

### 3.7. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНИРОВАНИЯ ФИНАНСОВ И ЭКОНОМИКИ СТРОИТЕЛЬНОЙ КОМПАНИИ В УСЛОВИЯХ МУЛЬТИПРОЕКТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Розанов Р.В., к.э.н., начальник управления бюджетирования и управленческой отчетности ООО «Корпорация Инжтрансстрой»

В представленной статье рассматривается применение методов моделирования и оптимизации к задаче построения финансово-экономического плана компании, реализующей одновременно ряд проектов. Задача сформулирована в терминах многокритериальной оптимизации, обоснован выбор критериев и ограничений из числа базового набора показателей экономического потенциала. Представлена модель финансово-экономических процессов, показаны особенности планирования и контроллинга в строительстве.

#### ВВЕДЕНИЕ

В компании строительной отрасли, как и в любой другой коммерческой компании, целями финансового контроллинга являются максимизация финансового результата, обеспечение ликвидности и сбалансированной структуры капитала. Моделирование финансово-экономической деятельности осуществляется на базе финансовой структуры компании, элементами которой являются центры ответственности определенного типа, оптимизация – на основе формализованных целей. На основе планов реализации продукции (работ, услуг) формируется план производства, проводится расчет требуемых ресурсов, инвестиционной программы под реализацию плана производства, рассчитывается финансовый план и ожидаемый результат. С учетом поставленных целей и ограничений проводится оптимизация проекта производственно-финансового плана. Данная работа ставит своей целью представить экономико-математическую модель, позволяющую описать и формализовать

построение оптимального финансово-экономического плана, адаптировать общие методы планирования к особенностям строительной компании, реализующей ряд проектов в различных географических регионах.

#### ОСОБЕННОСТИ ПЛАНИРОВАНИЯ И КОНТРОЛЛИНГА В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Особенности отрасли определяют внутреннюю структуру экономико-математической модели, применяемой при формировании планов. Финансовая структура строительной компании, реализующей одновременно ряд проектов, основным элементом – центром ответственности – имеет проект, то есть ограниченный во времени процесс со специфическими содержательными и финансовыми результатами. В этом состоит особенность финансовой структуры, отличающей ее от аналогичной структуры промышленного предприятия или предприятия розничной торговли, где относительно постоянная линейка продуктов определяет соответствующую стабильную финансовую структуру. В то же время имеется сходство в финансовой структуре с компаниями других отраслей, для которых реализация достаточно ограниченных во времени (относительно интервала стратегического планирования) проектов является основным видом деятельности, например в сфере консалтинга. Для характеристики контроллинга в компаниях, реализующих ряд проектов одновременно, используется термин мультипроектный контроллинг [6, с. 569]. Мультипроектный контроллинг применительно к сфере финансов и экономики означает планирование и контроль прибыли и финансов по каждому проекту и агрегированные расчеты, в том числе влияния каждого проекта на прибыль и ликвидность.

Рассмотрим последовательно содержание крупных статей отчета о прибылях и убытках, по которым осуществляется анализ план / факт в рамках системы финансового контроллинга, проводя сравнение строительной компании с промышленным предприятием.

Таблица 1

СТРУКТУРА ВЫРУЧКИ СТРОИТЕЛЬНОЙ КОМПАНИИ

Структура выручки по статьям / по проектам	Итого		Проект 1		...	Проект N	
	Денежный измеритель	Натуральный измеритель	Денежный измеритель	Натуральный измеритель	...	Денежный измеритель	Натуральный измеритель
	Рубли	Трудочасы / / машиночасы	Рубли	Трудочасы / / машиночасы	...	Рубли	Трудочасы / / машиночасы
<b>По всем работам</b>							
Материалы	-	-	-	-	...	-	-
Фонд оплаты труда рабочих	-	-	-	-	...	-	-
Эксплуатация машин и механизмов	-	-	-	-	...	-	-
Накладные расходы	-	-	-	-	...	-	-
Сметная прибыль	-	-	-	-	...	-	-
Прочее	-	-	-	-	...	-	-
Итого выручка	-	-	-	-	...	-	-
<b>Вид работ 1</b>							
Материалы	-	-	-	-	...	-	-
Фонд оплаты труда рабочих	-	-	-	-	...	-	-
Эксплуатация машин и механизмов	-	-	-	-	...	-	-
Накладные расходы	-	-	-	-	...	-	-
Сметная прибыль	-	-	-	-	...	-	-
Прочее	-	-	-	-	...	-	-
Итого выручка по виду работ 1	-	-	-	-	...	-	-
...	...	...	...	...	...	...	...
<b>Вид работ M</b>							
...	...	...	...	...	...	...	...
Итого выручка по виду работ M	-	-	-	-	...	-	-

Доход от основной деятельности определяется выраженными в денежном измерителе продажами произведенной компанией продукции (табл. 1). Для промышленного предприятия доход определяется суммой по видам продукции цен и количеств отгруженной продукции. Для строительной компании доход определяется суммой стоимостей работ, выполненных по реализуемым компанией проектам. Но сумма выручки по проекту не всегда может быть достаточной характеристикой для определения содержания выручки компании. Для целей содержательного анализа выручки необходима детализация структуры запланированных и фактически выполненных работ. Натуральными показателями, позволяющими соотнести между собой различные виды работ, в данном случае могут быть плановые или нормативные (для данного проекта) трудочасы и машиночасы. Для производственной компании также можно использовать аналогичные показатели при анализе выручки, но для строительной компании, выполняющей различные виды работ, данные показатели остаются фактически единственными сравнительными измерителями исполнения плана по доходам.

Данная структура опирается на укрупненные нормативы по видам работ с учетом специфики реализуемых проектов. Величины по аналогичным статьям в расходной части отчета о прибылях и убытках могут отличаться от величин статей расшифровки выручки в связи с различными особенностями, связанными с реализацией проекта, например с учетом стоимости фактически имеющихся у компании ресурсов и затрат на их использование, необходимости аренды техники, в связи с возможным размещением выполнения части работ на субподряд.

Таким образом, особенность строительства заключается в очень тесной связи контроллинга доходной части бюджета с контроллингом затрат вплоть до использования аналогичных представлений для анализа и применения сопоставлений данных представлений на всех этапах планирования и реализации проекта.

Вопрос о том, какую категорию – вид работ или проект – следует рассматривать как аналог вида выпускаемой продукции в промышленности или использовать обе, представляется целесообразным решать в зависимости от характера решаемой задачи. При рассмотрении перспективы, превышающей характерную длительность проекта, имеет смысл планировать, опираясь на виды работ. В данном случае вид работ аналогичен продукции с длинным жизненным циклом. На интервалах оперативного планирования более удобно рассматривать конкретные проекты и сразу переходить к поэтапной структуре работ, так как по отношению к оперативному планированию проект аналогичен продукции с жизненным циклом, превышающим интервал планирования.

Далее рассмотрим особенности финансового контроллинга относительно расходной части отчета о прибылях и убытках.

В промышленных компаниях для целей планирования деятельности используется концепция переменных и постоянных затрат, т.е. затрат, пропорциональных объему производства (реализации), и не зависящих от объема производства (реализации). В целом, данная концепция применима и для строительства. Однако есть ряд особенностей, связанных с ее применением в строительной отрасли.

При долгосрочном планировании по компании в целом, осуществляемом в рамках планирования финансов и экономики в разрезе видов работ, рассматриваемых как вид выпускаемой продукции, при наличии множества планируемых к реализации проектов, расчет расходной части плана может осуществляться аналогично расчетам для промышленного предприятия, на основе разделения переменных и постоянных расходов.

При умеренных колебаниях объемов выполняемых работ в целом по компании расходы, рассматриваемые как постоянные в рамках моделей, применяемых в промышленности, например амортизация, можно считать постоянными, так как техника и другие аналогичные ресурсы, не используемые на одном проекте, могут быть использованы на другом, и в целом данные расходы останутся на прежнем уровне. При планировании отдельных проектов данный подход может оказаться неверен. Как было сказано выше, проект имеет некоторую аналогию с видом выпускаемой продукции с коротким жизненным циклом. Если все работы относительно однородны (например, осуществляется укладка трубы), можно сказать, что в определенных пределах расходы на труд и горюче-смазочные материалы являются переменными, а амортизация – постоянным расходом. Однако если мы объем работ удвоим, не распределив его по времени, то понадобится вдвое больше техники, и расходы на амортизацию станут переменными (в рамках проекции проекта на данный интервал времени) – например, техника может быть оперативно взята в аренду. Возможно, что расходы вырастут еще больше за счет оплаты сверхурочных при увеличении объема за тот же срок. Д. Хан вводит специальные термины для описания подобного поведения затрат: постоянная соподчиненность времени и затрат на одну работу (жесткое соотношение между затратами и временем) и переменное соподчинение времени и затрат на одну работу (одна работа при разной продолжительности вызывает разные затраты) [6, с. 559]. Модели, имитирующие аналогичные процессы, в промышленности, как правило, рассматриваются в рамках стратегического планирования, для расчета финансового результата инвестиционных проектов, связанных с приобретением оборудования и расширением выпуска продукции. С другой стороны, увеличивающийся объем работ может быть передан на выполнение субподрядчику с определенной маржой, и тогда снова работает модель переменных и постоянных расходов. Но если вопрос собственного производства или поставок со стороны в промышленности, как правило, является вопросом стратегического планирования, то в строительстве необходимо учитывать варианты выбора способа выполнения работ и на уровне оперативного планирования.

Таким образом, модели, применяемые для оценки расходов и потребностей в ресурсах в строительстве, должны быть основаны на так называемых релевантных (или принимаемых в расчет, значимых) затратах [5].

## ОБЩИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

Задача построения инструментов финансового контроллинга в компании любой отрасли может быть разделена на следующие составляющие:

- построение финансовой подсистемы системы сбалансированных показателей;

- построение имитационной модели, адекватной специфике отрасли и позволяющей рассчитывать соответствующие значения показателей на основе определяющих их факторов;
- постановка и решение задач оптимизации, позволяющих облегчить выбор наилучших решений по реализации финансовой стратегии или сформулировать рекомендации по ее изменению.

Выбор показателей финансового направления будем осуществлять, двигаясь от общего к частному, начиная от общих принципов построения системы показателей. Создатели сбалансированной системы показателей Р. Каплан, Д. Нортон [1, с. 50] отмечают зависимость финансовых целей от того или иного этапа бизнес-цикла, выделяя три стадии: рост, устойчивое состояние, сбор урожая. Для каждой из данных стадий соответственно выделяются три стратегических финансовых цели: рост дохода и расширение структуры деятельности, сокращение издержек и увеличение производительности, использование активов и инвестиционная стратегия (сокращение оборотного капитала, оптимизация использования основных средств).

Деятельность компании, ее экономический потенциал могут быть описаны рядом показателей, значения которых следует отслеживать и при необходимости оказывать управляющие воздействия в процессе управления финансово-экономической деятельностью компании. Наиболее важные управляемые показатели должны быть включены в финансовую составляющую сбалансированной системы показателей в модель финансового контроллинга. Рассмотрим группы показателей в соответствии с их классификацией, выполненной Ковалевым В.В. [2, с. 370-393].

Индикаторы экономического потенциала компании разделяются на шесть основных групп показателей:

- имущественного потенциала;
- ликвидности и платежеспособности;
- финансовой устойчивости;
- внутрифирменной эффективности (деловой активности);
- прибыльности и рентабельности;
- рыночной привлекательности.

Показатели блока «Имущественный потенциал» – величина контролируемых фирмой средств (итог баланса), величина чистых активов, доля основных средств в структуре баланса, коэффициент износа основных средств – позволяют получить представление о размерах предприятия и структуре активов. Не будучи критичными с точки зрения основных финансовых рисков, в настоящей работе они рассматриваются как ориентиры и не применяются как критерии или ограничения модели.

Показатели ликвидности и платежеспособности, характеризующие способность предприятия рассчитаться по своим краткосрочным обязательствам, безусловно, являются важными индикаторами, которые необходимо контролировать на пути достижения целей предприятия. Поэтому ограничения на минимально допустимые величины коэффициентов ликвидности являются необходимыми ограничениями модели. Важным с точки зрения обеспечения платежеспособности является соблюдение условия на минимальный остаток денежных средств, определяемое через определение минимально допустимой величины коэффициента абсолютной ликвидности, равного отношению денежных средств и краткосрочных обязательств. С целью обеспечения ликвидности в среднесрочной перспективе, устанавлива-

ется ограничение на величину коэффициента текущей ликвидности, определяемого как отношение оборотных активов к краткосрочным обязательствам.

Коэффициенты финансовой устойчивости характеризуют систему финансирования деятельности компании. К ним относятся, в частности, следующие коэффициенты. Коэффициент финансового рычага определяется как отношение заемных и собственных средств и характеризует структуру источников финансирования деятельности. Коэффициент покрытия расходов на обслуживание долга, также называемый коэффициентом обеспеченности процентов к выплате, определяется как отношение прибыли до выплаты процентов и налогов к сумме процентов по кредитам. В связи с тем, что риск потери финансовой устойчивости может поставить под сомнение реализацию экономической цели компании, в качестве ограничений применяются условия на максимально допустимую величину коэффициента финансового рычага и минимально допустимую величину коэффициента покрытия.

К характеристикам внутрифирменной эффективности, или деловой активности, относятся в первую очередь коэффициенты оборачиваемости, характеризующие скорость оборота активов предприятия. Определенные виды данных коэффициентов могут рассматриваться как ограничения задачи, например, оборачиваемость средств в запасах или величина неснижаемого остатка денежных средств, связанная с величиной оборота компании. Другие коэффициенты, такие как оборачиваемость дебиторской и кредиторской задолженности, могут быть непосредственно включены в механизм расчета модели как формулы, так как, как правило, определяются внешними для компании условиями покупателей и заказчиков, поставщиков и подрядчиков. В настоящей работе коэффициенты оборачиваемости рассматриваются как заданные величины и включены в расчеты модели.

Важным коэффициентом, характеризующим эффективность использования имущества при выполнении строительно-монтажных работ, является коэффициент загрузки основных средств, характеризующий соотношение между объемом выполняемых работ и имеющимися в распоряжении компании основными средствами. Формула расчета и использование данного коэффициента рассматривается в последующих разделах.

Показатели прибыльности и рентабельности рассматриваются в качестве критериев и поэтому не включены в число ограничений модели.

Показатели рыночной привлекательности в меньшей мере, чем рассмотренные выше группы показателей, характеризуют отраслевые особенности, не являются критичными с точки зрения функционирования компании и находятся вне рассмотрения темы данной работы.

Итак, критерием оптимизации на периоде долгосрочного планирования является прибыль компании. Казалось бы, для максимизации прибыли теоретически следует максимизировать прибыль каждого центра ответственности. Но ограниченность величины имеющихся ресурсов, необходимых для выполнения работ, в том числе финансовых, при наличии требований по соблюдению уровня ликвидности, финансовой устойчивости и покрытия процентных расходов, приводит к тому, что рост прибыли одного центра ответственности может вызвать падение прибыли другого. Одна из задач, решаемых рассматриваемой моделью, – пока-

зать оптимальную картину распределения прибыли и рентабельности по фиксированному набору проектов, с тем чтобы наилучшим образом распределить ресурсы, а также, возможно, заблаговременно оптимизировать портфель заказов компании (набор выполняемых и планируемых к выполнению проектов), исключив из него ряд проектов. В то же время следует указать, что вопрос формирования портфеля заказов относится в первую очередь к сфере маркетинга, а в сфере финансового контроллинга портфель заказов зачастую рассматривается как задаваемый извне.

Наряду с оптимизацией величины прибыли на данном периоде долгосрочного планирования, у компании могут существовать долгосрочные стратегические цели, связанные с реализацией определенных проектов. Проекты могут иметь, например, политическую направленность, с не формализованными в рамках рассматриваемой модели выгодами. Или может быть принято решение о вхождении в смежный рынок (страну, регион, вид работ и т.д.) и для данных проектов на определенном этапе может быть достаточно достижения уровня безубыточности. Или наоборот, при прохождении начального этапа вхождения в рынок может быть поставлено условие максимизации прибыли на проектах данной группы с целью снижения зависимости от других проектов. В данном случае рассматриваемая задача может рассматриваться как задача многокритериальной оптимизации. Наконец, может быть поставлено условие максимальной загрузки имеющихся ресурсов (основных средств) по каждому проекту с целью избежать скрытых потерь (не обязательно финансовых), связанных с простоем техники, в том числе связанных с вынужденным увольнением соответствующего персонала.

Таким образом, из множества индикаторов, характеризующих деятельность компании в целом, выбран ряд наиболее важных показателей, принимаемых как критерии или условия оптимизации.

В настоящей работе рассматривается задача оптимизации построения финансово-экономического плана крупной строительной компании в период ее устойчивого функционирования. Компания реализует одновременно много географически распределенных проектов, выполняет работы как собственными силами, так и силами субподрядчиков и имеет территориально распределенные производственные ресурсы. Особенности, связанные с тем, что интервал планирования близок к жизненному циклу проекта, требуют, основываясь на финансовой цели устойчивого состояния – сокращения издержек и увеличения производительности, по отношению к отдельным проектам применять цели, характерные для стадии роста и сбора урожая. Таким образом, для компании рассматриваемого типа требуется комплексное планирование финансов и производства, с учетом территориального распределения ресурсов и работ с учетом стадии реализации каждого конкретного проекта.

Рассмотрим компанию, программа работ которой на планируемый период предусматривает реализацию одновременно  $N$  проектов. Корпоративный центр – подразделение, задачей которого является достижение целей компании (в том числе финансовых), например, на стадии устойчивого состояния – сокращение издержек и повышение производительности. Таким образом, компания включает в себя корпоративный центр и  $N$  центров прибыли, каждый из которых занимается реализацией  $i$ -го проекта,  $i = 1, \dots, N$ .

Выполнение работ может осуществляться двумя способами. Первый способ предполагает выполнение работ полностью собственными силами компании. Он характеризуется высоким уровнем затрат на ресурсы и имеет ограничение по максимальному объему в соответствии с имеющимися ресурсами. Прибыль при данном способе выполнения работ складывается из двух составляющих. Первой составляющей является прибыль от собственно производственной деятельности. Второй составляющей является прибыль от осуществления инженеринговых функций, включающего в себя комплекс услуг предпроектного, проектного и послепроектного характера (подготовка и организация строительства). Другой способ выполнения работ предполагает сосредоточение на выполнении лишь инженеринговых функций при передаче собственно строительно-монтажных работ на выполнение субподрядчику. Данный способ характеризуется отсутствием затрат на капитальные ресурсы и не имеет ограничений по объему уровнем имеющихся ресурсов. Прибыль при втором способе выполнения работ представляет собой маржу между средствами, причитающимися к получению от заказчика, и средствами, планируемыми к уплате субподрядчику, и может быть связана с осуществлением инженеринговых функций, с выполнением функций генподрядчика. С целью краткости формулировок, первый способ выполнения работ в дальнейшем будем называть просто выполнением работ собственными силами, а второй – силами субподрядчиков.

Задача состоит в том, чтобы определить оптимальную величину ресурсов, их распределение по центрам прибыли, рассчитать величину потребности в финансировании, сформировать план доходов и расходов, план движения денежных средств и плановый баланс компании, удовлетворяющие требованию получения максимальной прибыли при наличии определенных ограничений на финансовые показатели.

В дальнейшем рассмотрении следуем ранее высказанному предположению, что компания находится в устойчивом состоянии. Таким образом, в краткосрочной перспективе основной целью является результат сокращения издержек и повышения производительности – получение прибыли. Основной целью коммерческой организации в долгосрочной перспективе является получение максимальной прибыли (на капитал). Таким образом, формулировки долгосрочных и краткосрочных целей для рассматриваемой организации совпадают, что, конечно, не всегда верно для величин прибыли на определенных интервалах.

Проекты рассматриваются как центры, по которым проводится планирование и расчет прибыли. При этом, рассматривая результат по конкретному проекту за весь период реализации проекта, проект необходимо рассматривать как центр прибыли ( $ЦП_i$ , где  $i$  – номер проекта), т.е. основная цель проекта – максимизировать прибыль (или прибыль на вложенный капитал). На определенный интервал времени могут быть поставлены иные локальные цели в соответствии со стадией проекта.

Таким образом, финансовая структура компании состоит из  $N$  центров прибыли и корпоративного центра. Корпоративный центр отвечает за обеспечение оптимальной величины ресурсов и их распределение между центрами прибыли (рис. 1).

Уровень финансовой структуры	Стадия бизнес-цикла	Стратегическая финансовая цель
Компания в целом	Устойчивое состояние	Сокращение издержек и повышение производительности
Проект	<ul style="list-style-type: none"> <li>Рост.</li> <li>Устойчивое состояние.</li> <li>Сбор урожая</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Рост дохода и расширение структуры деятельности.</li> <li>Сокращение издержек и повышение производительности.</li> <li>Сокращение оборотного капитала, оптимизация использования основных средств</li> </ul>
Корпоративный центр	Устойчивое состояние	Сокращение издержек и повышение производительности

Рис. 1. Финансовая структура и типы финансовых целей компании

Введем следующие обозначения:

$T$  – горизонт планирования, т.е. номер последнего рассматриваемого временного интервала планирования;

$t$  – номер интервала планирования;

$P_{it}$  – прибыль, полученная от реализации  $i$ -го проекта в интервале планирования  $t$  (при  $t = 0$  рассматривается весь период планирования);

$C_t$  – расходы корпоративного центра по обеспечению деятельности компании за интервал  $t$ ;

$C_0 = \sum_{t=1}^T C_t$  – расходы корпоративного центра по обеспечению деятельности компании за весь период;

$P_t = \sum_{i=1}^N P_{it} - C_t$  – прибыль, полученная компанией на интервале планирования за номером  $t$  (вычитаются расходы корпоративного центра, не распределяемые напрямую между проектами);

$P_{0i} = \sum_{t=1}^T P_{it}$  – прибыль, полученная от реализации  $i$ -го проекта за весь период планирования;

$P_0 = \sum_{t=1}^T P_t = \sum_{i=1}^N P_{0i} - C_0 = \sum_{t=1}^T (\sum_{i=1}^N P_{it} - C_t)$  – прибыль, полученная компанией за весь период до горизонта планирования;

$K_t$  – капитал компании на начало интервала  $t$ ;

$y_t = P_t / K_t$  – рентабельность капитала в интервале планирования  $t$ ;

$y = \sum_{t=1}^T K_t * y_t / \sum_{t=1}^T K_t$  – итоговая средняя рентабельность капитала за весь период до горизонта планирования;

$k_{cr,t}$  – коэффициент текущей ликвидности на конец интервала планирования  $t$ ;

$k_{cr,min}$  – минимально допустимая величина коэффициента текущей ликвидности;

$k_{mr,t}$  – коэффициент абсолютной ликвидности на конец интервала планирования  $t$ ;

$k_{mr,min}$  – минимально допустимая величина коэффициента абсолютной ликвидности;

$k_{f,t}$  – коэффициент финансового рычага на конец интервала планирования  $t$ ;

$k_{f,max}$  – максимально допустимая величина коэффициента финансового рычага;

$k_{d,t}$  – коэффициент покрытия расходов на обслуживание долга на конец интервала планирования  $t$ ;

$k_{d,min}$  – минимально допустимая величина коэффициента покрытия расходов на обслуживание долга.

Следует заметить, что расчет рентабельности капитала за весь период как средневзвешенной по интервалам планирования является лишь одним из возможных вариантов расчета, принятый в данной работе ввиду его относительной простоты.

В качестве критерия для постановки задачи оптимизации могут быть выбраны максимизация прибыли или рентабельности капитала за весь период планирования.

Если собственники не производят значительных вложений и изъятий капитала по сравнению с его величиной, а размер прибыли существенно меньше размера капитала, оба критерия становятся практически идентичными.

Постановка задачи максимизации прибыли или рентабельности, при необходимости, может быть дополнена условиями на траекторию движения прибыли. Например, с целью минимизации рисков, возможна постановка условия безубыточности (или неотрицательного денежного потока) в каждом периоде планирования.

Аргументы задачи оптимизации будут рассмотрены и определены в следующем разделе, в процессе разработки модели компании. При предварительной формулировке постановки задачи совокупность всех возможных аргументов задачи обозначена как **arg**.

Для центров ответственности в качестве критерия выбрана максимизация прибыли по ряду проектов из множества, обозначенного **IM**, условием – безубыточность каждого проекта на всем периоде планирования. Следует заметить, что решения задачи максимизации прибыли конкретного центра ответственности и максимизация прибыли компании в целом могут не совпадать. В любом случае главным критерием является максимизация прибыли компании. Тем не менее, расчет и контроль показателя прибыли центра ответственности важен с точки зрения определения подхода к определению целевых ориентиров для центра ответственности и методики материального или иного стимулирования персонала данного центра ответственности.

Таким образом, наиболее общая постановка задачи максимизации прибыли с учетом выбранных показателей принимает следующий вид.

Критерий и условия для компании в целом:

$$P_0(\mathbf{arg}) \rightarrow \max ; \tag{1}$$

$$P_t(\mathbf{arg}) \geq 0, t = 1, \dots, T; \tag{2}$$

$$k_{cr,t}(\mathbf{arg}) \geq k_{cr,min}; \tag{3}$$

$$k_{mr,t}(\mathbf{arg}) \geq k_{mr,min}; \tag{4}$$

$$k_{f,t}(\mathbf{arg}) \leq k_{f,max}; \tag{5}$$

$$k_{d,t}(\mathbf{arg}) \geq k_{d,min}. \tag{6}$$

Критерий и условия для центров ответственности:

$$P_{0i}(\mathbf{arg}) \rightarrow \max, i \in \mathbf{IM}, \tag{7}$$

(здесь **IM** – набор центров ответственности, по которым устанавливается критерий максимизации прибыли)

$$P_{0i}(\mathbf{arg}) \geq 0, i = 1, \dots, N. \tag{8}$$

Следует заметить, что указанные критерии и ограничения не являются исчерпывающими. Например, для строительства характерны требования заказчика на отдельных проектах обеспечить выполнение собственными силами не менее определенного процента объема работ (на проекте или в целом по компании). Возможны также ограничения по минимальной нагрузке основных средств, не находящихся на консервации.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ (модель производственного процесса)

Для практического применения приведенных подходов необходимо математически описать функцию прибыли и ограничения задачи.

В модели предполагается, что компания выполняет  $M$  видов работ в рамках выполнения  $N$  проектов. Ресурсы разделены на два типа: мобильные и капитальные. К мобильным ресурсам отнесены те ресурсы, расходы на которые пропорциональны объему работ и представляют классические переменные расходы. К переменным расходам относятся легко изменяемые с изменением объема реализации расходы, например прямые трудозатраты, материальные расходы. Промежуточную величину прибыли, рассчитываемую как разницу между объемом работ и переменными расходами на их выполнение, в соответствии с установившейся традицией будем называть маржинальной прибылью. К капитальным ресурсам отнесены основные производственные фонды, расходы на содержание и поддержание в исправном состоянии которых в модели пропорциональны их стоимости.

В рамках данного исследования работы разделены на виды, для каждого из которых требуются капитальные ресурсы определенного (одного) типа, и каждый из которых характеризуется определенной величиной маржинальной рентабельности.

Введем обозначения для величин объемов работ, выражаемых в денежном измерителе (например, в рублях), в разрезе проектов, видов работ и способа их выполнения.

$s_{t,i}^{int,k}$  – объем  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте, выполненный собственными силами за интервал  $t$ ;

$s_{t,i}^{ext,k}$  – объем  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте, выполненный силами субподрядчиков за интервал  $t$ ;

$s_{t,i}^k = s_{t,i}^{int,k} + s_{t,i}^{ext,k}$  – объем  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте, выполненный за интервал  $t$ .

В связи с необходимостью, в том числе по требованиям заказчиков, проводить расчеты объема работ, выполненных собственными силами, и их доли в общем объеме работ как на конкретном проекте, так и в целом по компании, данные переменные могут входить в состав соответствующих выражений и условий ограничений. Обозначим данные переменные, рассчитываемые как суммы величин выше введенных переменных, соответствующими заглавными буквами.

$S_{t,i}^{int} = \sum_{k=1}^M s_{t,i}^{int,k}$  – объем всех работ на  $i$ -м проекте, выполненный собственными силами за интервал  $t$ ;

$S_{t,i}^{ext} = \sum_{k=1}^M s_{t,i}^{ext,k}$  – объем всех работ на  $i$ -м проекте, выполненный силами субподрядчиков за интервал  $t$ ;

$$S_{t,i} = \sum_{k=1}^M s_{t,i}^k = \sum_{k=1}^M (s_{t,i}^{int,k} + s_{t,i}^{ext,k}) = S_{t,i}^{int} + S_{t,i}^{ext} \quad -$$

объем всех работ на  $i$ -м проекте, выполненный за интервал  $t$ ;

$S_{t,i}^{int,k} = \sum_{i=1}^N s_{t,i}^{int,k}$  – объем  $k$ -й работы, выполненный компанией собственными силами за интервал  $t$ ;

$S_{t,i}^{ext,k} = \sum_{i=1}^N s_{t,i}^{ext,k}$  – объем  $k$ -й работы, выполненный компанией силами субподрядчиков за интервал  $t$ ;

$$S_{t,i}^k = S_{t,i}^{int,k} + S_{t,i}^{ext,k} = \sum_{i=1}^N s_{t,i}^k = \sum_{i=1}^N (s_{t,i}^{int,k} + s_{t,i}^{ext,k}) \quad -$$

объем  $k$ -й работы, выполненный компанией за интервал  $t$ ;

$S_{t,i}^{int} = \sum_{i=1}^N S_{t,i}^{int} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M s_{t,i}^{int,k}$  – объем всех работ, выполненный компанией собственными силами за интервал  $t$ ;

$S_{t,i}^{ext} = \sum_{i=1}^N S_{t,i}^{ext} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M s_{t,i}^{ext,k}$  – объем всех работ, выполненный компанией силами субподрядчиков за интервал  $t$ ;

$$S_t = S_{t,i}^{int} + S_{t,i}^{ext} = \sum_{i=1}^N S_{t,i} = \sum_{i=1}^N (S_{t,i}^{int} + S_{t,i}^{ext}) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M s_{t,i}^k = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M (s_{t,i}^{int,k} + s_{t,i}^{ext,k}) \quad -$$

объем всех работ, выполненный компанией за интервал  $t$ .

Модель производственного процесса описывает формирование функции прибыли. В модели предусмотрены следующие виды расходов: переменные расходы, расходы на капитальные ресурсы, постоянные расходы и проценты за кредит. Переменные расходы, как было сказано выше, пропорциональны объему работ, к ним относятся легко изменяемые с изменением объема реализации расходы, например прямые трудозатраты, материальные расходы. Расходы на капитальные ресурсы – расходы на содержание и поддержание в исправном состоянии основных производственных фондов. Данные расходы в модели пропорциональны стоимости капитальных ресурсов. Постоянные расходы не зависят от объема работ и от величины капитальных производственных ресурсов, но могут изменяться в зависимости от времени, например, в связи с инфляцией. Структура применяемого в модели плана доходов и расходов и ряд принятых обозначений приведены в табл. 2.

Объемные показатели, связанные со структурой выполняемых работ в соответствии с видами работ, могут являться основой для оценки финансового результата на основе характерных рентабельностей без учета региональной или иной специфики, связанной с реализацией конкретного проекта. Вместе с тем, особенности конкретного проекта могут определять иные, отличные от других проектов величины рентабельностей по идентичным видам работ, поэтому в общем случае рентабельность по виду работ зависит от того, в каком проекте выполняется работа.

Далее выразим чистую прибыль и иные показатели через переменные и параметры. Введем обозначения для маржинальных рентабельностей, обозначим и определим формулы расчета для маржинальной прибыли в разрезе проектов, видов работ и способа их выполнения.

Таблица 2

СТРУКТУРА ПЛАНА ДОХОДОВ И РАСХОДОВ И ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

№	Название строки	Формула	Итого по компании	КЦ	ЦПi i = 1, ..., N		
					Итого	Способ 1	Способ 2
1	Доходы	-	$S_t$	-	$S_{t,i}$	$S^{int}_{t,i}$	$S^{ext}_{t,i}$
2	Расходы	= стр. 3 + стр. 5 + стр. 6 + стр. 8 + стр. 10	$C_t$	-	-	-	-
3	Переменные	-	-	-	-	-	-
4	Маржинальная прибыль	= стр. 1 – стр. 3	$MP_t$	-	$MP_{t,i}$	$MP^{int}_{t,i}$	$MP^{ext}_{t,i}$
5	На капитальные ресурсы	= стр. 5.1 + стр. 5.2	-	-	-	-	-
5.1	содержание и эксплуатация	-	$CC_t$	-	$CC_{t,i}$	$CC_{t,i}$	-
5.2	приобретение, реализация и перемещение	-	$MC_t$	-	$MC_{t,i}$	$MC_{t,i}$	-
6	Постоянные расходы, относимые на себестоимость	-	$E_{t,p}$	-	$E_{t,p}$		
7	Валовая прибыль	= стр. 4 – стр. 6	$GP_t$	-	$GP_{t,i} = MP_{t,i} - CC_{t,i} - MC_{t,i}$		
8	Постоянные расходы корпоративного центра	-	$E_{t,0}$	$E_{t,0}$	-	-	-
9	Прибыль от продаж	= стр. 4 – стр. 6 – стр. 8	$SP_t$	-	-	-	-
10	Проценты за кредит	-	$C^f_t$	$C^f_t$	-	-	-
11	Прибыль до налогообложения	= стр. 4 – стр. 6 – стр. 8 – стр. 10	-	-	-	-	-
12	Налог на прибыль	= $tax$ * стр. 11	$T$	-	-	-	-
13	Чистая прибыль	= $(1 - tax) * стр. 11$	$P$	-	-	-	-

Рентабельность и аналогичные безразмерные величины измеряется в долях единицы. В соответствии с принятой в финансовом анализе традицией, в расчетных численных примерах данные показатели будут изображаться в процентном формате, но при записи формул в данной работе всегда предполагается, что безразмерные величины измеряются в долях единицы и не требуют дополнительного множителя 1/100.

$m^{int,k}_{t,i}$  – маржинальная рентабельность выполнения  $k$ -й работы собственными силами на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$m^{ext,k}_{t,i}$  – маржинальная рентабельность выполнения  $k$ -й работы силами субподрядчиков на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$mp^{int,k}_{t,i} = m^{int,k}_{t,i} * s^{int,k}_{t,i}$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая выполнением собственными силами  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$mp^{ext,k}_{t,i} = m^{ext,k}_{t,i} * s^{ext,k}_{t,i}$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая выполнением силами субподрядчиков  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$mp^k_{t,i} = m^{int,k}_{t,i} * s^{int,k}_{t,i} + m^{ext,k}_{t,i} * s^{ext,k}_{t,i}$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая выполнением  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$MP^k_t = \sum_{i=1}^N mp^k_{t,i} = \sum_{i=1}^N (m^{int,k}_{t,i} * s^{int,k}_{t,i} + m^{ext,k}_{t,i} * s^{ext,k}_{t,i})$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая компанией выполнением  $k$ -й работы за интервал  $t$ ;

Для контрольных и аналитических целей представляется необходимым ввести показатели прибыли и соответствующие показатели рентабельности в целом по всем видам работ для конкретного проекта и для компании. Данные два показателя определяют рентабельность конкретного проекта и компании являются контрольными агрегированными показателями для менеджера данного проекта и руководителя компании. Ниже приведены обозначения и формулы расчета для соответствующих показателей прибыли. Рентабельно-

сти рассчитываются делением соответствующих показателей прибыли на объем работ.

$MP_{t,i} = \sum_{k=1}^N mp^k_{t,i} = \sum_{k=1}^N (m^{int,k}_{t,i} * s^{int,k}_{t,i} + m^{ext,k}_{t,i} * s^{ext,k}_{t,i})$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$MP^{int}_t = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M mp^{int,k}_{t,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M m^{int,k}_{t,i} * s^{int,k}_{t,i}$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая компанией выполнением собственными силами за интервал  $t$ ;

$MP^{ext}_t = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M mp^{ext,k}_{t,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M m^{ext,k}_{t,i} * s^{ext,k}_{t,i}$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая компанией выполнением силами субподрядчиков за интервал  $t$ ;

$MP_t = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M mp^k_{t,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M (m^{int,k}_{t,i} * s^{int,k}_{t,i} + m^{ext,k}_{t,i} * s^{ext,k}_{t,i})$  – маржинальная прибыль, зарабатываемая компанией за интервал  $t$ .

Аналогичные величины, рассчитанные как сумма по всем интервалам планирования, будем обозначать с индексом  $t = 0$ .

С целью построения полной модели производственного процесса, необходимо учесть расходы на капитальные ресурсы, необходимые для выполнения работ собственными силами.

Введем следующие обозначения для величин, характеризующих стоимость содержания и перемещения капитальных ресурсов:

$k^k_i$  – стоимость годового содержания капитальных ресурсов, необходимых для осуществления  $k$ -й работы на единицу стоимости соответствующих ресурсов, при реализации работ в  $i$ -м проекте (в общем случае предполагается, что  $k^k_i \neq k^k_j$ , например, в связи с разными природными условиями);

$tr^k_{ij}$  – стоимость передачи ресурсов, необходимых для осуществления  $k$ -й работы, от  $i$ -го проекта на  $j$ -й проект, на единицу стоимости соответствующих ресурсов, в том числе:

$tr^{k}_{oj}$  – некапитализируемые расходы по приобретению (покупке) ресурса, необходимого для осуществления  $k$ -й работы, для  $j$ -го проекта;

$tr^{k}_{io}$  – расходы по реализации (продаже) ресурса, необходимого для осуществления  $k$ -й работы, приписанного к  $i$ -му проекту

Данные величины, как и рентабельности, измеряются в долях единицы. Следующие величины обозначают капитальные ресурсы, выраженные в денежном измерителе, и их связь с объемом работ:

$r^{k}_{t,i}$  – величина капитальных ресурсов, необходимых для осуществления  $k$ -й работы, в распоряжении  $i$ -го центра прибыли на начало интервала  $t$  (после операций по приобретению/продаже ресурсов);

$f^k$  – безразмерный коэффициент фондоотдачи для ресурса, необходимого для осуществления  $k$ -й работы;

$r^{k}_{t,i,max} = s^{k}_{t,i}/f^k$  – величина ресурсов, необходимая для выполнения  $k$ -й работы на  $i$ -м проекте в полном объеме собственными силами на интервале  $t$ ;

Величина объема работ, выполняемых собственными силами, представляет наименьшую величину из имеющегося объема работ  $S^{k}_{t,i}$  и максимального объема работ, который возможно выполнить имеющимися ресурсами  $r^{k}_{t,i} * f^k$ :

$$s^{int,k}_{t,i} = \min(s^{k}_{t,i}; r^{k}_{t,i} * f^k) = f^k * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i}). \quad (9)$$

Смысл формулы состоит в том, что при величине ресурсов, меньшей чем  $r^{k}_{t,i,max}$ , объем работ  $k$ -й работы, выполняемый собственными силами, растет пропорционально величине ресурсов; когда же величина ресурсов превышает  $r^{k}_{t,i,max}$ , весь объем  $k$ -й работы выполняется собственными силами, при этом часть ресурсов простаивает.

С учетом формулы (9) выражения для маржинальной прибыли на  $i$ -м проекте и в целом по компании принимают вид:

$$MP_{t,i} = \sum_{k=1}^M [m^{ext,k}_{t,i} * s^{k}_{t,i} + (m^{ext,k}_{t,i} - m^{int,k}_{t,i}) * f^k * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i})]; \quad (10)$$

$$MP_t = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M [m^{ext,k}_{t,i} * s^{k}_{t,i} + (m^{ext,k}_{t,i} - m^{int,k}_{t,i}) * f^k * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i})]. \quad (11)$$

Аргументами в данных выражениях являются величины ресурсов  $r^{k}_{t,i}$ , необходимых для выполнения работ  $k$ -го типа собственными силами, находящиеся в распоряжении  $i$ -го центра ответственности (проекта) на интервале  $t$ .

С целью упрощения записей введем следующие обозначения:

$$A^{k}_{t,i} = m^{ext,k}_{t,i} * s^{k}_{t,i} \quad (i = 1, \dots, N); \quad (12)$$

$$A_{t,i} = \sum_{k=1}^M m^{ext,k}_{t,i} * s^{k}_{t,i} \quad (i = 1, \dots, N); \quad (13)$$

$$A_t = \sum_{i=1}^N A_{t,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M m^{ext,k}_{t,i} * s^{k}_{t,i} \quad (i = 1, \dots, N); \quad (14)$$

$$B^{k}_{t,i} = (m^{int,k}_{t,i} - m^{ext,k}_{t,i}) * f^k \quad (i = 1, \dots, N). \quad (15)$$

Коэффициент  $A^{k}_{t,i}$  показывает, какая прибыль была бы заработана  $i$ -м центром прибыли выполнением  $k$ -й работы при отсутствии собственных капитальных ресурсов соответствующего типа. Коэффициент  $A_{t,i}$  показывает, какая прибыль была бы заработана  $i$ -м центром прибыли выполнением всех видов работ при отсутствии собственных капитальных ресурсов. Коэффициент  $A_t$  показывает, какая прибыль была бы заработана всей компанией при отсутствии собственных капитальных ресурсов (без учета постоянных расходов).

Коэффициент  $B^{k}_{t,i}$  показывает, на сколько увеличится прибыль при увеличении на единицу величины используемых капитальных ресурсов (без учета расходов на их содержание) и характеризует сравнительную эффективность выполнения  $k$ -й работы собственными силами в  $i$ -м проекте.

С учетом (12-15) выражения для маржинальной прибыли центра ответственности и компании в целом (10-11) упрощаются и принимают вид:

$$MP_{t,i} = A_{t,i} + \sum_{k=1}^M B^{k}_{t,i} * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i}); \quad (16)$$

$$MP_t = \sum_{i=1}^N [A_{t,i} + \sum_{k=1}^M B^{k}_{t,i} * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i})]. \quad (17)$$

Далее рассмотрим формирование расходов на капитальные ресурсы. Для удобства рассмотрения, разделим данные расходы на две группы – расходы, связанные с содержанием и эксплуатацией ресурсов при реализации проекта и расходы, связанные с приобретением, реализацией и перемещением ресурсов.

Введем обозначения и определим формулы расчета для первой группы расходов на капитальные ресурсы.

$CC_{t,i} = \sum_{k=1}^M k^{k}_{t,i} * r^{k}_{t,i}$  – расходы, связанные с содержанием и эксплуатацией ресурсов при реализации  $i$ -го проекта на интервале  $t$ ;

$CC_t = \sum_{i=1}^N CC_{t,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M k^{k}_{t,i} * r^{k}_{t,i}$  – расходы, связанные с содержанием и эксплуатацией ресурсов компании на интервале  $t$ .

В связи с тем, что расходы на перемещение ресурсов определяются не самой величиной ресурсов, а ее изменением, для расчета для второй группы расходов на капитальные ресурсы необходимо ввести новые переменные.

$h^{k}_{t,i,j}$  – величина ресурсов, необходимых для выполнения  $k$ -й работы собственными силами, переданных от  $i$ -го центра прибыли  $j$ -му центру прибыли ( $i = 1, \dots, N$ );

$h^{k}_{t,0,j}$  – величина ресурсов, необходимых для выполнения  $k$ -й работы собственными силами, приобретенных для  $j$ -го центра прибыли ( $j = 1, \dots, N$ );

$h^{k}_{t,i,0}$  – величина ресурсов, необходимых для выполнения  $k$ -й работы собственными силами, проданных на сторону из числа находившихся в распоряжении  $i$ -го центра прибыли ( $i = 1, \dots, N$ );

Таким образом, все переменные, характеризующие изменения величин ресурсов, могут быть компактно записаны для каждого интервала  $t$  в виде набора из  $M$  антисимметричных матриц размером  $(N + 1) * (N + 1)$ :

$(h^{k}_{t,ij})$ ,  $i = 0, \dots, N$ ;  $j = 0, \dots, N$  ( $h^{k}_{t,ii} = 0$ ). Не равные нулю нижние индексы  $i, j$  означают номер центра прибыли (проекта) и элементы матрицы определяют величину затрат на перемещение ресурсов от  $i$ -го центра прибыли к  $j$ -му центру. Равные нулю нижние



индексы  $i, j$  означают внешнюю среду компании. Поэтому элементы матрицы с первым нулевым индексом ( $i = 0$ ) определяют величину некапитализируемых затрат на приобретение ресурсов (перемещение от внешней среды к  $j$ -му центру прибыли), а элементы со вторым нулевым индексом ( $j = 0$ ) определяют величину затрат на реализацию ресурса на сторону (перемещение от  $i$ -го центра прибыли к внешней среде).

С целью исключения зависимых переменных, величины ресурсов на момент времени  $t$  выражены через переменные, обозначающие суммы покупки, продажи и перемещения ресурсов. Справедлива следующая рекуррентная формула для величины капитальных ресурсов, необходимых для выполнения  $k$ -й работы собственными силами и находящимися в распоряжении  $i$ -го центра прибыли, ( $i = 1, \dots, N$ ) в период времени  $t$ :

$$r^k_{t,i} = r^k_{t-1,i} + \sum_{j=0}^N h^k_{t,ji} = r^k_{t-1,i} + h^k_{t,0i} + \sum_{j=1}^N h^k_{t,ji} . \quad (18)$$

Подставляя величины ресурсов в предыдущие периоды времени  $r^k_{t-1,i}$ ,  $r^k_{t-2,i}$ , выраженные аналогичным образом, получим выражение для величины ресурсов в период  $t$  через начальную величину ресурсов  $r^k_{0,i}$  суммы покупки, продажи и перемещения ресурсов в периоды, предшествующие периоду  $t$ :

$$\begin{aligned} r^k_{t,i} &= r^k_{0,i} + \sum_{y=1}^t \sum_{j=0}^N h^k_{y,ji} = r \\ &= r^k_{0,i} + \sum_{y=1}^t (h^k_{y,0i} + \sum_{j=1}^N h^k_{y,ji}) . \end{aligned} \quad (19)$$

Суммируя по видам работ и по проектам, аналогично получаем агрегированные по проектам и по компании в целом величины ресурсов в денежном измерителе в период времени  $t$ :

для величины всех капитальных ресурсов  $i$ -го центра прибыли:

$$r_{t,i} = r_{t-1,i} + \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N h^k_{t,ji} = r_{t-1,i} + \sum_{k=1}^M (h^k_{t,0i} + \sum_{j=1}^N h^k_{t,ji}) ; \quad (20)$$

$$\begin{aligned} r_{t,i} &= r_{0,i} + \sum_{y=1}^t \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N h^k_{y,ji} = \\ &= r^k_{0,i} + \sum_{y=1}^t \sum_{k=1}^M (h^k_{y,0i} + \sum_{j=1}^N h^k_{y,ji}) . \end{aligned} \quad (21)$$

Для величины капитальных ресурсов, необходимых для выполнения  $k$ -й работы собственными силами в целом по компании:

$$\begin{aligned} R^k_t &= R^k_{t-1} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N h^k_{t,ji} = R^k_{t-1} + \\ &+ \sum_{i=1}^N (h^k_{t,0i} + \sum_{j=1}^N h^k_{t,ji}) = R^k_{t-1} + \sum_{i=1}^N h^k_{t,0i} ; \end{aligned} \quad (22)$$

$$R^k_t = R^k_0 + \sum_{y=1}^t \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N h^k_{y,ji} = R^k_0 + \sum_{y=1}^t \sum_{i=1}^N h^k_{y,0i} \quad (23)$$

и для величины капитальных ресурсов в целом по компании:

$$\begin{aligned} R_t &= R_{t-1} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N h^k_{t,ji} = R_{t-1} + \\ &+ \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M (h^k_{t,0i} + \sum_{j=1}^N h^k_{t,ji}) = R_{t-1} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M h^k_{t,0i} ; \end{aligned} \quad (24)$$

$$R_t = R_0 + \sum_{y=1}^t \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N h^k_{y,ji} = R_0 + \sum_{y=1}^t \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M h^k_{y,0i} . \quad (25)$$

Обозначим через  $fp(x)$  функцию, принимающую значение  $x$  при  $x \geq 0$  и равную нулю при  $x < 0$ . Функция бу-

дет использоваться для описания формирования расходов на перемещение ресурсов: в качестве аргумента выступает величина ресурсов, перемещаемых между центрами прибыли, принимающая положительное значение при получении ресурсов и отрицательное при передаче. Функция будет также использоваться для описания формирования расходов по реализации ресурсов: в качестве аргумента выступает величина реализуемых ЦП; ресурсов, принимающая положительное значение при продаже ресурсов и отрицательное при покупке.

Примем следующие предположения о распределении второй группы расходов. Пусть расходы, связанные с приобретением на стороне недостающих ресурсов, несет центр прибыли, в распоряжение которого данные ресурсы передаются. Расходы, связанные с реализацией избыточных ресурсов на сторону, несет центр прибыли, в пользовании которого находились данные ресурсы и являющийся инициатором их реализации. Расходы по перемещению ресурсов между центрами прибыли делятся между передающим и принимающим центрами прибыли в пропорции, определяемой коэффициентом  $\alpha$ , который может принимать значения от нуля до единицы в зависимости от выбранного правила распределения расходов.

Введем обозначения и определим формулы расчета для второй группы расходов на капитальные ресурсы. Обозначим  $MC_{t,i}$  - расходы, связанные с приобретением, реализацией и перемещением ресурсов при реализации  $i$ -го проекта на интервале  $t$ . Справедливо следующее выражение:

$$\begin{aligned} MC_{t,i} &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M * \\ &* [\alpha * tr^k_{ji} * fp(h^k_{t,ji}) + (1 - \alpha) * tr^k_{ij} * fp(-h^k_{t,ji})] + \\ &+ \sum_{k=1}^M [tr^k_{0i} * fp(h^k_{t,0i}) + tr^k_{i0} * fp(-h^k_{t,0i})] . \end{aligned} \quad (26)$$

Расходы, связанные с приобретением, реализацией и перемещением ресурсов в целом по компании на интервале  $t$   $MC_t$  рассчитываются суммированием расходов по всем проектам:

$$\begin{aligned} MC_t &= \sum_{i=1}^N MC_{t,i} = \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M * \right. \\ &* [\alpha * tr^k_{ji} * fp(h^k_{t,ji}) + (1 - \alpha) * tr^k_{ij} * fp(-h^k_{t,ji})] + \\ &+ \left. \sum_{k=1}^M [tr^k_{0i} * fp(h^k_{t,0i}) + tr^k_{i0} * fp(-h^k_{t,0i})] \right\} . \end{aligned} \quad (27)$$

Формула (27) может быть записана в более простом виде, если учесть, что операция получения / передачи средств каждым центром ответственности сопровождается зеркальной операцией передачи / получения средств другим центром ответственности.

Расходы на перемещение ресурсов компании между  $i$ -м и  $j$ -м центрами прибыли могут быть представлены следующими слагаемыми:

- $\alpha * tr^k_{ji} * fp(h^k_{t,ji})$  – расходы  $i$ -го центра прибыли по получению ресурсов;
- $(1 - \alpha) * tr^k_{ji} * fp(h^k_{t,ji})$  – расходы  $j$ -го центра прибыли по передаче данных ресурсов;
- $(1 - \alpha) * tr^k_{ij} * fp(h^k_{t,ij})$  – расходы  $i$ -го центра прибыли по передаче ресурсов;

$\alpha * tr^{k}_{ij} * fp(h^{k}_{t,ij})$  – расходы  $j$ -го центра прибыли по получению данных ресурсов Сложив все четыре слагаемых, получаем выражение, не содержащее коэффициента  $\alpha$ , что имеет прямой экономический смысл – финансовый результат всей компании не может зависеть от условного распределения расходов между центрами ответственности. Таким образом, получаем окончательное выражение для величины расходов, связанных с приобретением, реализацией и перемещением ресурсов в целом по компании на интервале  $t$ .

$$MC_t = \sum_{i=1}^N MC_{t,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \sum_{k=1}^M \alpha * [tr^{k}_{ji} * fp(h^{k}_{t,ji}) + tr^{k}_{ij} * fp(-h^{k}_{t,ji})] + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M [tr^{k}_{oi} * fp(h^{k}_{t,oi}) + tr^{k}_{io} * fp(-h^{k}_{t,oi})]. \quad (28)$$

Валовую прибыль определим как разность между выручкой и расходами, связанными с производством работ, то есть переменными расходами, расходами на капитальные ресурсы и постоянными расходами.

Введем дополнительные обозначения и определим формулы расчета для валовой прибыли:

$E_{t,p}$  – постоянные расходы, связанные с основной деятельностью компании и относимые на себестоимость на интервале  $t$

$E_{t,o}$  – постоянные расходы по обеспечению деятельности корпоративного центра компании на интервале  $t$ ;

$E_t = E_{t,p} + E_{t,o}$  – постоянные расходы компании на интервале  $t$

$GP_{t,i} = MP_{t,i} - CC_{t,i} - MC_{t,i}$  – валовая прибыль, зарабатываемая на  $i$ -м проекте за интервал  $t$ ;

$GP_t = \sum_{i=1}^N GP_{t,i} - E_{t,p} = MP_t - CC_t - MC_t - E_{t,p}$  – валовая прибыль, зарабатываемая компанией за интервал  $t$ , равна сумме валовой прибыли, заработанной на каждом проекте, за вычетом постоянных расходов компании, относимых на себестоимость.

Прибыль от продаж рассчитывается как разность валовой прибыли и расходов корпоративного центра:

$SP_t = GP_t - E_{t,o}$  – прибыль от продаж, зарабатываемая компанией за интервал  $t$ .

С учетом выражений для маржинальной прибыли (16) и расходов на капитальные ресурсы валовая прибыль по  $i$ -му проекту за интервал времени  $t$  рассчитывается по следующей формуле:

$$GP_{t,i} = A_{t,i} + \sum_{k=1}^M [B^{k}_{t,i} * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i}) - k^{k}_{i} * r^{k}_{t,i}] - \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N [\alpha * tr^{k}_{ji} * fp(h^{k}_{t,ji}) + (1 - \alpha) * tr^{k}_{ij} * fp(-h^{k}_{t,ji})] - \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N [tr^{k}_{oi} * fp(h^{k}_{t,oi}) + tr^{k}_{io} * fp(-h^{k}_{t,oi})]. \quad (29)$$

В рамках настоящего исследования рассматриваются доходы и расходы, относящиеся к основной деятельности компании. Расходы, связанные с приобретением/реализацией ресурсов, также учитываются в группе расходов по основной деятельности, как расходы на капитальные ресурсы. Единственными расходами, традиционно в бухгалтерском учете относимыми к группе прочих расходов, являются проценты за кредит. Поэтому прибыль от продаж, рассчитываемая как при-

быль от основной деятельности, равна прибыли до процентов и налогов **EBIT** (earnings before interest and taxes) и может быть выражена следующим образом:

$$EBIT_t = SP_t = A_t + \sum_{i=1}^N \alpha * \left\{ \sum_{k=1}^M [B^{k}_{t,i} * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i}) - k^{k}_{i} * r^{k}_{t,i}] - \sum_{k=1}^M [tr^{k}_{oi} * fp(h^{k}_{t,oi}) + tr^{k}_{io} * fp(-h^{k}_{t,oi})] \right\} - E_t. \quad (30)$$

С целью завершения построения модели формирования прибыли, необходимо ввести расходы на проценты за кредит и налог на прибыль.

Введем следующие обозначения:

$d$  – процентная ставка по кредиту, выраженная в долях единицы

$D_t$  – сумма кредита в денежном измерителе на интервале  $t$

$tax$  – ставка налога на прибыль, выраженная в долях единицы

Расчет суммы задолженности, определяемый потребностью в денежных средствах и ограничениями задачи, будет рассматриваться в следующем разделе.

Чистая прибыль рассчитывается как прибыль от продаж, уменьшенная на величину процентов за кредит и налога на прибыль:

$$P_t = (1 - tax) * \left\{ A_t + \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^M \alpha * [B^{k}_{t,i} * \min(r^{k}_{t,i,max}; r^{k}_{t,i}) - k^{k}_{i} * r^{k}_{t,i}] - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M [tr^{k}_{ji} * fp(h^{k}_{t,ji}) + tr^{k}_{ij} * fp(-h^{k}_{t,ji})] - \sum_{k=1}^M [tr^{k}_{oi} * fp(h^{k}_{t,oi}) + tr^{k}_{io} * fp(-h^{k}_{t,oi})] \right\} - E_t - d * D_t \right\}. \quad (31)$$

Величины ресурсов в денежном выражении  $r^{k}_{t,i}$  не являются независимыми аргументами, так как рассчитываются в соответствии с выражением (23) через соответствующие величины ресурсов на предыдущем интервале  $(t - 1)$  и величины приобретенных, проданных и перемещенных ресурсов  $(h^{k}_{t,ij})$ .

Таким образом, аргументами функции прибыли  $P_t = P_t(h^{k}_{t,ij}, D_t)$  являются:

- элементы антисимметричной матрицы  $(h^{k}_{t,ij})$  – стоимости приобретенных, проданных и перемещенных ресурсов;
- сумма долга компании  $D_t$ .

Допустимое множество для перемещений ресурсов, то есть для элементов матрицы  $(h^{k}_{t,ij})$  при  $i \neq 0, j \neq 0$ , определяется следующим условием:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h^{k}_{t,ij} = 0, k=1...M, t = 1, ..., T. \quad (32)$$

Условие (32) означает сохранение общего количества ресурсов, если операции с ними ограничены только перемещениями.

В результате, с учетом (29), (31) и (24) представляется возможным записать следующие выражения для целевых функций  $P_o(arg)$ ;  $P_{oi}(arg)$  (критерии (1) и (7) в общей постановке задачи максимизации прибыли):

$$P_0 = (1 - tax) * \sum_{t=1}^T \left\{ A_t + \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^M * [B_{i,t}^k * \min(r_{t,i,max}^k; r_{t,i}^k) - k^k * r_{t,i}^k] - \sum_{j=1}^M [tr_{ji}^k * fp(h_{t,ji}^k) + tr_{ij}^k * fp(-h_{t,ji}^k)] - \sum_{o=1}^M [tr_{oi}^k * fp(h_{t,oi}^k) + tr_{io}^k * fp(-h_{t,oi}^k)] \right\} - E_t - d * D_t \right\}; \quad (33)$$

$$P_{0,i} = \sum_{t=1}^T \left\{ A_{t,i} + \sum_{k=1}^M [B_{t,i}^k * \min(r_{t,i,max}^k; r_{t,i}^k) - k^k * r_{t,i}^k] - \sum_{j=1}^M [\alpha * tr_{ji}^k * fp(h_{t,ji}^k) + (1 - \alpha) * tr_{ij}^k * fp(-h_{t,ji}^k)] - \sum_{o=1}^M [tr_{oi}^k * fp(h_{t,oi}^k) + tr_{io}^k * fp(-h_{t,oi}^k)] \right\}, \quad (34);$$

где  $r_{t,i}^k = r_{0,i}^k + \sum_{y=1}^t (h_{y,oi}^k + \sum_{j=1}^N h_{y,ji}^k)$ .

Таким образом, модель производственного процесса, определяющая формирование функции прибыли, состоит в следующем.

1. Компания реализует  $N$  проектов, каждый из которых состоит в выполнении определенного набора из  $M$  видов работ.
2. Доходы компании (выручка, суммарный объем работ) равны заданной линейной комбинации объемов работ, распределенных по видам и сгруппированных по проектам.
3. Расходы компании делятся на четыре группы: переменные расходы, постоянные расходы, расходы на капитальные ресурсы и проценты за кредит.
4. Величина переменных расходов пропорциональна объему работ и определяется коэффициентом удельных расходов на единицу объема работ, зависящим от вида работ и от проекта, в котором данные работы реализуются.
5. Величина постоянных расходов не зависит от объема работ, но может быть разной на различных временных интервалах  $t$ .
6. Расходы на капитальные ресурсы состоят из двух групп расходов – расходов, связанных с содержанием и эксплуатацией ресурсов при реализации проекта и расходов, связанных с приобретением, реализацией и перемещением ресурсов. Величина расходов 1-й группы пропорциональна стоимости данных ресурсов и определяется коэффициентом удельных расходов на единицу стоимости ресурсов, зависящим от вида работ и от проекта, в котором данные работы реализуются. Величина расходов второй группы пропорциональна величине приобретенных, проданных или перемещенных ресурсов и для каждого вида из трех перечисленных операций определяется коэффициентами удельных расходов на единицу стоимости ресурсов, зависящими от вида работ и от проекта, в котором данные работы реализуются.
7. Финансовый результат может быть посчитан по каждому проекту отдельно. При этом расходы по перемещению ресурсов распределяются на основе принимающим и отдающим ресурсы центров на основе пропорции, определяемой коэффициентом  $\alpha$ .
8. Величина расходов на проценты за кредит пропорциональна сумме задолженности. Сумма задолженности рассчитывается на основе комплексной модели производственного процесса, денежных потоков и баланса.
9. Величина прибыли на каждый последующий интервал времени может быть рассчитана на основе данных о начальном распределении ресурсов, планируемых закупках / продажах и перемещениях ресурсов, и величине финансовой задолженности.

## МОДЕЛЬ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ

Модель денежных потоков определяет формирование плана движения денежных средств компании и, в частности, позволяет рассчитать потребность в дополнительном внешнем финансировании при недостатке денежных средств в компании. Структура плана движения денежных средств компании и основные принятые обозначения приведены в табл. 2.

Таблица 2

### СТРУКТУРА ПЛАНА ДВИЖЕНИЯ ДЕНЕЖНЫХ СРЕДСТВ И ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

№	Название строки	Формула	Обозначение
1	Остаток на начало периода	-	$M_{t-1}$
2	1. Текущая деятельность	= стр. 3 - стр. 4	$Cur_t$
3	Поступления		$Sl_t$
4	Платежи	= стр. 5 + стр. 6 + стр. 7 + стр. 8 + стр. 9 + стр. 10	$Cl_t$
5	переменные расходы	-	$VCl_t$
6	содержание и эксплуатация капитальных ресурсов	-	$CC_t$
7	мобилизация / демобилизация капитальных ресурсов	-	$MC_t$
8	постоянные расходы	-	$E_t$
9	проценты за кредит	= $d * D_t$	$C^f_t$
10	налог на прибыль	-	$TAX_t$
11	2. Инвестиционная деятельность	= $R_{t-1} - R_t$	$Inv_t$
12	3. Финансовая деятельность	-	$Fin_t$
13	Остаток на конец периода	= стр. 1 + стр. 2 + стр. 11 + стр. 12	$M_t$
14	Промежуточный остаток	= стр. 1 + стр. 11 + стр. 12	$M_{t-1,t}$

В рамках настоящей работы приняты следующие предположения. Приход денежных средств от заказчиков  $Sl_t$  полностью определяется объемами работ, выполненными на интервале  $t$  и на предыдущем интервале  $(t - 1)$ . Данное предположение означает, что длительность отсрочки платежа не превышает интервала планирования. Обозначив долю работ планируемого периода, оплачиваемых в том же периоде, как  $I_s$ , поступления денежных средств выразим через объемы работ:

$$Sl_t = I_s * S_t + (1 - I_s) * S_{t-1}. \quad (35)$$

Сделав аналогичное предположение относительно переменных расходов и обозначив долю расходов планируемого периода, оплачиваемых в том же периоде, как  $I_c$ , получим формулу для расчета суммы оплаты переменных расходов:

$$VCl_t = I_c * VC_t + (1 - I_c) * VC_{t-1}. \quad (36)$$

Примем, что оплата расходов на капитальные ресурсы, постоянных расходов, процентов за кредит и налогов осуществляется в период их начисления. С учетом данного предположения и выражений (35) и (36) для поступлений средств от заказчиков и оплаты переменных расходов денежный поток от текущей деятельности может быть выражен следующим образом:

$$Cur_t = I_s * S_t + (1 - I_s) * S_{t-1} - I_c * VC_t - (1 - I_c) * *VC_{t-1} - CC_t - MC_t - E_t - C^f_t - TAX_t. \quad (37)$$

Обозначив через **FCEBIT<sub>t</sub>** денежный поток от текущей деятельности без учета влияния выплаты процентов и налога на прибыль (аналогично **EBIT** – earnings before interest and taxes), получим следующее выражение:

$$FCEBIT_t = EBIT_t + (1 - I_s) * *(S_{t-1} - S_t) - (1 - I_c) * (VC_{t-1} - VC_t). \quad (38)$$

Примем, что приобретение / реализация капитальных ресурсов и соответствующие денежные потоки осуществляются в начале периода, приобретенные в начале периода капитальные ресурсы используются в течение всего периода, сделанные для приобретения ресурсов заимствования являются долгосрочными, т.е. срок их возврата вне данного периода.

Денежный поток от инвестиционной деятельности рассчитывается как разница начальной **R<sub>t-1</sub>** и конечной **R<sub>t</sub>** стоимости капитальных ресурсов.

Промежуточный денежный остаток **M<sub>t-1,t</sub>** – остаток денежных средств на дату после приобретения/реализации капитальных ресурсов, без учета поступления денежных средств, заработанных благодаря использованию ресурсов:

$$M_{t-1,t} = M_{t-1} + Inv_t + Fin_t = M_{t-1} + R_{t-1} - R_t + Fin_t. \quad (39)$$

Таким образом, переход к рассмотрению финансового планирования приводит к появлению новой переменной **Fin<sub>t</sub>** – суммы привлеченных средств за интервал **t**. Отрицательная величина переменной **Fin<sub>t</sub>** означает погашение ранее полученных кредитов. Так как сумма погашенных кредитов не может превышать их первоначальную величину, справедливо следующее естественное ограничение на величину погашения:

$$Fin_t \geq -D_{t-1}. \quad (40)$$

С учетом выражений (37) и (38) величина денежного потока от текущей деятельности может быть выражена через величины прибыли до процентов и налогов, объемы выполненных работ и переменные расходы за интервалы **t** и **t – 1** и величину привлеченного финансирования:

$$Cur_t = CFEBIT_t - (1 - tax) * (S_t - S_{t-1}) + (1 - I_c) * *(VC_t - VC_{t-1}) - (1 - tax) * d * (D_{t-1} + Fin_t). \quad (41)$$

Таким образом, имитационная модель планирования денежных потоков состоит в следующем.

1. Модель формирует плановые денежные потоки от текущей, финансовой и инвестиционной деятельности и на их основе позволяет рассчитывать остатки денежных средств.
2. Внутри каждого интервала планирования **t** сначала осуществляется формирование денежного потока от инвестиционной и финансовой деятельности с формированием промежуточного денежного остатка, затем – операции по текущей деятельности с формированием окончательного денежного остатка.
3. Денежный поток от инвестиционной деятельности определяется операциями приобретения / продажи ресурсов, денежный поток от финансовой деятельности – привлечением/погашением кредитов.
4. Денежный поток от текущей деятельности определяется финансовым результатом (прибылью) компании с корректировкой на отсрочки поступлений выручки и оплаты переменных расходов относительно их начисления, определяемых соответствующими коэффициентами.

## МОДЕЛЬ БАЛАНСА

Баланс компании рассматривается на три даты: начальный баланс, баланс после приобретения / реализации капитальных ресурсов, и баланс на конец периода с учетом прибыли, заработанной благодаря использованию ресурсов. Структура баланса, формулы и обозначения приведены в табл. 3.

Таблица 3

### СТРУКТУРА ПЛАНОВОГО БАЛАНСА И ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Показатель	На начало периода		На конец периода
	До инвестиций и финансирования	После инвестиций и финансирования	
<b>Актив</b>			
Денежные средства	$M_{t-1}$	$M_{t-1,t} = M_{t-1} + *R_{t-1} - R_t + Fin_t$	$M_t = M_{t-1,t} + Cur_t$
Дебиторская задолженность	$AR_{t-1}$	$AR_{t-1}$	$AR_t$
Внеоборотные активы	$R_{t-1}$	$R_t$	$R_t$
<b>Пассив</b>			
Кредиторская задолженность	$AP_{t-1}$	$AP_{t-1}$	$AP_t$
Кредиты	$F_{t-1}$	$F_t = F_{t-1} + Fin_t$	$F_t$
Капитал	$K_{t-1}$	$K_{t-1}$	$K_t = K_{t-1} + P$

Справедливы следующие выражения для величин дебиторской и кредиторской задолженностей:

$$AR_t = AR_{t-1} + S_t - SI_t = AR_{t-1} + (1 - I_s) * (S_t - S_{t-1}); \quad (42)$$

$$AP_t = AP_{t-1} + VC_t - VCI_t = AP_{t-1} + (1 - I_c) * (VC_t - VC_{t-1}). \quad (43)$$

Построение модели баланса позволяет выразить в математической форме ограничения задачи, связанные с активами и обязательствами, обеспечением платежеспособности.

Коэффициенты ликвидности в балансе на момент времени **t** и промежуточном балансе (после осуществления инвестиций и привлечения финансирования, но до результата от текущей деятельности за планируемый период) в данной модели баланса рассчитываются следующим образом:

$$k_{mr,t} = M_t / AP_t \geq k_{mr \min}; \quad (44)$$

$$k_{mr,t-1,t} = M_{t-1,t} / AP_{t-1} \geq k_{mr \min}; \quad (45)$$

$$k_{cr,t} = (M_t + AR_t) / AP_t \geq k_{cr \min}; \quad (46)$$

$$k_{cr,t-1,t} = (M_{t-1,t} + AR_{t-1}) / AP_{t-1} \geq k_{cr \min}. \quad (47)$$

Коэффициент финансового рычага рассчитывается как отношение заемных и собственных средств:

$$k_f = (D_t + AP_t) / K_t. \quad (48)$$

Модель баланса с учетом условий платежеспособности и ликвидности (44–47) позволяет рассчитать величину привлеченного финансирования **Fin<sub>t</sub>**, тем самым исключив данную переменную.

Требование соблюдения условий платежеспособности и ликвидности в промежуточном балансе (45) и (47) означают, что привлеченные средства должны покрывать нехватку денежных средств на приобретение

ресурсов и требования по минимальному остатку денежных средств. С учетом (39) они могут быть записаны как условия на минимально необходимую величину дополнительного финансирования:

$$Fin_t \geq R_t - R_{t-1} - M_{t-1} + k_{mr\ min} * AP_{t-1} = Fin^{mr\ m1,t} . (49)$$

$$Fin_t \geq R_t - R_{t-1} - M_{t-1} + k_{cr\ min} * AP_{t-1} - AR_{t-1} = Fin^{cr\ m1,t} . (50)$$

Требование соблюдения условий платежеспособности и ликвидности в завершающем балансе (43) и (45) означает, что привлеченные средства покрывают нехватку денежных средств на момент завершения интервала  $t$  и требования по минимальному остатку денежных средств с учетом результатов текущей деятельности за период, в том числе и выплаты процентов. С учетом (41) и (43) условие платежеспособности (44) принимает вид:

$$Fin_t \geq \{R_t - R_{t-1} - M_{t-1} + k_{mr\ min} * [AP_{t-1} + (1 - I_c) * (VC_t - VC_{t-1})] - (1 - tax) * (EBIT_t - d * D_{t-1}) + (1 - I_s) * (S_t - S_{t-1}) - (1 - I_c) * (VC_t - VC_{t-1})\} / [1 - (1 - tax) * d] = Fin^{mr\ m2,t} . (51)$$

Аналогично, условие на коэффициент ликвидности (46) с учетом (41), (42) и (43) принимает вид:

$$Fin_t \geq \{R_t - R_{t-1} - M_{t-1} + k_{cr\ min} * [AP_{t-1} + (1 - I_c) * (VC_t - VC_{t-1})] - AR_{t-1} - (1 - I_s) * (S_t - S_{t-1}) - (1 - tax) * (EBIT_t - d * D_{t-1}) + (1 - I_s) * (S_t - S_{t-1}) - (1 - I_c) * (VC_t - VC_{t-1})\} / [1 - (1 - tax) * d] = Fin^{cr\ m2,t} . (52)$$

Условия на минимально необходимую величину финансирования (40), (49-50) могут быть записаны компактно в виде одного условия:

$$Fin_t \geq \max * (-D_{t-1}, Fin^{mr\ m1,t}; Fin^{cr\ m1,t}, Fin^{mr\ m2,t}; Fin^{cr\ m2,t}) . (53)$$

В то же время данное условие может рассматриваться и как условие на максимальную величину привлеченного финансирования, так как нет никаких экономических оснований держать на счету фактически замороженные средства сверх необходимого минимального остатка.

Следовательно, условия обеспечения ликвидности и платежеспособности, неотрицательности величины заимствований дают следующее выражение для величины внешнего финансирования в интервале  $t$ :

$$Fin_t = \max * (-D_{t-1}, Fin^{mr\ m1,t}; Fin^{cr\ m1,t}, Fin^{mr\ m2,t}; Fin^{cr\ m2,t}) . (54)$$

Таким образом, модель планирования баланса компании состоит в следующем:

1. Баланс для каждого интервала  $t$  рассчитываются на начало периода до инвестиций и финансирования, на начало периода после инвестиций и финансирования, на конец периода по результатам текущей деятельности.
2. Актив баланса состоит из денежных средств, дебиторской задолженности и капитальных производственных ресурсов. Пассив баланса состоит из капитала, финансовой задолженности (кредитов) и кредиторской задолженности.
3. Расчет финансовой задолженности на конец каждого интервала  $t$  осуществляется по формуле (54), построенной на основе требований по ликвидности и платежеспособности.

4. Расчет промежуточного и конечного денежного остатка каждого интервала  $t$ , дебиторской и кредиторской задолженности производится на основе предположений, заложенных в формирование плана движения денежных средств, с учетом рассчитанной по формуле (54) величины привлеченного финансирования.
5. Вложений и изъятий капитала не производится, изменение капитала за период  $t$  равно чистой прибыли.

## ОПИСАНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

В данном разделе объединены основные математические результаты предыдущих разделов главы, выписаны основные формулы модели и уточнена постановка задачи.

Построение имитационных моделей основных финансовых планов – плана доходов и расходов, плана движения денежных средств и плана баланса, учитывающих ряд естественных ограничений задачи, позволяет перейти к собственно задаче финансового контроллинга – оптимизации финансового результата.

Основным критерием задачи оптимизации является максимизация прибыли компании на интервале долгосрочного планирования, т.е. вплоть до  $t = T$ .

Данный критерий ранее был записан в виде выражения (1)  $P_0 \rightarrow \max$ . Формула для расчета функции прибыли  $P_0 = P_0(h^{k\ t,ij}, D_t)$  (33) и аргументы задачи приведены в разделе «Модель производственного процесса». В разделе «Модель денежных потоков» введена переменная  $Fin_t$  – суммы привлеченных средств за интервал  $t$ . Сумма долга компании на интервале  $t$  может быть выражена через начальную сумму долга и суммы привлеченных средств:

$$D_t = D_0 + \sum_{y=1}^t Fin_y . (55)$$

В свою очередь, величины  $Fin_y$  определяются значениями других аргументов задачи –  $h^{k\ t,ij}$ . Величина привлеченного в интервале  $t$  финансирования  $Fin_t$  не является независимой переменной, а рассчитывается в соответствии с полученным в разделе «Модель баланса» выражением (54).

Таким образом, функция прибыли на интервале планирования  $t$  определяется выражением (33) с подстановкой выражения для задолженности (55):

$$P_0(h^{k\ t,ij}) = (1 - tax) * \sum_{t=1}^T \left\{ A_t + \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^M * [B^k_i * \min(r^{k\ t,i,max}; r^{k\ t,i}) - k^k_i * r^{k\ t,i}] - \sum_{j=i+1}^N \sum_{k=1}^M [tr^{k\ j,i} * fp(h^{k\ t,ji}) + tr^{k\ ij} * fp(-h^{k\ t,ij})] - \sum_{k=1}^M [tr^{k\ 0,i} * fp(h^{k\ t,0i}) + tr^{k\ i0} * fp(-h^{k\ t,0i})] \right\} - E_t - d * (D_0 + \sum_{y=1}^t Fin_y) \right\} , (56);$$

где

$$Fin_t = \max(-D_{t-1}, Fin^{mr\ m1,t}; Fin^{cr\ m1,t}, Fin^{mr\ m2,t}; Fin^{cr\ m2,t}) ;$$

$$r^{k\ t,i} = r^{k\ 0,i} + \sum_{y=1}^t (h^{k\ y,0i} + \sum_{j=1}^N h^{k\ y,ji})$$

и определяется величинами следующих переменных:

- распределением капитальных ресурсов между центрами ответственности  $r^{k\ t,i}$  ( $k = 1, \dots, M; i = 1, \dots, N$ ),

- перемещением капитальных ресурсов между центрами ответственности  $h^k_{t,ji}$  ( $k = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N$ ),
- приобретением и реализацией на сторону ресурсов находящихся в распоряжении центра ответственности  $h^k_{t,oi}$  ( $k = 1, \dots, M; i = 1, \dots, N$ ).

С целью минимизации рисков, в качестве дополнительного условия может быть поставлено требование безубыточности на каждом интервале планирования (2):

$$P_t(h^k_{t,ji}) \geq 0, t = 1, \dots, T.$$

Допустимое множество для аргументов задачи определяется следующими естественными условиями.

- операции перемещения ресурсов не изменяют их общего количества (32):

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h^k_{t,ji} = 0, k = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T;$$

- величина ресурсов должна оставаться положительной, т.е. нельзя продать ресурсов больше, чем их имеется:

$$r^k_{t,1,i} + \sum_{j=1}^N h^k_{t,ji} + h^k_{t,oi} \geq 0, k = 1, \dots, M; i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T. \quad (57)$$

Наряду с ограничениями, рассмотренными при рассмотрении моделей производственного процесса, движения денежных средств и баланса, задача финансового контроллинга включает также ограничения на величину финансового рычага и коэффициента покрытия процентов (5), (6). Формализуем данные условия с учетом формул, полученных при рассмотрении данных моделей.

Рассмотрим условие на коэффициент финансового рычага (5)  $k_f \leq k_{f,max}$ . С учетом (48) выражение принимает вид:

$$D_t + AP_t \leq K_t * k_{f,max}. \quad (58)$$

В данной работе коэффициент финансового рычага рассматривается без учета задолженностей, относящихся к текущим операциям, т.е. в качестве долгов при расчете коэффициента рассматриваются только финансовые задолженности – кредиты и займы. Данный подход оправдан природой данных задолженностей, в первую очередь назначением привлекаемых средств. Рассматривая структуру капитала как совокупность собственных средств и финансовых задолженностей, автор исходит из предположения, что обе данных составляющих являются источниками для финансирования капитальных ресурсов (внеоборотных активов), в то время как кредиторская задолженность может являться только источником финансирования оборотных активов. С учетом данного предположения, условие (58) упрощается:

$$D_t \leq K_t * k_{f,max}. \quad (59)$$

Для вывода условия на  $Fin_t$  необходимо сделать следующие преобразования.

Выразим чистую прибыль за интервал  $t$  и капитал на конец интервала  $t$  через величину финансирования и прибыль до процентов и налога на прибыль  $EBIT_t$ :

$$P_t = (1 - tax) * [EBIT_t - d * (D_{t-1} + Fin_t)]; \quad (60)$$

$$K_t = K_{t-1} + (1 - tax) * [EBIT_t - d * (D_{t-1} + Fin_t)]. \quad (61)$$

Подставляя выражение для капитала (61) в выражение для условия на коэффициент финансового рычага (59), получим ограничение на допустимую величину привлечения средств на интервале  $t$ .

$$Fin_t \leq k_{f,max} * [K_{t-1} + (1 - tax) * EBIT_t] / [1 + d * k_{f,max} * (1 - tax)] - D_{t-1}. \quad (62)$$

Так как величина финансирования уже определена уравнением (54), условие (52) является ограничением на допустимое множество переменных задачи – величин покупки/продажи и перемещений ресурсов и может быть записано в виде:

$$\max(-D_{t-1}, Fin^{mr}_{m1,t}; Fin^{cr}_{m1,t}, Fin^{mr}_{m2,t}; Fin^{cr}_{m2,t}) \leq k_{f,max} * [K_{t-1} + (1 - tax) * EBIT_t] / [1 + d * k_{f,max} * (1 - tax)] - D_{t-1}. \quad (63)$$

Последнее из ограничений задачи – условие на коэффициент покрытия процентов (6)  $k_d \geq k_{d,min}$ , где  $k_{d,t} = EBIT_t / D_t$ , также может быть записано как условие на максимально допустимую величину финансирования:

$$Fin_t \leq EBIT_t / k_{d,min} - D_{t-1}. \quad (64)$$

Как и условие (12), условие (13) ограничивает допустимое множество переменных задачи – величин покупки/продажи и перемещений ресурсов и с учетом (54) может быть записано в виде:

$$\max(-D_{t-1}, Fin^{mr}_{m1,t}; Fin^{cr}_{m1,t}, Fin^{mr}_{m2,t}; Fin^{cr}_{m2,t}) \leq EBIT_t / k_{d,min} - D_{t-1}. \quad (65)$$

Таким образом, оптимизационная модель финансового контроллинга состоит в следующем.

1. Имитационная модель компании, состоящая из взаимосвязанных моделей производственного процесса, денежных потоков и баланса, определяет возможный финансовый результат компании в зависимости от предпринимаемых операций с капитальными ресурсами при заданном портфеле заказов.
2. Модель производственного процесса позволяет осуществлять планирование финансов и экономики компании, реализующей одновременно  $N$  проектов, при этом выполняющей  $M$  видов работ, на интервале  $T$  периодов (лет). Модель также позволяет рассчитывать отдельно финансовые результаты центров прибыли (проектов).
3. Модели денежных потоков и баланса построены на общих принципах финансового планирования. Ограничение по ликвидности и платежеспособности заложено в имитационную модель в виде выражения для финансовых заимствований (54).
4. Оптимизация осуществляется по основному критерию – прибыль компании с учетом ограничений по коэффициентам финансового плеча и покрытия процентов. Возможно введение ряда дополнительных критериев и условий.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реальные задачи, решаемые на практике, могут несколько расширять или модифицировать предлагаемую модель. В частности, в качестве условий (ограничений) может быть определены траектории движения основных показателей в зависимости от времени, добавлены или удалены ряд критериев максимизации прибыли центров ответственности (7) в зависимости от основной цели выполнения данного конкретного проекта. В общем случае рассматриваемая задача является задачей многокритериальной оптимизации.

В целом, можно утверждать, что ряд задач финансового контроллинга в части оптимального планирования и подготовки корректирующих планов могут решаться классическими математическими методами, на основе разработки и применения экономико-математических моделей и программных средств, соответствующих уровню планирования: стратегическому, оперативному, долгосрочному или краткосрочному. Разумное применение оптимизационных методов, имитационного моделирования, иных математических инструментов в

практической работе позволит вывести вопросы финансово-экономического планирования за пределы калькуляций себестоимости и оперативного планирования финансов, что даст возможность повысить конкурентоспособность российских предприятий.

### Литература

1. Каплан Р., Нортон Д. Сбалансированная система показателей [Текст] / Р. Каплан, Д. Нортон. – М.: Олимп-Бизнес, 2006.
2. Ковалев В.В. Финансовый менеджмент: теория и практика [Текст] / В.В. Ковалев. – М.: Проспект, 2006.
3. Медников М.Д.. Модели оптимального антикризисного управления предприятиями [Электронный ресурс] / М.Д. Медников, Г.В. Слабиков, А.С. Соколицын // URL: [http://www.altrc.ru/?p=libr\\_card&item\\_id=518&group\\_id=38](http://www.altrc.ru/?p=libr_card&item_id=518&group_id=38).
4. Пантина И.В., Савченко М.С. Оценка влияния информации на экономическую эффективность [Текст] / И.В. Пантина, М.С. Савченко // Роль бизнеса в трансформации российского общества. Т.2. – М.: Маркет-ДС, 2006. – (Технологии управления).
5. Управленческий учет / Управление затратами [Электронный ресурс] // Компания «FINMANCONSULT»: официальный сайт. URL: [http://www.fmc.uz/main.php?cipa=ma1\\_b\\_3&t=2&l=no#b](http://www.fmc.uz/main.php?cipa=ma1_b_3&t=2&l=no#b).
6. Хан Д., Хунгенберг Х. Стоимостно-ориентированные концепции контроллинга [Текст] / Д. Хан, Х. Хунгенберг. – М.: Финансы и статистика, 2005.
7. Drury C. Management and Cost Accounting. – 3<sup>rd</sup> ed. Chapman & Hall, 1992.

### Ключевые слова

Управление финансами; планирование; экономико-математическое моделирование; контроллинг.

*Розанов Роман Владимирович*

### РЕЦЕНЗИЯ

Сегодня одной из важнейших составляющих успешного бизнеса стала способность компании выявлять, оценивать риски и управлять ими. Инвестор заинтересован, чтобы вложенные им средства приносили прибыль, поэтому он хочет знать количественную оценку различных вариантов принимаемых решений, финансовых и иных рисков, видеть сценарии развития фирмы и возможные в данных сценариях финансовые результаты и тем самым снизить неопределенность. Поэтому проблемы, рассмотренные в статье, представляются актуальными и значимыми.

В проведенном исследовании автор применяет методы экономико-математического моделирования и оптимизации к задачам планирования финансов и экономики. Заслуживает внимания тот факт, что предлагаемые автором подходы и модель позволяют автоматизировать выбор оптимальных сценариев и тем самым облегчить реализацию функции финансового контроллинга в компании строительной отрасли, представляя лицу, принимающему решение, ряд альтернативных сценариев, реализующихся как при различных управляющих воздействиях, так и при выборе различных ограничений задачи. При определенной модификации предлагаемая модель может быть применена и в компаниях других отраслей с аналогичной финансовой структурой.

Содержание статьи представляет интерес для специалистов аналитических, планово-экономических служб предприятий; отделов стратегического планирования, сотрудники которых осуществляют моделирование, прогнозирование и расчет сценариев развития в сфере своей компетенции, а также для специалистов в области управленческого консультирования при разработке сценариев оптимального развития и при подготовке антикризисных процедур для компаний-заказчиков.

Вывод. Рецензируемая статья подготовлена на актуальную тему, содержит элементы научной новизны, имеет практическую ценность. Рекомендую статью Розанова Р.В. к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

*Хрусталева Е.Ю., д.э.н., профессор, ведущий научный сотрудник Центрального экономико-математического института РАН*

## 3.7. ECONOMIC-MATHEMATICAL OPTIMIZATION OF FINANCE AND ECONOMIC PLANNING IN THE CONSTRUCTION COMPANY IN MULTI-PROJECT MANAGEMENT CASE

R.V. Rozanov, Candidate of Science (Economic), Head of Budgeting and Management Reporting Department of LLC «ENGRANSSTROY CORPORATION»

This article considers the application of modeling and optimization methods to the task of financial-economical planning in a company with a number of simultaneous projects. The task is identified in terms of multiobjective optimization as well as the choice of criteria and restrictions from a base set of economic potential indicators is well proved. The Model of financial-economical processes is developed and its application in construction planning and controlling is described.

### Literature

1. R.S. Kaplan, D.P.Norton. The Balanced Scorecard. – М.: Olimp-Business, 2006.
2. V.V. Kovalev. Financial management: theory and practice, М.: Prospect, 2006.
3. M.D. Mednikov, G.V. Slabikov, A.S. Sokolitsin. Models of optimal anti-recessionary enterprise management, 1999. Web site: [http://www.altrc.ru/?p=libr\\_card&item\\_id=518&group\\_id=38](http://www.altrc.ru/?p=libr_card&item_id=518&group_id=38) (01/10/2008/)
4. I.V. Pantina, M.S. Savchenko. Evaluation of information influence to economic efficiency // «Role of business in transformation of Russian society» v. 2 (Management technologies). – М.: Market-DS, 2006.
5. Management accounting / Cost management («FINMANCONSULT» company) Web site: [http://www.fmc.uz/main.php?cipa=ma1\\_b\\_3&t=2&l=no#b](http://www.fmc.uz/main.php?cipa=ma1_b_3&t=2&l=no#b) (01/10/2008).
6. D. Hahn, H. Hungenberg. Cost-oriented concepts of controlling. – М.: Finance and statistics, 2005.
7. C. Drury. Management and Cost Accounting. – 3<sup>rd</sup> ed. Chapman & Hall, 1992.

### Keywords

Finance management; planning; economic and mathematical modelling; controlling.