается слишком грубым.

Таким образом, можно по непрерывной модели корректно построить дискретный аналог СМО. Это тоже может быть полезно брокеру, отслеживающему изменение курса акции, с определенным дискретом по времени. Можно получить и соответствующую аппроксимацию формулы (16) для условного матожидания $m_i = m_i(n) = M(x(n) | x(0) \in X_i)$ нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i – м диапазоне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложен точный дискретный аналог системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО типа размножения-гибели на основе матричного представления ее решения через экспоненту матрицы ее правых частей. На этой основе предложены формулы для аппроксимации условного матожидания $m_i = m_i(n) = M(x(n) | x(0) \in X_i)$ нормированной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент его нормированная цена находилась в i – м диапазоне. Эти формулы позволяют уточнить прогноз [1] с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от нормализованного среднего, полученного по ретроспективным данным. Предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса могут быть использована практикующими оценщиками для прогнозирования его продажной цены в рамках метода дисконтирования доходов, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

Литература

1. Басангов Ю.М. и др. К прогнозированию стоимости недвижимости в рамках стационарной логнормальной модели [Текст] / Ю.М. Басангов, О.Ю. Батурина, А.Г. Перевозчиков // Финансовая аналитика. – 2009. – №12. – С. 61-65.
2. Басангов Ю.М. О модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2010. – №6. – С. 107-112.
3. Басангов Ю.М. Об аппроксимации решения системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №1. – №1. – С. 70-74.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций [Текст] : в 3 т. / Г. Вагнер. – Т. 3. – М. : Мир, 1973. – 501 с.
5. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.
6. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и/или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» [Текст] / Deloitte&Touche. – декабрь 2003 – март 2005.

Ключевые слова

Оценка бизнеса; доходный подход; прогнозный период; прогнозирование продажной цены бизнеса; стационарные и нестационарные модели прогноза; массового обслуживания (СМО) типа рождения-гибели; нестационарная модель СМО изменения нормированной цены бизнеса; сопряжение моделей; уточнение логнормального прогноза на основе информации об отклонении начального значения от прогнозного среднего.

Басангов Юрий Михайлович

Перевозчиков Александр Геннадьевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается задача определения неизвестной продажной стоимости бизнеса на конец прогнозного периода. В предшествующих работах авторами был предложен метод прогнозирования, основанный на стационарной стохастической логнормальной модели постоянного роста. Этот метод позволяет прогнозировать условное ожидание продажной цены бизнеса, при условии, что в начальный момент известна его рыночная стоимость. Далее авторами было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее средним, можно представить в виде некоторой системе массового обслуживания (СМО) типа рождения-гибели с непрерывным временем. Поскольку обычно требуется прогнозирование стоимости бизнеса на конец каждого года прогнозного периода, то имеет смысл перейти к системе СМО с дискретным временем, что и сделано в настоящей работе. Эта модель может быть сопряжена с логнормальной моделью прогноза среднего, что позволяет уточнять прогноз с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от нормализованного среднего, полученного по ретроспективным данным. Для этого достаточно их перемножить.

Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости одинаково распределены, но возможно зависимы для различных моментов дискретного времени. В частности, вариация случайной стоимости есть постоянная величина. Возникает еще проблема: что понимать под начальным значением стоимости бизнеса в случае сопряжения моделей? Авторы предлагают считать, что средняя цена бизнеса менялась с темпом изменения какого-нибудь значимого экономического индекса, например, индекса Российской торговой системы. Тогда среднюю цену можно считать пропорциональной индексу, а соответствующую константу можно найти методом наименьших квадратов по ретроспективным данным. Тогда в логнормальной модели прогноз нужно основывать на нормализованном среднем, а под начальным значением стоимости в модели СМО типа рождения-гибели понимать рыночную стоимость бизнеса, полученную другими подходами. Таким образом, авторам удается решить все возникающие проблемы, связанные с обоснованием предложенных моделей.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья Ю.М.Басангова, А.Г.Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, декан факультета экономики и менеджмента, проректор по научной работе Тверского института экологии и права

3.4. PROGNOSTICATION OF BUSINESS COST CHANGE ON THE BASE OF DISCRETE MODIFICATION OF BIRTH-DEATH SYSTEM

U.M. Basangov, Financial Marketing Specialist,
PLC «Integral», Tver City;
A.G. Perevozchikov, Doctor of Economics,
the Professor of the Economics Department of Tver
Institute of Ecology and Law

The task of defining the unknown business sales coast at the end of prognosed period is regarded. In the previous articles we suggested the prognostication method based on the stationary stochastic subnormal model of const growth. Thismethod provides the prognostication of conditional expectation of business sales coast on conditions that at the initial moment its market coast is known. Then we showed that the behavior of a casual price of the share normalized by itsaverage, can be presented as the state change in a queen system with continuous-time model. This model can be connected with subnormal model of average prognose that enables to make more exact prognose taking into account the difference between the business cost on the appraisal date, got by other approaches and the normalized average, got by retrospective data.

Literature

1. Valuation of Business: A Manual. Edited by A.G.Gryaznova, M.A. Fedotova – M.: Finance and Statistics. – 2002.
2. Methodology and Manual on Conducting Valuation of Business and Assets of Public Limited Company «United Energy Systems of Russia». – Deloitte & Touche. – Dec.2003-March 2005.
3. U.M. Basaganov, O.U. Baturina, A.G. Perevozchikov. About the Prognostication of Real Estate Coast Within the Framework of Stationary Subnormal Model. Financial Analytics, 2009,№12, p. 61-65.
4. U.M. Basaganov, A.G. Perevozchikov. About Queue Systems Model in Support of Brokers Decisions. Audit and Financial Analyses, №6, 2010, p. 107-112.
5. G. Vagner. Fundamentals of Operations Research, v.3.-M.: Mir, 1973. – 501 p.
6. U.M. Basaganov, A.G. Perevozchikov. About the approximation of Kolmogorov-Chapman Equation System for Queue System Model in Support of Taking Brokers Decisions. Audit and Financial Analyses, №1, 2011, p.70-742.

Keywords

Business value; income approach; prognosed period; prognostication of business sale coast; stationary and non- stationary prognostication models; subnormal stationary model of average business price prognostication; birth-death queue systems; non- stationary model of queue systems normalesed business price change; connections of models; specification of subnormal prognosis on the base of information about the initial value deviation from average prognosis.