3.9. О СВЯЗИ ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСТОГО ОПЕРАЦИОННОГО ДОХОДА ОТ АРЕНДЫ НЕДВИЖИМОСТИ И ПРЕДПОЛАГАЕМОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЕЕ СТОИМОСТИ

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор

Тверской институт экологии и права

Рассматривается задача прогнозирования изменения чистого операционного дохода (ЧОД) от аренды недвижимости, в зависимости от предполагаемого изменения ее стоимости [1,2]. Предполагаемые темпы изменения стоимости на ближайшее время известны из прогноза индекса роста стоимости строительно-монтажных работ (СМР), имеющегося в издании КО-ИНВЕСТ на ближайшие три года. Соответствующий прогноз изменения арендных ставок обычно известен из обзоров рынка, но достаточно приблизительно. В связи с этим в настоящей статье исследуется детерминированная модель прогнозирования темпов изменения ЧОД в зависимости от предполагаемых темпов изменения стоимости недвижимости. Рассматривается числовой пример прогноза изменения ЧОД от аренды недвижимости на три года вперед.

1. Детерминированный аналог стохастической модели роста

Предположим вначале, что текущая цена X_t актива в виде недвижимости меняется от период к периоду по правилу:

$$X_t = X_{t-1}(1+j_t), t = 1, 2, ..., n, \qquad (1)$$

где $\{j_t\}$ – предполагаемая последовательность темпов ее изменения, которая в настоящей статье предполагается неслучайной (детерминированной).

Эти темпы бывают известны из прогноза индекса роста стоимости строительно-монтажных работ (СМР), имеющегося в издании КО-ИНВЕСТ на ближайшие три года. Другой метод прогнозирования этих темпов был предложен в [1]. По отношению к соответствующей стохастической модели переменного роста, рассмотренной в [4], эти темпы представляют собой средние значения для соответствующих случайных темпов. Таким образом, в настоящей статье рассматривается детерминированный вариант модели переменного роста.

Аналогично (1) предположим, что чистый операционный доход (***ЧОД***) q_t от аренды недвижимости меняется от период к периоду по правилу:

$$q_t = q_{t-1}(1+v_t), t = 1, 2, ..., n, \qquad (2)$$

где $\{v_t\}$ – соответствующая последовательность темпов изменения ЧОД, которая также предполагается неслучайной (детерминированной).

Начальные значения X_0 – стоимости недвижимости и ***ЧОД*** q_0 предполагаются известными, соответственно, из затратного подхода и из ретроспективных данных. Требуется определить последовательность $\{v_t\}$, если известна последовательность $\{j_t\}$.

2. Рекуррентное уравнение для инвестиционной стоимости

По определению ставки дисконта $i = i_t$ в общем случае зависящей от t [4], справедливо рекуррентное уравнение:

$$X_t = \frac{q_{t+1} + X_{t+1}}{1 + i_{t+1}}, t = 0, 1, ..., n-1. \qquad (3)$$

В силу сделанных предположений справедливо представление:

$$X_t(1 + i_{t+1}) = q_t(1 + v_{t+1}) + X_t(1 + j_{t+1}). \qquad (4)$$

Обозначим:

$$m_t = X_t / q_t. \qquad (5)$$

Эта величина представляет собой известный мультипликатор:

P/E = Цена / Прибыль.

Иногда удобнее выразить обратную к ней величину $1/m_t$ в процентах.

Разделив обе части равенства (4) на X_t и учитывая (5), получим из (4) рекуррентное уравнение:

$$i_{t+1} = (1 + v_{t+1}) / m_t + j_t. \qquad (6)$$

Отсюда получим искомое рекуррентное уравнение для неизвестной последовательности темпов $\{v_t\}$:

$$v_{t+1} = (i_{t+1} - j_{t+1})m_t - 1, t = 0, 1, ..., n-1. \qquad (7)$$

Например, при годовом периоде и $i_{t+1} = 15\%$, $j_{t+1} = 5\%, 1/m_t = 9\%$ из (7) получим, что:

$$v_{t+1} = (0{,}15 - 0{,}05)/0{,}09 - 1 = 0{,}11 = 11\%.$$

Заметим, что, например, что при $1/m_t = 11\%$, при прочих равных условиях, значение темпа было бы отрицательным:

$$v_{t+1} = (0{,}15 - 0{,}05)/0{,}11 - 1 = -0{,}09 = -9\%.$$

Начальное значение мультипликатора $m_0 = X_0 / q_0$ получается из сравнительного подхода, а дальше используется рекуррентное уравнение:

$$m_{t+1} = m_t\left(\frac{1 + j_{t+1}}{1 + v_{t+1}}\right), t = 0,1,..., n-1. \qquad (8)$$

Нам потребуются основные соотношения модели рынка капитала (CAPM) [3].

3. Модель CAPM

Основное соотношение модифицированной модели CAPM в принятых нами обозначениях имеет вид [3]:

$$i_{t+1} = r_f + \beta_{t+1}(r_{t+1} - r_f) + c, \qquad (9)$$

где i_{t+1} – искомая ставка дисконта,

r_f – безрисковая ставка дохода,

β_{t+1} – бета-фактор модели,

r_{t+1} – среднерыночная рыночная доходность,

c – поправка на факторы, не учтенные в классической модели CAPM.

Большими буквами будем обозначать соответствующие случайные величины. Тогда бета-фактор представляет собой коэффициент линейной регрессии I_{t+1} на R_{t+1} и определяется известной формулой из статистики:

$$\beta_{t+1} = \frac{K(I_{t+1}, R_{t+1})}{D_{R_{t+1}}}. \qquad (10)$$

Здесь R_{t+1} – случайная доходность рынка, соответствующая средней доходности r_{t+1}, а I_{t+1} – случайная доходность, соответствующая средней доходности, определяемая формулой:

$$i_{t+1} = \frac{q_{t+1} + X_{t+1}}{X_t} - 1 = \frac{X_{t+1}}{X_t} * (\frac{q_{t+1}}{X_{t+1}} + 1) - $$
$$-1 = (1 + j_{t+1})(1/m_{t+1} + 1) - 1. \qquad (11)$$

Пусть J_{t+1} случайная величина темпа изменения стоимости, соответствующая среднему темпу изменения стоимости j_{t+1}. Тогда доходность рынка R_{t+1} можно в простейшем случае заменить на J_{t+1}.

Замечание 1

Для оценки статистических характеристик J_{t+1} можно взять ряд фактически наблюдаемых в ретроспективе темпов роста стоимости СМР из сборника КО-ИНВЕСТ. Конечно, при этом мы неявно исходим из предположения о стационарности случайного процесса $\{J_t\}$, что обычно и происходит при определении статистических характеристик произвольного случайного процесса, когда генеральная совокупность значений сечения процесса в данный момент времени по реализациям заменяется на генеральную совокупность сечений данной реализации по времени. В этом случае среднее значение $j_{t+1} = r_{t+1}$ фактически не зависит от времени: $j = r$. Не зависимой от времени в этом случае будет и величина $\Delta r_{t+1} = r - r_f$.

Из формулы (11) видно, что в качестве аппроксимации линейной регрессии I_{t+1} на J_{t+1} можно взять:

$$I_{t+1} = (1 + J_{t+1})(1/m_{t+1} + 1) - 1. \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (10), приходим к следующей аппроксимации бета-фактора модели САРМ:

$$\beta_{t+1} = \frac{1}{m_{t+1}} + 1. \qquad (13)$$

Или с учетом (8):

$$\beta_{t+1} = \frac{1}{m_t} * \frac{1 + v_{t+1}}{1 + j_{t+1}} + 1. \qquad (14)$$

Замечание 2

Из (11) видно, что при $R_{t+1} = J_{t+1}$ точное выражение для β_{t+1} имеет вид:

$$\beta_{t+1} = \frac{\beta^V_{t+1}}{m_t} + 1, \qquad (15)$$

где β^V_{t+1} определяется аналогично (10):

$$\beta^V_{t+1} = \frac{K(V_{t+1}, J_{t+1})}{D_{J_{t+1}}}. \qquad (16)$$

Здесь V_{t+1} случайная величина темпа изменения ***ЧОД***, соответствующая среднему темпу изменения ***ЧОД*** v_{t+1}.

Из сравнения (14) и (15) видно, что в качестве аппроксимации β^V_{t+1} мы используем выражение:

$$\beta^V_{t+1} = \frac{1 + v_{t+1}}{1 + j_{t+1}}. \qquad (17)$$

Альтернативой было бы статистическое оценивание β^V_{t+1} по ретроспективным данным, но в силу замечания 1 о невольном использовании предположения о стационарности процессов $\{v_t\}, \{j_t\}$ полученное значение фактически не будет зависеть от времени: $\beta^V_{t+1} = \beta^V$. Проведенные численные эксперименты показывают неудовлетворительное поведение моделей с постоянной аппроксимацией β^V_{t+1} в (15).

Подставляя (14) в (9), получим:

$$i_{t+1} = r_f + (\frac{1}{m_t} * \frac{1 + v_{t+1}}{1 + j_{t+1}} + 1) * \Delta r + c, \qquad (18)$$

Где обозначено для краткости:

$$\Delta r = r - r_f. \qquad (19)$$

4. Основное уравнение для неизвестного темпа

Приравнивая выражения (6) и (18), получим уравнение для неизвестного темпа изменения ***ЧОД*** v_{t+1}:

$$(1 + v_{t+1}) / m_t + j_t =$$
$$= r_f + \left(\frac{1}{m_t} * \frac{1 + v_{t+1}}{1 + j_{t+1}} + 1 \right) * \Delta r + c. \qquad (20)$$

Решая это уравнение, приходим к выражению для неизвестного темпа v_{t+1}:

$$v_{t+1} = \frac{j_{t+1} - r_f - \Delta r - c}{(\Delta r / (1 + j_{t+1}) - 1) / m_t} - 1. \qquad (21)$$

5. Обратное преобразование

Заметим теперь, что уравнение (21) обратимо относительно переменной j_{t+1}. Это позволяет, наоборот, выразить неизвестный темп j_{t+1} через известный темп v_{t+1}. Для неизвестный темп j_{t+1} получается квадратное уравнение:

$$(1 + j_{t+1})^2 + \left[\frac{1 + v_{t+1}}{m_t} - (1 + r_f + \Delta r + c) \right] *$$
$$* (1 + j_{t+1}) - \frac{1 + v_{t+1}}{m_t} * \Delta r = 0.$$

Отсюда, оставляя положительное решение, получим окончательную формулу для неизвестный темп j_{t+1}:

$$j_{t+1} = -\frac{1}{2} * \left[\frac{1 + v_{t+1}}{m_t} - 1 - r_f - \Delta r - c \right] +$$
$$+ \left[\frac{1}{4} * \left(\frac{1 + v_{t+1}}{m_t} - 1 - r_f - \Delta r - c \right)^2 + \frac{1 + v_{t+1}}{m_t} * \Delta r \right]^{\frac{1}{2}} - 1.$$

6. Фундаментальное уравнение для ставки капитализации

В рамках предположений [4] справедлива формула метода прямой капитализации:

$$X_t = \frac{q_t (1 + v_{t+1})}{K_{t+1}}. \qquad (22)$$

Здесь K_{t+1} – соответствующая ставка капитализации.

В частности, при $t = 0$, получим из (22) формулу метода прямой капитализации:

$$X_0 = \frac{q_0(1+v_t)}{K_1}. \qquad (23)$$

Формула (23) решает задачу определения текущей инвестиционной стоимости недвижимости. Ставка капитализации K_1 находится в результате решения рекуррентного уравнения, полученного в [4]:

$$K_t = \frac{1+i_t}{1+\frac{1+v_{t+1}}{K_{t+1}}};\ t = 1, 2, ..., n. \qquad (24)$$

Граничное условие для уравнения (24) дает формула Гордона [3] для постпрогнозной ставки капитализации:

$$K_{n+1} = i_{n+1} - v_{n+1}. \qquad (25)$$

Здесь i_{n+1}, v_{n+1} – постпрогнозные значения ставки дисконта и темпа изменения ***ЧОД*** соответственно, которые предполагаются стационарными.

При известных $i_t, v_t, t = 1, 2, ..., n,$ уравнение (24) можно решить последовательно для $t = n, n-1, ..., 1,$ отправляясь от граничного условия (25).

7. Приближенное уравнение для ставки капитализации

Ставка капитализации K_t может быть найдена в результате решения другого рекуррентного уравнения, полученного в [4]:

$$K_t = \frac{(1+r_f+c)*K_{t+1}*(1+v_t)}{(1+K_{t+1}+v_{t+1})*(1+v_t-\Delta r*\beta_V^t)}. \qquad (26)$$

В качестве подходящей аппроксимации β_V^t в (26) предлагается использовать аппроксимацию (17). В отличии от фундаментального рекуррентного уравнения (24) для ставки капитализации K_t, уравнение (26) не требует знания ставок дисконта i_t, которые могут быть получены после из формулы [4]:

$$i_t = r_f + \frac{K_t}{K_{t+1}} * \frac{1+K_{t+1}+v_{t+1}}{1+v_t} * \beta_V^t * \Delta r + c, t = 1, 2, ..., n. \qquad (27)$$

Граничное условие для уравнения (26) дает формула (25).

При известных из формулы (21) темпах $v_t, t = 1, 2, ..., n,$ уравнение (26) можно решить последовательно для $t = n, n-1, ..., 1,$ отправляясь от граничного условия (25).

8. Пример прогноза по докризисному индексу роста стоимости СМР

Приведем числовой пример прогноза темпов изменения ЧОД от аренды недвижимости для следующих докризисных исходных данных в пересчете на квартал:

$r_f = 7{,}8 / 4 = 1{,}95\%;$

$r = 3{,}52\%;$

$\Delta r = 1{,}58\%;$

$c = 5 / 4 = 1{,}25\%;$

$1 / m_0 = 1\%;$

$n = 11, v_{12} = 4 / 4 = 1\%.$

В качестве исходной последовательности темпов используем прогноз темпов изменения индекса роста стоимости СМР из издания КО-ИНВЕСТ №60 за 2007 г. на 12 кварталов начиная с июня 2007 г. Тем самым предполагается, что рост стоимости СМР в будущем определяет рост полной восстановительной стоимости недвижимости. Рыночная стоимость продажной цены получается вычитанием из полученной стоимости накопленного износа. Однако на небольших промежутках, к которым относится и период прогноза вторичный рынок недвижимости фактически не реагирует на износ и им можно пренебречь.

Безрисковая ставка $r_f = 7{,}8\%$ взята по данным cbr.ru по депозитам в рублях для юридических лиц со сроком свыше одного года. Средняя квартальная доходность индекса СМР $r = 3{,}52\%$ подсчитана для наглядности по тем же прогнозным данным. Начальное значение мультипликатора ***ЧОД / Цена*** выбрано на уровне $1 / m_0 = 1\%$, что соответствует мультипликатору арендная ставка / удельная стоимость 10% и рентабельности (***ЧОД / Валовая выручка***) 40% с учетом пересчета на квартал. Все выбранные значения вспомогательных мультипликаторов соответствуют рыночному уровню.

Постпрогнозный темп роста ***ЧОД*** выбран на уровне долгосрочной инфляции 4% в год по прогнозу МЭРТ или соответственно 1% в квартал.

В табл. 1 приведен расчет соответствующих прогнозных значений изменения ЧОД. В 4-й строке таблицы приводится соответствующая ставка дисконта, определенная по формуле (18), а в 5-й строке – ее годовой эквивалент. Итоговая годовая ставка не превышает 20%, что соответствует существующим до кризиса 2008 г. представлениям о доходности недвижимости от сдачи в аренду.

Таблица 1

РАСЧЕТ ПРОГНОЗНЫХ ДОКРИЗИСНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПОВ ИЗМЕНЕНИЯ *ЧОД*

№	Наименование	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Темп изменения стоимости ***jt***,%	3,82	3,77	3,72	3,67	3,62	3,58	3,53	3,48	3,44	3,39	3,35	3,30	-
2	Мультипликатор ***ЧОД / Цена 1 / mt***, %	1,00	0,97	1,02	1,06	1,11	1,16	1,20	1,25	1,30	1,34	1,39	1,43	-
3	Темп изменения ***ЧОД vt***, %	-	0,47	8,80	8,62	8,25	7,92	7,70	7,49	7,22	6,96	6,80	6,57	1,00
4	Квартальная ставка дисконта ***it***, %	-	4,77	4,77	4,78	4,78	4,78	4,78	4,78	4,78	4,78	4,78	4,78	4,78
5	Эквивалентная годовая ставка дисконта, %	-	19,09	19,10	19,10	19,10	19,11	19,11	19,11	19,12	19,12	19,12	19,12	-
6	Квартальная ставка капитализации ***Kt***, %	-	2,19	2,33	2,47	2,61	2,76	2,91	3,07	3,24	3,41	3,59	3,78	-
7	Эквивалентная годовая ставка капитализации, %	-	8,77	9,30	9,86	10,44	11,02	11,64	12,28	12,94	13,63	14,36	15,13	-

9. К граничному условию для рекуррентного уравнения

Пусть все случайные темпы изменения ***ЧОД*** V_t одинаково распределены и

$$i_t \equiv i;\ v_t \equiv v\ , \tag{28}$$

то есть процесс предполагается стационарным.

Предположим, что выполнено условие

$$|1+v| < |1+i|. \tag{29}$$

Тогда ряд в (1) является сходящимся и справедлива формула Гордона для текущей инвестиционной стоимости инструмента [5]:

$$X_t = f_t \frac{1+v}{i-v}. \tag{30}$$

Предположим дополнительно, что ковариации $K(V_t, R_t), K(R_t, R_t)$ не зависят от t, что является обычным условием совместной стационарности процессов V_t, R_t. Тогда величины β^t, β_V^t не зависят от t (соответствующий индекс далее будет опускаться) и справедливо уравнение [5]:

$$i = R_f + \frac{1+i}{1+v}\beta_V(r - R_f) + d, \tag{31}$$

из которого можно найти неизвестную ставку дисконта i [5]:

$$i = \frac{R_f + \frac{\beta_V}{1+v} * \left(r - R_f\right) + d}{1 - \frac{\beta_V}{1+v} * \left(r - R_f\right)}. \tag{32}$$

В качестве аппроксимации β_V^t можно использовать выражение (17).

Напомним, что стохастический аналог формулы Гордона (30) и формула для ставки дисконта (32) выведена в предположении, стационарности всех процессов, в частности, (28).

Из формулы (30) следует тогда, что

$$j_t = v\ , \tag{33}$$

т.е. последовательность $\{j_t\}$ – также является стационарной (в смысле средних значений) и предложенная в [5] модель роста является по сути односкоростной. В этом случае из (17) следует, что

$$\beta_t^V = \beta^V = 1, \tag{34}$$

Откуда в силу (32) вытекает формула для подходящей ставки дисконта:

$$i = \frac{R_f + \frac{1}{1+v} * \Delta r + d}{1 - \frac{1}{1+v} * \Delta r}. \tag{35}$$

В реальных условиях сделанные предположения о стационарности могут выполняться только в постпрогнозный период. Поэтому формула Гордона (30) и формула для подходящей постпрогнозной ставки (35) в зависимости от постпрогнозного темпа роста могут быть использованы лишь для замыкания рекуррентного уравнения для ставки капитализации.

10. О применимости метода дисконтирования в условиях финансового кризиса

В настоящем разделе рассматривается применимость метода дисконтирования и вытекающего из него рекуррентного уравнения к условиям финансового кризиса, когда ожидается достаточно долгое падение базовых индексов. Поскольку прогнозных кризисных данных еще нет, то для моделирования устойчивого падения индексов можно использовать в экспериментальных целях соответствующие докризисные значения, поменяв знак темпа изменения стоимости недвижимости с плюса на минус. Построенный таким образом тестовый пример показывает применимость ранее предложенных моделей дисконтирования к кризисному падению базовых индексов в определенных пределах. При этом ставка дисконта оказывается отрицательной, что соответствует падению стоимости недвижимости на рынке. Действительно, чтобы из меньшей будущей стоимости получить сегодняшнюю большую необходимо дисконтировать по отрицательной ставке, т.е. на самом деле наращивать будущую стоимость. Казалось бы, что при уменьшении стоимости недвижимости ее сдача в аренду становится бессмысленной, и соответственно метод дисконтирования и его модификации оказываются неприменимыми, но это не так. Получение арендного дохода позволяет уменьшить убыток за счет падения ее стоимости во время кризиса, так же как получение процентов по депозиту в рублях (в надежном банке) имеет смысл даже в том случае, когда проценты не перекрывают инфляцию.

Приведем числовой пример прогноза темпов изменения ***ЧОД*** от аренды недвижимости для следующих исходных данных в пересчете на квартал:

$$r_f = 7{,}8 / 4 = 1{,}95\%;$$

$$r = -3{,}53\%;$$

$$\Delta r = -5{,}48\%;$$

$$c = 5/4 = 1{,}25\%;\ \ 1/m_0 = 1{,}46\%;\ n = 9.$$

В качестве исходной последовательности темпов используем докризисный прогноз темпов изменения индекса роста стоимости СМР из предыдущего примера, изменив знак темпов на отрицательный в экспериментальных целях, чтобы смоделировать возможное падение индекса во время кризиса, если бы он начался в это время.

В табл. 2 приведен расчет соответствующих ставок капитализации по приближенным уравнениям (26) с граничным условием (25), (35). В 6-й строке для сравнения приводится решение фундаментального рекуррентного уравнения (24) с тем же граничным условием. Видно, что приближенное решение отличается от точного всего на 4%.

Таблица 2

РАСЧЕТ ПРОГНОЗНЫХ КРИЗИСНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПОВ ИЗМЕНЕНИЯ ЧОД

№	Наименование	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Темп изменения стоимости ***jt***,%	-3,77	-3,72	-3,67	-3,62	-3,58	-3,53	-3,48	-3,44	-3,39	-3,35	-
2	Мультипликатор ***ЧОД / Цена 1 / mt***, %	1,46	1,41	1,37	1,32	1,27	1,22	1,18	1,13	1,09	1,04	-
3	Темп изменения ***ЧОД vt***, %	-	-6,8734	-6,9975	-6,9966	-6,9976	-7,0748	-7,1614	-7,1782	-7,1978	-7,3072	-
4	Ставка дисконта ***it***,%	-	-3,72	-3,67	-3,62	-3,58	-3,53	-3,48	-3,44	-3,39	-3,35	-
5	Квартальная ставка капитализации ***Kt***, полученная из приближенного уравнения,%	-	1,36	1,31	1,27	1,23	1,18	1,14	1,09	1,05	1,01	0,97
6	Квартальная ставка капитализации ***Kt***, полученная из точного уравнения,%	-	1,35	1,31	1,27	1,22	1,18	1,13	1,09	1,05	1,01	0,97

11. Условия корректности формулы Гордона

Строго говоря, формулой Гордона называется формула для постпрогнозной стоимости:

$$X_n = \frac{q_n(1 + v_{n+1})}{i_{n+1} - v_{n+1}}, \qquad (36)$$

из которой и вытекает классическое граничное условие (25) для постпрогнозной ставки капитализации K_{n+1}. Формула (36) выводится в предположении стационарности (в данном случае – постоянности) постпрогнозных значений i_t, v_t (на уровне i_{n+1}, v_{n+1}), удовлетворяющим условию (29), обеспечивающему сходимость соответствующего бесконечного ряда, фигурирующего при выводе формулы (36). Этому условию могут удовлетворять и отрицательные параметры, например:

$$v_{n+1} = -0,2;$$

$$i_{n+1} = -0,1 .$$

В этом случае ставка капитализации по Гордону существует и равна $K_{n+1} = i_{n+1} - v_{n+1} = 0,1.$

Это позволяет использовать формулу Гордона (36) и при отрицательных значениях $i_{n+1}; v_{n+1}$, удовлетворяющих условию корректности (29), что позволяет применять классическое граничное условие (25) в условиях кризиса при падении базового индекса и вытекающей из него устойчивой отрицательности темпов $i_t; v_t$.

12. Достаточное условие стационарности в модели двухскоростного роста

Предположим, что

$$j_k = j_t;\, k = t, t+1, ... \qquad (37)$$

И покажем, что

$$\frac{1}{m_{t+1}} = \frac{1}{m_{t+2}}, \qquad (38)$$

Откуда в силу (21) будет следовать

$$v_{t+3} = v_{t+2}, \qquad (39)$$

т.е. стационарность последовательности темпов v_t, начиная с 3-го шага. В силу (18) отсюда будет вытекать стационарность последовательности i_t, начиная с 3-го шага.

Доказательство (38).

$$\frac{1}{m_{t+2}} = \frac{1}{m_{t+1}} * \frac{1 + v_{t+2}}{1 + j_{t+2}} = \frac{1}{m_{t+1}} * \frac{1 + v_{t+2}}{1 + j_t}. \qquad (40)$$

Таким образом, для доказательства (38) достаточно показать, что справедливо равенство:

$$1 + v_{t+2} = 1 + j_t. \qquad (41)$$

Доказательство (41) в свою очередь вытекает из следующей цепочки равенств:

$$1 + v_{t+2} = \frac{j_{t+2} - R}{\left(\frac{\Delta r}{1 + j_{t+2}} - 1\right) * \frac{1}{m_{t+1}}} = \frac{j_t - R}{\left(\frac{\Delta r}{1 + j_t} - 1\right) * \frac{1}{m_t} * \frac{1 + v_{t+1}}{1 + j_t}} =$$

$$= \frac{j_t - R}{\left(\frac{\Delta r}{1 + j_t} - 1\right) * \frac{1}{m_t} * \frac{j_t - R}{(\Delta r / (1 + j_t - 1) * 1 / m_t} * \frac{1}{1 + j_t}} = 1 + j_t$$

что и требовалось доказать.

В заключении отметим, что в настоящей работе предложен способ прогнозирования темпов изменения ***ЧОД***, основанный на каком-то прогнозе изменения стоимости недвижимости. Точно также можно смоделировать изменение арендных ставок. Если отношение ***ЧОД*** к арендному доходу является величиной устойчивой в отрасли, то ***ЧОД*** становиться прямо пропорциональным арендной ставке. В этом случае в качестве начального значения мультипликатора $1 / m_t$ можно использовать отношение арендная ставка /удельная стоимость. Таким же образом, можно прогнозировать доход от любого другого актива, например дивидендный доход от акций на фондовом рынке с целью принятия решения об их покупки или продаже.

Отметим также, что в настоящей работе изучаются условия наступления стационарности в двухскоростной модели переменного роста. Показано, что стационарность наступает с третьего периода, после наступления стационарности последовательности j_t, темпов изменения базового индекса изменения стоимости СМР. Эти соображения имеют самостоятельное методологическое значение для применения метода прямой капитализации в условиях прогнозирования темпов роста с использованием двухскоростной модели переменного роста и носят фундаментальный характер.

Литература

1. Батурина О.Ю. К прогнозированию стоимости недвижимости в рамках стационарной логнормальной модели [Текст] / О.Ю. Батурина, Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Финансовая аналитика. – 2008. – №12. – С. 61-65.
2. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и (или) активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» [Текст] / Deloitte&Touche. – М., 2005.
3. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.
4. Перевозчиков А.Г. Стохастическая модель переменного роста для оценки стоимости некотируемых активов [Текст] / А.Г. Перевозчиков // Финансы и кредит. – 2004. – №27. – С. 22-26.
5. Перевозчиков А.Г., Смирнов С.А. Смешанная модель DDM и CAPM для оценки стоимости некотируемых активов [Текст] / А.Г. Перевозчиков, С.А. Смирнов // Экономика и математические методы. – 2004. – Т. 40, №3. – С. 118-23.

Ключевые слова

Оценка недвижимости; рыночная стоимость; доходный подход; дисконтирование денежных потоков; ставка дисконта; арендная ставка; строительно-монтажные работы (СМР); чистый операционный доход (ЧОД); темп изменения СМР; темп изменения ЧОД.

Перевозчиков Александр Геннадьевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается задача прогнозирования изменения чистого операционного дохода (ЧОД) от аренды недвижимости, в зависимости от предполагаемого изменения ее стоимости. Предполагаемые темпы изменения стоимости на ближайшее время известны из прогноза индекса роста стоимости строительно-монтажных работ (СМР), имеющегося в издании КО-ИНВЕСТ, на ближайшие три года. Соответствующий прогноз изменения арендных ставок обычно известен из обзоров рынка, но достаточно приблизительно. В связи с этим в настоящей статье исследуется детерминированная модель прогнозирования темпов изменения ЧОД в зависимости от предполагаемых темпов изменения стоимости недвижимости. Рассматривается числовой пример прогноза изменения ЧОД от аренды недвижимости на три года вперед.

Исследование связи между двумя темпами роста стоимости на рынках недвижимости и ее аренды построено на фундаментальном соотношении между ними, полученном автором из уравнения дисконтирования в рекуррентной форме. Из него же выводятся и приближенные формулы для коэффициентов бета в модели рынка капитала (CAPM). Сравнивая ставку дисконта, полученную соответственно из указанного фундаментального соотношения и модели CAPM, он получает приближенные соотношения между двумя темпами роста, которые имеют такую же точность, как и приближенные формулы для коэффициентов бета. Удовлетворительная точность предложенной аппроксимации демонстрируется на числовых примерах. Показано, что предложенная модель прогнозирования остается справедливой (в известных пределах) и для условий кризиса, когда базовый индекс роста СМР имеет устойчивую тенденцию к снижению.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья А.Г. Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Василенко С.И., к.т.н., профессор кафедры информационных технологий Тверского государственного университета

3.9. ABOUT THE CONNECTION OF THE CHANGE OF THE NET OPERATIONAL INCOME FROM THE REAL ESTATE RENT AND THE ASSUMED CHANGE OF ITS VALUE

A.G. Perevozchikov, Doctor of Economics, the Professor

Tver Institute of Ecology and Law

The task of prognostication of the change of net operational income from real estate, depending on the expected change of its value is regarded. The assumed rate of cost change for the nearest period is known from the cost index growth prognosis for construction-mounting works, which the Publishing House CO-INVEST possesses for the nearest three years. The prognosis of rent changes is usually known from the market surveys, though the values are approximate. Thus, in this article the determinated forecasting model of these changes is researched according to the expected value changes in real estate. The equation of prognosis of these changes for three-year period is suggested.

Lterature

1. Valuation of Business: A Manual. Edited by A.G.Gryaznova, M.A. Fedotova – M.: Finance and Statistics. - 2002.
2. Methodology and Manual on Conducting Valuation of Business and Assets of Public Limited Company «United Energy Systems of Russia». - Deloitte & Touche. - Dec.2003-March 2005.
3. Perevozchikov A.G. The Stohastic Model of Variable Growth for the Cost Assessment of Non-Quoted Assets. Finance and Credit, №27, 2004, p. 22-26.
4. Perevozchikov A.G., Smirnov S.A. Mixed Model DDM and CAPM for the Cost Assessment of Non-Quoted Assets. Economics and Mathematics Methods, 2004, v.40, №3, p. 118-123.
5. Baturina O.U., Basganov U.M., Perevozchikov A.G. About the Cost Prognostication of Real Estate within the Limits of the Permanent Lognormal Model. Financial Analytic.
6. №12, 2008, p. 61-65.

Keywords

Real estate assessment; market value; income approach; cash flow discounting; discount rate; construction-mounting works; change rate of net operational income.