

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ ИНЖЕНЕРНЫХ КОММУНИКАЦИЙ И ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ МНОГОУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ КРУПНЫМ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Лялин В.Е., д.т.н., заведующий кафедрой  
«Интеллектуальные информационные  
технологии в экономике»,

Попонина О.М., к.э.н., доцент ГОУ ВПО «Ижевский  
государственный технический университет»,  
Семенов В.В., к.э.н., Генеральный директор  
ФГУП «НПП «КВАНТ», г. Москва

Разработана пятиуровневая модель организации, обслуживающей жизнеобеспечение предприятия, которая позволяет упорядочить все функциональные потоки не только внутри организации, но и с внешними организациями, систематизировать информацию внутреннюю и внешнюю, оптимизировать влияние управленческих решений и реакцию организации на воздействия внешней среды.

С помощью теории марковских процессов разработана вероятностная модель отказов и восстановления системы инженерного оборудования, описав ее уравнениями Колмогорова. Данная модель является моделью управления технологического цеха предприятия. Решением являются вероятности нахождения системы во всех возможных состояниях, что позволит иметь четкое представление о критических изменениях в ней.

## ВВЕДЕНИЕ

Любое промышленное предприятие имеет основные производственные мощности, на которых производится продукция, соответствующая специализации предприятия. Однако, любое из них для осуществления своей деятельности должно обладать системой жизнеобеспечения, включающей инженерные коммуникации и оборудование.

На предприятиях принято различать внутрицеховые и межцеховые коммуникации. К внутрицеховым относятся трубопроводы, соединяющие отдельные аппараты, машины и агрегаты, расположенные на территории данного цеха – внутри зданий или на открытых площадках. К межцеховым относятся трубопроводы, соединяющие установки (отделения), аппараты, емкости, машины и агрегаты, находящиеся в границах разных цехов. В соответствии с таким делением межремонтное обслуживание трубопроводов осуществляет персонал технологического цеха.

Для бесперебойного снабжения предприятия холодной и горячей водой, паром, электроэнергией, газом, воздухом, а также другими реагентами, необходима система учета, контроля, реновации и ремонта инженерного оборудования. Это является сложной задачей, которую призваны решать так называемые технологические цеха, относящиеся к службам главного механика, энергетика и ремонтно-восстановительного хозяйства. Предприятиям, работающим в современных рыночных условиях, когда объем производственной программы находится на грани максимально-возможного производственного потенциала предприятия, необходима четкая организация и управление жизнеобеспечением. Однако, это возможно лишь на основе создания многоуровневой модели управления предприятием как системы со множеством состояний, а также построения математических моделей расчета надежности системы

оборудования инженерных коммуникаций и оборудования, как системы массового обслуживания.

## 1. МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ КАК СИСТЕМЫ СО МНОЖЕСТВОМ СОСТОЯНИЙ

### 1.1. Моделирование операций по схеме марковских случайных процессов

Многие операции, которые приходится анализировать под углом зрения выбора оптимального решения, развиваются как *случайные процессы*, ход и исход которых зависят от ряда случайных факторов, сопровождающих эти операции.

Для того чтобы вычислить числовые параметры, характеризующие эффективность таких операций, нужно построить некоторую вероятностную модель явления, учитывающую сопровождающие его случайные факторы.

Для математического описания многих операций, развивающихся в форме случайного процесса, может быть с успехом применен математический аппарат, работающий в теории вероятностей для так называемых *марковских случайных процессов* [54].

Поясним понятие марковского случайного процесса.

Пусть имеется некоторая физическая система  $S$ , состояние которой меняется с течением времени (под системой  $S$  мы будем понимать совокупность инженерного оборудования предприятия). Если состояние системы  $S$  меняется во времени случайным, заранее непредсказуемым образом, мы говорим, что в системе  $S$  протекает *случайный процесс* [10].

Конкретное протекание каждого из таких процессов зависит от ряда случайных, заранее непредсказуемых факторов.

Случайный процесс, протекающий в системе  $S$ , называется *марковским процессом* (или «процессом без последствия») если он обладает следующим свойством:

Для каждого момента времени  $t_0$  вероятность любого состояния системы в будущем (при  $t > t_0$ ) зависит только от ее состояния в настоящее время (при  $t = t_0$ ) и не зависит от того, когда и каким образом система перешла в это состояние (т.е. как развивался процесс в прошлом).

Другими словами, в марковском случайном процессе будущее развитие его зависит только от настоящего состояния и не зависит от «предыстории» процесса.

Марковские случайные процессы делятся на классы по некоторым признакам, в зависимости от того, как и в какие моменты времени система  $S$  может менять свои состояния.

Случайный процесс называется *процессом с дискретными состояниями*, если возможные состояния системы  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  можно перечислить одно за другим, а сам процесс состоит в том, что время от времени система  $S$  скачком (мгновенно) перескакивает из одного состояния в другое.

Кроме этого существуют случайные процессы с непрерывными состояниями: для этих процессов харак-

терен постепенный, плавный переход из состояния в состояние.

При анализе случайных процессов с дискретными состояниями очень удобно пользоваться геометрической схемой – так называемым *графом состояний*.

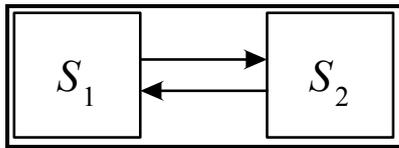


Рис. 1.1. Граф состояний

Мы будем изображать каждое состояние прямоугольником, а возможные переходы («перескоки») из состояния в состояние – стрелками, соединяющими эти прямоугольники (рис.1.1). Заметим, что стрелками отмечаются только непосредственные переходы из состояния в состояние [13].

**1.2. Уравнения Колмогорова**

В работе рассмотрены ситуации, когда переходы системы из состояния в состояние происходят не в фиксированные моменты времени, а в случайные моменты времени, которые заранее указать невозможно, т.е. переход может осуществляться, вообще говоря, в любой момент [12].

Для описания таких процессов в ряде случаев может быть с успехом применена схемы марковского случайного процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем, которой мы будем для краткости называть *непрерывной цепью Маркова*.

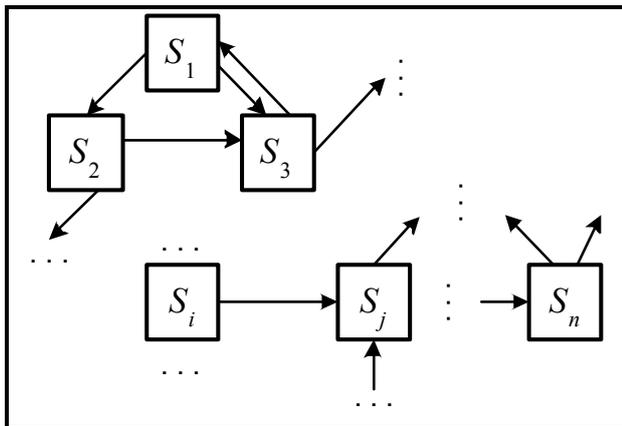


Рис. 1.2. Непрерывная марковская цепь

Пусть имеем ряд дискретных состояний  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ ; переход системы из состояния в состояние может осуществляться в любой момент времени. Граф состояний представлен на рис. 1.2.

Обозначим  $p_i(t)$  – вероятность того, что в момент  $t$  система  $S$  будет находиться в состоянии  $S_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Очевидно, для любого момента  $t$  сумма вероятностей состояний равна единице:

$$\sum p_i(t) = 1, \tag{1.1}$$

так как события, состоящие в том, что в момент  $t$  система находится в состояниях  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ , несовместны и образуют полную группу. Поставим задачу –

определить для любого  $t$  вероятности состояний:  $p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)$ .

Для любого шага существуют какие-то вероятности перехода системы из любого состояния в любое другое (некоторые из них равны нулю, если непосредственный переход за один шаг невозможен, но система совокупности инженерного оборудования может переходить из любого состояния в любое), а также вероятности задержки системы в данном состоянии.

Будем называть эти вероятности переходными вероятностями  $p_{ij}$  марковской цепи [29]. Вместо переходных вероятностей  $p_{ij}$  мы введем в рассмотрение плотности вероятностей перехода  $\lambda_{ij}$ .

Пусть система  $S$  в момент  $t$  находится в состоянии  $S_i$ . Рассмотрим элементарный промежуток времени  $\Delta t$ . Назовем плотностью вероятности перехода  $\lambda_{ij}$  предел отношения системы за  $\Delta t$  из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  к длине промежутка  $\Delta t$  [34]:

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (p_{ij} / \Delta t). \tag{1.2}$$

Из формулы (1.2) следует, что при малом  $\Delta t$  вероятности перехода (с точностью до бесконечно малых высших порядков) равна  $\lambda_{ij} \cdot \Delta t$ .

Если плотности вероятностей перехода  $\lambda_{ij}$  не зависят от  $t$ , марковский процесс называется *однородным*; если эти плотности представляют собой какие-то функции времени  $\lambda_{ij}$ , процесс называется *неоднородным* [14].

Предположим, что нам известны плотности вероятностей перехода  $\lambda_{ij}$  для всех пар состояний  $S_i, S_j$ . Построим граф состояний системы инженерного оборудования  $S$  и против каждой стрелки проставим соответствующую плотность вероятности перехода (рис. 1.3).

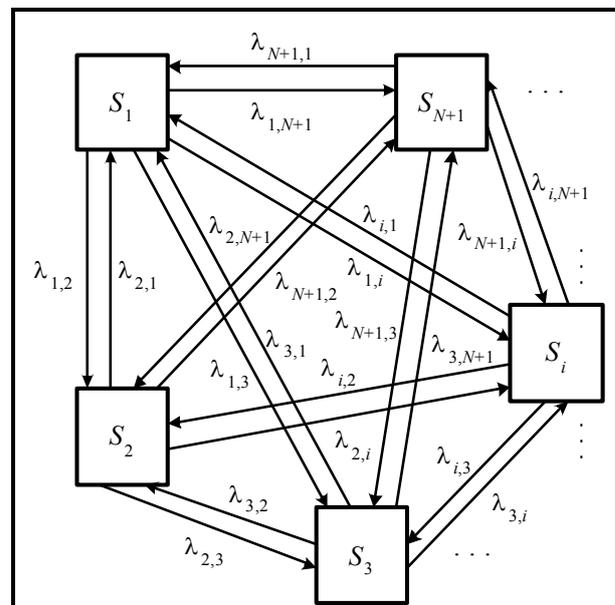


Рис. 1.3. Граф состояний системы инженерного оборудования

Такой граф, с проставленными у стрелок плотностями вероятностей перехода называется *размеченным графом состояний*.

Зная размеченный граф состояний, можно определить вероятности состояний:

$$p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t), \tag{1.3}$$

как функции времени. А именно, эти вероятности удовлетворяют определенного вида *дифференциальным уравнениям*, так называемым *уравнениям Колмогорова*. Решая эти уравнения, получим вероятности (1.3).

Уравнения Колмогорова строятся по определенному правилу, которое можно сформулировать следующим образом [5].

**В левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния, а правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена из состояния, соответствующий член имеет знак «минус»; если в состояние – знак «плюс». Каждый член равен произведению вероятностей перехода, соответствующей данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка.**

$$\tag{1.4}$$

Правило (1.4) составления дифференциальных уравнений для вероятностей состояний является общим и справедливо для любой непрерывной марковской цепи; с его помощью можно записывать дифференциальные уравнения для вероятностей состояний непосредственно по размеченному графу состояний [35].

Составим уравнения Колмогорова, описывающие состояния системы инженерного оборудования S:

$$\begin{cases} dp_1/dt = -\lambda_{1,2}p_1 - \lambda_{1,3}p_1 - \dots - \lambda_{1,N+1}p_1 + \\ + \lambda_{2,1}p_2 + \lambda_{3,1}p_3 + \dots + \lambda_{N+1,1}p_{N+1} \\ \dots \\ dp_2/dt = -\lambda_{2,1}p_2 - \lambda_{2,3}p_2 - \dots - \lambda_{2,N+1}p_2 + \\ + \lambda_{1,2}p_1 + \lambda_{3,2}p_3 + \dots + \lambda_{N+1,2}p_{N+1} \\ dp_{N+1}/dt = -\lambda_{N+1,1}p_{N+1} - \lambda_{N+1,2}p_{N+1} - \dots - \lambda_{N+1,N}p_{N+1} + \\ + \lambda_{1,N+1}p_1 + \lambda_{2,N+1}p_2 + \dots + \lambda_{N,N+1}p_N \end{cases} \tag{1.5}$$

Если произвести замену:  $a_i = -\sum_{j=1}^{N+1} \lambda_{ij}$ ,  $i = 1, N+1$ , то

можно записать систему дифференциальных уравнений (1.5) в матричном виде [24].

$$\begin{pmatrix} dp_1/dt \\ dp_2/dt \\ dp_3/dt \\ \dots \\ dp_{N+1}/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & \lambda_{21} & \lambda_{31} & \dots & \lambda_{N+1,1} \\ \lambda_{12} & a_2 & \lambda_{32} & \dots & \lambda_{N+1,2} \\ \lambda_{13} & \lambda_{23} & a_3 & \dots & \lambda_{N+1,3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{1N+1} & \lambda_{2N+1} & \lambda_{3N+1} & \dots & a_{N+1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \dots \\ p_{N+1} \end{pmatrix} \tag{1.6}$$

Подставив  $p_{N+1} = 1 - (p_1 + p_2 + \dots + p_N)$  в систему (1.6), получим [52]:

$$dP/dt = AP + F, \tag{1.7}$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 & \tilde{\lambda}_{21} & \tilde{\lambda}_{31} & \dots & \tilde{\lambda}_{N,1} \\ \tilde{\lambda}_{12} & \tilde{a}_2 & \tilde{\lambda}_{32} & \dots & \tilde{\lambda}_{N,2} \\ \tilde{\lambda}_{13} & \tilde{\lambda}_{23} & \tilde{a}_3 & \dots & \tilde{\lambda}_{N,3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\lambda}_{1N} & \tilde{\lambda}_{2N} & \tilde{\lambda}_{3N} & \dots & \tilde{a}_N \end{pmatrix};$$

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \dots \\ p_{N+1} \end{pmatrix}; \quad \frac{dP}{dt} = \begin{pmatrix} dp_1/dt \\ dp_2/dt \\ dp_3/dt \\ \dots \\ dp_{N+1}/dt \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} \lambda_{N+1,1} \\ \lambda_{N+1,2} \\ \lambda_{N+1,3} \\ \dots \\ \lambda_{N+1,N} \end{pmatrix}.$$

В начальный момент времени все элементы инженерного оборудования находятся в исправном состоянии, а система соответственно находится в состоянии  $S_1$ , то начальными условиями для решения уравнения (1.7) являются:

$$p_i(0) = 1, p_i(0) = 0, \text{ где } 1 < i < N+1. \tag{1.8}$$

### 1.3. Поток событий, его характеристики и их исследование

При рассмотрении случайных процессов, протекающих в системах с дискретными состояниями и непрерывным временем, часто приходится встречаться с так называемыми «потоками событий». *Потоком событий* называется последовательность однородных событий, следующих одно за другим в какие-то, вообще говоря, случайные моменты времени [29].

При рассмотрении процессов, протекающих в системе с дискретными состояниями и непрерывным временем, часто удобно бывает представлять процесс так, как будто переходы системы из состояния в состояние происходят под действием каких-то *потоков событий* (потоков вызовов, потоков неисправностей и т.д.). Рассмотрим подробнее потоки и их свойства.

1. Поток событий называется *стационарным*, если вероятности попадания того или иного числа событий на участок времени длиной  $\tau$  зависит только от *длины* участка и не зависит от того, где именно на временной оси расположен этот участок.

2. Поток событий называется *потоком без последовательности*, если для любых не пересекающихся участков времени число событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другой (или другие, если рассматривается больше двух участков).

3. Поток событий называется *ординарным*, если вероятность попадания на элементарный участок двух или более событий пренебрежительно мала с вероятностью попадания одного события [20].

Рассмотрим поток событий, обладающий всеми тремя свойствами: стационарный, без последовательности, ординарный. Такой поток называется *простейшим* (или *стационарным пуассоновским*) потоком. Если поток событий не имеет последовательности, ординарен, но не стационарен, он называется *нестационарным пуассоновским* потоком. В таком потоке интенсивность  $\lambda$  (среднее число событий в единицу времени) зависит от времени:  $\lambda = \lambda(t)$ , тогда как для простейшего потока  $\lambda = const$ .

Пуассоновский поток событий (как стационарный, так и нестационарный) тесно связан с известным распределением Пуассона. Если число событий потока, попадающих на любой участок временной оси  $0t$ , распределено по закону Пуассона, то вероятность попадания на этот участок ровно  $m$  событий выражается формулой:

$$P_m = (a^m / m!) e^{-a}, \tag{1.9}$$

где  $a$  – среднее число событий, приходящееся на этот участок времени [15].

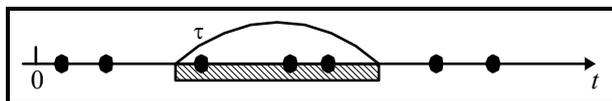


Рис. 1.4. Простейший поток событий с интенсивностью  $\lambda$

Рассмотрим на оси  $0t$  простейший поток событий с интенсивностью  $\lambda$  (рис. 1.4). Исследуем интервал времени  $T$  между соседними событиями в этом потоке. Очевидно,  $T$  есть величина случайная, которая имеет следующий закон распределения:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, (t > 0). \tag{1.10}$$

Закон распределения с плотностью (1.10) называется *показательным* (или *экспоненциальным*). Числовые характеристики случайной величины  $T$  (математическое ожидание и дисперсия) соответственно равны:

$$m_t = 1 / \lambda, \tag{1.11}$$

$$D_t = 1 / \lambda^2. \tag{1.12}$$

Таким образом, исследуя структуру простейшего потока событий, можно положить что, *промежуток времени  $T$  между соседними событиями в простейшем потоке распределен по показательному закону; его среднее значение и среднее квадратическое отклонение равны  $1 / \lambda$ , где  $\lambda$  – интенсивность потока.*

Рассмотрим собранные заявки жителей на ремонт инженерного оборудования за период двух месяцев (октябрь и ноябрь 1999). Заявки формировались по следующей структуре: дата, время обращения; дом, квартира; классификация заявки по видам работ; причина обращения; поручение заявки; что сделано; время выполнения заявки.

Исследуем поток заявок.

Предположим, что промежуток времени  $T$  между соседними событиями в потоке заявок распределен по показательному закону.

Для проверки этой гипотезы воспользуемся правилом.

**Правило.** Для того, чтобы при уровне значимости  $\alpha$  проверить гипотезу о показательном распределении непрерывной случайной величины, необходимо:

1. Найти по заданному эмпирическому распределению выборочную среднюю  $\bar{x}_B$ . Для этого, приняв в качестве «представителя»  $i$ -го интервала его середину

$$x_i^* = (x_i + x_{i+1}) / 2, \tag{1.13}$$

составляют последовательность равноотстоящих вариантов и соответствующих им частот.

2. Принять в качестве оценки параметра  $\lambda$  показательного распределения величину, обратную выборочной средней:

$$\lambda = 1 / \bar{x}_B. \tag{1.14}$$

3. Найти вероятность попадания  $X$  в частичные интервалы  $(x_i, x_{i+1})$  по формуле

$$P_i = P(x_i < X < x_{i+1}) = e^{-\lambda x_i} - e^{-\lambda x_{i+1}}. \tag{1.15}$$

4. Вычислить теоретические частоты:

$$n_i' = n P_i \tag{1.16}$$

Сравнить эмпирические и теоретические частоты с помощью критерия Пирсона, приняв число степеней свободы  $k = s - 2$ , где  $s$  – число первоначальных интервалов выборки; если же было произведено объединение малочисленных частот, следовательно, и самих интервалов, то  $k$  – число интервалов, оставшихся после объединения [52].

Докажем, что случайная величина  $\lambda$  – поток заявок распределена по показательному закону. Для этого разобьем эмпирическое распределение непрерывной случайной величины  $X$  – время отсутствия заявок на интервалы  $x_i - x_{i+1}$ , и подсчитаем соответствующие им частоты  $n_i$ . Затем по формуле (1.13) найдем  $x_i^*$ , по формуле (1.14) найдем  $\lambda^*$ , по формуле (1.15) найдем  $P_i$ , по формуле (1.16) найдем  $n_i'$  [28].

Сравним эмпирические и теоретические частоты с помощью критерия Пирсона. Для этого составим расчетную табл.1.1.

$$\lambda^* = 0,05. \tag{1.17}$$

Из таблицы [32] находим при  $k = 4$  и  $\alpha = 0,05$ ,  $\chi_{кр}^2 = 9,5$ ; затем из табл.1.1 находим  $\chi_{набл}^2 = 2,799$ .

Так как  $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$  – нет оснований отвергнуть гипотезу о распределении  $X$  по показательному закону.

Аналогично был рассчитан поток ремонта (табл.1.2)

Таблица 1.1

РАСЧЕТ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ДЛЯ ПОТОКА ЗАЯВОК

| $x_i - x_{i+1}$ | $n_i$ | $x_i^*$ | $P_i$ | $n_i'$ | $n_i - n_i'$ | $(n_i - n_i')^2$ | $(n_i - n_i')^2 / n_i'$ |
|-----------------|-------|---------|-------|--------|--------------|------------------|-------------------------|
| 0 – 10          | 33    | 5       | 0,400 | 29,60  | 3,40         | 11,560           | 0,390                   |
| 10 – 20         | 18    | 15      | 0,230 | 17,02  | 0,98         | 0,960            | 0,056                   |
| 20 – 30         | 8     | 25      | 0,140 | 10,36  | -2,36        | 5,569            | 0,537                   |
| 30 – 40         | 6     | 35      | 0,088 | 6,50   | -0,50        | 0,250            | 0,038                   |
| 40 – 50         | 5     | 45      | 0,520 | 3,80   | 1,20         | 1,440            | 1,378                   |
| 50 – 60         | 4     | 55      | 0,030 | 2,20   | 1,80         | 3,240            | 1,400                   |
| $\Sigma$        | 74    |         |       |        |              |                  | 2,799                   |

Таблица 1.2

## РАСЧЕТ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ДЛЯ ПОТОКА РЕМОНТА

| $x_i + x_{i+1}$ | $n_i$ | $x_i^*$ | $P_i$ | $n_i'$ | $n_i - n_i'$ | $(n_i - n_i')^2$ | $(n_i - n_i')^2 / n_i'$ |
|-----------------|-------|---------|-------|--------|--------------|------------------|-------------------------|
| 0-10            | 39    | 5       | 0,450 | 33,30  | 5,7          | 32,49            | 0,900                   |
| 10-20           | 15    | 15      | 0,246 | 18,20  | -3,2         | 10,20            | 0,500                   |
| 20-30           |       | 25      | 0,134 | 9,90   | -2,9         | 8,41             | 0,800                   |
| 30-40           | 5     | 35      | 0,070 | 5,10   | -0,1         | 0,01             | 0,002                   |
| 40-50           | 4     | 45      | 0,040 | 2,90   | 1,1          | 1,21             | 0,400                   |
| 50-60           | 3     | 55      | 0,020 | 1,48   | 1,5          | 2,20             | 1,400                   |
| 60-70           | 1     | 65      | 0,010 | 0,70   | 0,3          | 0,09             | 0,100                   |
| $\Sigma$        | 74    |         |       |        |              |                  | 4,100                   |

$$\mu^* = 0,06. \quad (1.18)$$

Из таблицы находим при  $k = 5$  и  $\alpha = 0,05$ ,  $\chi_{кр}^2 = 6,2$ ; затем находим  $\chi_{набл}^2 = 4,1$ .

Так как  $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$  – нет оснований отвергнуть гипотезу о распределении  $X$  по показательному закону [42].

Учет реального потока заявок и ремонта будет осуществляться по средствам программы предназначенной для работы центральной диспетчерской службы. Программа составлена на языке Access [44] – это система управления базами данных, входящая в состав профессиональной версии пакета Microsoft Office 97, – Microsoft Access 97.

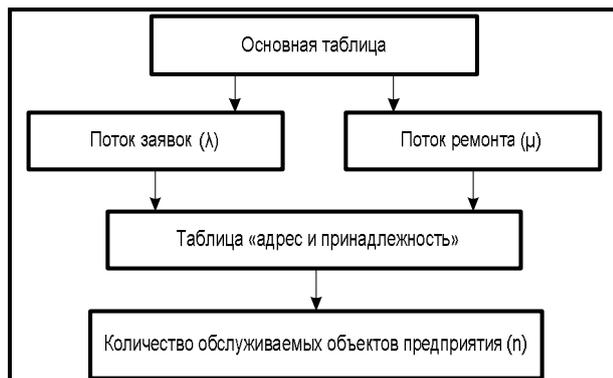


Рис. 1.5. Сбор начальных данных

Программа состоит из таблиц: коды работ и сроки выполнения; адрес и принадлежность; отключения по корпусам и участкам на данный момент; заявки; основная таблица потока заявок и ремонта; адреса и принадлежность инженерного оборудования и корпусов; нерабочие дни месяца; *форм*: для оператора; для диспетчера №1; для диспетчера №2; для диспетчера №3; для платных заявок; для отключений.

Главным источником для данных является основная таблица потока заявок и ремонта (рис. 1.5) [53].

## 1.4. Основные задачи теории массового обслуживания

### 1.4.1. Классификация задач

При исследовании операций очень часто приходится сталкиваться с анализом работы своеобразных систем, называемых системами массового обслуживания (*СМО*). Примерами таких систем могут служить: телефонные станции, ремонтные мастерские, билетные кассы, справочные бюро, парикмахерские и т.п. Каж-

дая *СМО* состоит из какого-то числа обслуживающих единиц, которые мы будем называть *каналами* обслуживания.

Системы массового обслуживания могут быть одноканальными и многоканальными.

Каждая *СМО* предназначена для обслуживания (выполнения) какого-то *потока заявок* (или «требований»), поступающих на *СМО* в какие-то, вообще говоря, случайные моменты времени. Обслуживание поступившей заявки продолжается некоторое (вообще говоря, случайное) время, после чего канал освобождается и готов к принятию следующей заявки. Случайный характер потока заявок приводит к тому, что в какие-то промежутки времени на входе *СМО* скапливается излишне большое число заявок (они образуют очередь, либо покидают *СМО* не обслуженными); в другие же периоды *СМО* будет работать с недогрузкой или вообще простаивать [19].

Каждая система массового обслуживания, в зависимости от числа каналов и их производительности, а также от характера потока заявок, обладает какой-то пропускной способностью, позволяющей ей более или менее успешно справляться с потоком заявок. Предмет теории массового обслуживания – *установление зависимости между характером потока заявок, числом каналов, их производительностью (эффективностью) обслуживания*.

Случайный характер потока заявок, а в общем случае и длительности обслуживания приводит к тому, что в системе массового обслуживания будет происходить какой-то *случайный процесс*. Чтобы дать рекомендации по рациональной организации этого процесса и предъявить разумные требования к *СМО*, необходимо изучить случайный процесс, протекающий в системе, описать его математически.

Математический анализ работы *СМО* очень облегчается, если случайный процесс, протекающий в системе, является марковским. Тогда удается сравнительно просто описать работу *СМО* с помощью аппарата обыкновенных дифференциальных (в предельном случае – линейных алгебраических) уравнений и выразить в явном виде основные характеристики эффективности обслуживания через параметры *СМО* и потока заявок [33].

Для того, чтобы процесс, протекающий в системе, был марковским, нужно, чтобы все события, переводящие систему из состояния в состояние, были пуассоновскими. Для *СМО* потоки – это потоки заявок, потоки обслуживания заявок и т.д. Если эти потоки не являются пуассоновскими, математическое описание процессов, происходящих в *СМО*, становится несрав-

ненно более сложным и требует более громоздкого аппарата. Однако, все же аппарат «марковской» теории массового обслуживания может пригодиться и в том случае, когда процесс, протекающий в СМО, отличается от марковского – с его помощью характеристики эффективности СМО могут быть оценены приближенно. Следует заметить, что в ряде случаев для принятия обоснованных решений по управлению работой СМО вовсе и не требуется точного значения всех ее характеристик – зачастую и приближенного, ориентировочного.

Системы массового обслуживания могут быть двух типов.

1. *Системы с отказами.* В таких системах заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает «отказ», покидает СМО и в дальнейшем процессе обслуживания не участвует.

2. *Системы с ожиданием* (с очередью). В таких системах заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, становится в очередь и ожидает, пока не освободится один из каналов. Как только освободится канал, принимается к обслуживанию одна из заявок, стоящих в очереди.

Системы с очередью делятся на *системы с неограниченным ожиданием* и *системы с ограниченным ожиданием*.

В системах с неограниченным ожиданием на пребывание заявки в очереди накладываются те или иные ограничения. Эти ограничения могут касаться длины очереди (числа заявок, одновременно находящихся в очереди), времени пребывания заявки в очереди (после какого-то срока пребывания в очереди заявка покидает очередь и уходит), общего времени пребывания заявки в СМО и т.д. [49].

В зависимости от типа СМО, при оценке ее эффективности могут применяться те или иные величины (показатели эффективности). Например, для СМО с отказами одной из важнейших характеристик ее продуктивности является, так называемая, *абсолютная пропускная способность* – среднее число заявок, которое может обслужить система за единицу времени.

Наряду с абсолютной, часто рассматривается *относительная пропускная способность СМО* – средняя доля поступивших заявок, обслуживаемая системой (отношение среднего числа заявок, обслуживаемых системой в единицу времени, к среднему числу поступивших за это время заявок).

Помимо абсолютной и относительной пропускной способностей, при анализе СМО с отказами нас могут, в зависимости от задачи исследования, интересовать и другие характеристики: среднее число занятых каналов, среднее относительное время простоя системы в целом и отдельного канала и т.д.

Перейдем к рассмотрению характеристик СМО с ожиданием.

Очевидно, для СМО с неограниченным ожиданием как абсолютная, так и относительная пропускная способность теряют смысл, так как каждая поступившая заявка рано или поздно будет обслужена. Для такой СМО весьма важными характеристиками являются: среднее число заявок в очереди, среднее число заявок в системе (в очереди и под обслуживанием), среднее время ожидания заявки в очереди, среднее время

пребывания заявки в системе (в очереди и под обслуживанием) и другие характеристики ожидания.

Для СМО с ограниченным ожиданием интерес представляют обе группы характеристик: как абсолютная и относительная пропускная способность, так и характеристики ожидания.

Для анализа процесса, протекающего в СМО, существенно знать основные параметры системы: число каналов  $n$ , интенсивность потока заявок  $\lambda$ , производительность каждого канала (среднее число заявок  $\mu$ , обслуживаемое каналом в единицу времени), условия образования очереди (ограничения, если они есть) [9].

Будем считать все потоки событий, переводящие СМО из состояния в состояние, пуассоновскими.

#### 1.4.2. Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием

Рассмотрим сначала простейшую из всех возможных СМО с ожиданием – одноканальную систему  $(n-1)$ , на которую поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ ; интенсивность обслуживания  $\mu$  (т.е. в среднем непрерывно занятый канал будет выдавать  $\mu$  обслуженных заявок в единицу времени). Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания.

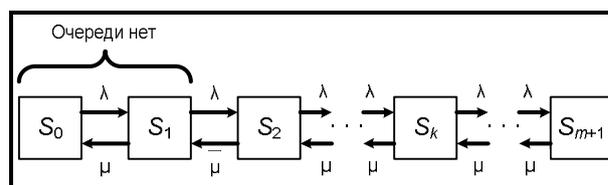


Рис. 1.6. Граф состояний для одноканальной СМО с ограниченным ожиданием

Предположим сначала, что количество мест в очереди ограничено числом  $m$ , т.е. если заявка пришла в момент, когда в очереди уже стоят  $m$  заявок, она покидает систему не обслуженной. В дальнейшем, устремив  $m$  к бесконечности, мы получим характеристики одноканальной СМО без ограничений по длине очереди [41].

Будем нумеровать состояния СМО по числу заявок, находящихся в системе (как обслуживаемых, так и ожидающих обслуживания):  $S_0$  – канал свободен,  $S_1$  – канал занят, очереди нет,  $S_2$  – канал занят, одна заявка стоит в очереди,  $S_k$  – канал занят,  $k-1$  заявок стоит в очереди,  $S_{m+1}$  – канал занят,  $m$  заявок стоят в очереди.

Граф состояний СМО показан на рис. 1.6. Интенсивности потоков событий, переводящих в систему по стрелкам слева направо, все равны  $\lambda$ , а справа налево –  $\mu$ . Действительно, по стрелкам слева направо систему переводит поток заявок (как только придет заявка, система переходит в следующее состояние), справа же налево – поток «освобождений» занятого канала, имеющий интенсивность  $\mu$  (как только будет обслужена очередная заявка, канал либо освободится, либо уменьшится число заявок в очереди). Пользуясь общим решением, данным для схемы гибели и размножения [25], напишем выражения предельных вероятностей состояний, вводя обозначение  $\lambda/\mu = \rho$ :

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= (1-\rho)/(1-\rho^{m+2}), \\ p_1 &= \rho p_0, \\ p_2 &= \rho^2 p_0, \\ &\dots \\ p_k &= \rho^k p_0, \\ &\dots \\ p_{m+1} &= \rho^{m+1} p_0. \end{aligned} \right\} (1.19)$$

Обратим внимание на то, что формула для  $p_0$  справедлива только при  $\rho \neq 1$  (при  $\rho = 1$  она дает неопределенность вида  $0/0$ ) [46]. В этом случае:

$$p_0 = 1/(m+2)$$

Основные формулы для определения характеристик СМО.

Вероятность отказа:

$$P_{отк} = p_{m+1} = \rho^{m+1} (1-\rho)/(1-\rho^{m+2}).$$

Относительная пропускная способность:

$$q = 1 - P_{отк} = 1 - \rho^{m+1} (1-\rho)/(1-\rho^{m+2}).$$

Абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda q.$$

Среднее число заявок находящихся в очереди:

$$r = \rho^2 [1 - \rho^m (m+1 - m\rho)] / [(1 - \rho^{m+2})(1 - \rho)].$$

Среднее число заявок находящихся под обслуживанием:

$$\omega = (\rho - \rho^{m+2}) / (1 - \rho^{m+2}).$$

Среднее число заявок, связанных с СМО:  $k = r + \omega$ .

Среднее время ожидания в очереди:  $t_{ож} = r/\lambda$ , т.е.

среднее время ожидания равно среднему числу заявок в очереди, деленному на интенсивность потока заявок.

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$t_{сист} = (r/\lambda) + (q/\mu).$$

До сих пор мы рассматривали работу одноканальной СМО с ожиданием при ограниченном числе  $m$  мест в очереди.

Теперь снимем это ограничение, т.е. устремим  $m$  к бесконечности. Произведем предельный переход (при  $m \rightarrow \infty$ ) из формул (1.19).

Можно совершенно строго доказать, что  $\rho < 1$  есть условие, при котором в СМО с ожиданием существует предельный установившийся режим; при  $\rho \geq 1$  такого режима не существует и очередь при  $t \rightarrow \infty$  растет до бесконечности.

Предположим, что  $\rho = \lambda/\mu < 1$ , т.е. что предельный режим существует. Устремим в формулах (1.19)  $m$  к бесконечности и выведем формулы для предельных вероятностей состояния СМО без ограничений по длине очереди. Получим:

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= (1-\rho)/(1-\rho^{m+2}), \\ p_1 &= \rho p_0, \\ p_2 &= \rho^2 p_0, \\ &\dots \\ p_k &= \rho^k p_0, \\ &\dots \end{aligned} \right\}$$

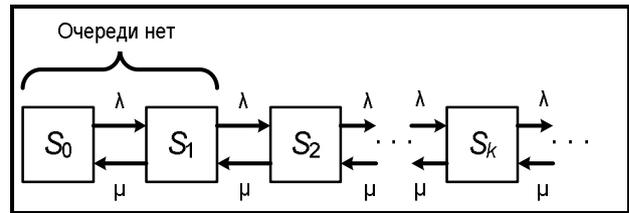


Рис. 1.7. Граф состояний для одноканальной СМО с неограниченным ожиданием

При отсутствии ограничений по длине очереди каждая заявка, пришедшая в систему, будет обслужена, поэтому  $q = 1$ ,  $A = \lambda q = \lambda$  [3].

Среднее число заявок в очереди:

$$r = \rho^2 / (1 - \rho).$$

Среднее число заявок в системе:

$$k = \rho / (1 - \rho).$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$t_{ож} = (1/\mu) \cdot [\rho / (1 - \rho)].$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$t_{сист} = (1/\mu) \cdot [\rho / (1 - \rho)].$$

### 1.4.3. Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием

Рассмотрим  $n$ -канальную СМО с ожиданием, на которую поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ ; интенсивность обслуживания (для одного канала)  $\mu$ ; число мест в очереди  $m$  [48]. Состояние системы будем нумеровать по числу заявок, связанных с системой:  $S_0$  – все каналы свободны,  $S_1$  – занят один канал, остальные свободны,  $S_k$  – заняты  $k$  каналов, остальные свободны,  $S_n$  – заняты все  $n$  каналов,  $S_{n+1}$  – заняты все  $n$  каналов; одна заявка стоит в очереди,  $S_{n+r}$  – заняты все  $n$  каналов,  $r$  заявок стоят в очереди,  $S_{n+m}$  – заняты все  $n$  каналов,  $m$  заявок стоят в очереди.

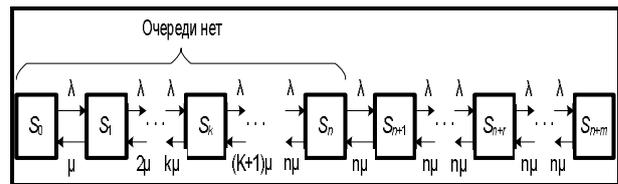


Рис. 1.8. Граф состояний для многоканальной СМО с ограниченной очередью

Граф состояний приведен на рис. 1.8. У каждой стрелки проставлены соответствующие интенсивности потоков событий. Действительно, по стрелкам слева направо систему переводит всегда один и тот же поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ ; по стрелкам справа налево систему переводит поток обслуживаний, интенсивность которого равна  $\mu$ , умноженному на число занятых каналов.

Граф на рис. 1.8 представляет собой схему гибели и размножения, для которой решение в общем виде уже получено. Напишем выражения для предельных вероятностей состояний, сразу же обозначая  $\rho = \lambda/\mu$ :

$$\left. \begin{aligned}
 p_0 &= \left( 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \frac{(\rho/n) - (\rho/n)^{m+1}}{1 - (\rho/n)} \right)^{-1}, \\
 p_1 &= (\rho/1!) p_0, \\
 p_2 &= (\rho^2/2!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_n &= (\rho^n/n!) p_0, \\
 p_{n+1} &= (\rho^{n+1}/n \cdot n!) p_0, \\
 p_{n+2} &= (\rho^{n+2}/n^2 \cdot n!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_{n+m} &= (\rho^{n+m}/n^m \cdot n!) p_0.
 \end{aligned} \right\} (1.20)$$

Найдем некоторые характеристики эффективности обслуживания. Поступившая заявка получает отказ, если заняты все  $n$  каналов и все  $m$  мест в очереди [51]:

$$P_{\text{отк}} = p_{n+m} \left[ (\rho^{n+m} p_0) / (n^m \cdot n!) \right].$$

Относительная пропускная способность:

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \left[ (\rho^{n+m} p_0) / (n^m \cdot n!) \right].$$

Абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda q.$$

Среднее число занятых каналов:

$$z = \rho \left( 1 - \left[ (\rho^{n+m} p_0) / (n^m \cdot n!) \right] \right).$$

Введем обозначение  $\chi = \rho/n$ . Среднее число заявок в очереди:

$$\begin{aligned}
 r &= \left[ (\rho^{n+1} p_0) / (n \cdot n!) \right] * \\
 &* \left[ (1 - (m+1)\chi^m + m\chi^{(m+1)}) / (1 - \chi)^2 \right]
 \end{aligned}$$

Среднее число заявок, связанных с системой:

$$k = z + r.$$

Среднее время ожидания заявки в очереди:

$$t_{\text{ож}} = 1/\lambda.$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$t_{\text{сист}} = t_{\text{ож}} + q/\mu.$$

Теперь посмотрим, что будет, если длина очереди не ограничена каким-то числом  $m$ , а может быть сколь угодно большой. Граф в этом случае бесконечный рис.1.9. Вероятности состояний получим из формул (1.20) предельным переходом (при  $m \rightarrow \infty$ ). Можно совершенно строго доказать, что  $\chi < 1$  есть условие, при котором в СМО с ожиданием существует предельный установившийся режим; при  $\chi \geq 1$  такого режима не существует, и очередь при  $t \rightarrow \infty$  растет до бесконечности.

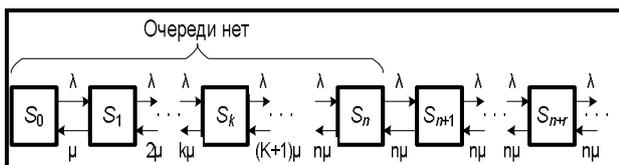


Рис. 1.9. Граф состояний для многоканальной СМО с неограниченной очередью

Предположим, что  $\chi < 1$  и устремим в формулах (1.20) величину  $m$  к бесконечности. Получим выражение для предельных вероятностей состояний:

$$\left. \begin{aligned}
 p_0 &= \left( 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right)^{-1}, \\
 p_1 &= (\rho/1!) p_0, \\
 p_2 &= (\rho^2/2!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_n &= (\rho^n/n!) p_0, \\
 p_{n+1} &= (\rho^{n+1}/n \cdot n!) p_0, \\
 p_{n+2} &= (\rho^{n+2}/n^2 \cdot n!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_{n+r} &= (\rho^{n+r}/n^r \cdot n!) p_0, \\
 &\dots
 \end{aligned} \right\} (1.21)$$

Так как каждая заявка рано или поздно будет обслужена, то характеристики пропускной способности СМО равны:  $P_{\text{отк}} = 0, q = 1, A = \lambda$ .

Среднее число заявок в очереди:

$$r = \rho^{n+1} p_0 / [n \cdot n! (1 - \chi)^2]. \quad (1.22)$$

Среднее время ожидания заявки в очереди:

$$t_{\text{ож}} = \rho^n p_0 / [n \mu n! (1 - \chi)^2]. \quad (1.23)$$

Среднее число занятых каналов:

$$z = \rho. \quad (1.24)$$

Среднее число заявок связанных с системой:

$$k = r + z. \quad (1.25)$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$t_{\text{сист}} = t_{\text{ож}} + 1/\mu. \quad (1.26)$$

### 1.5. Метод динамики средних

Описание случайных процессов, протекающих в системе инженерных коммуникаций и оборудования предприятия возможно, например, с помощью специального математического аппарата – теории непрерывных марковских цепей.

Этот аппарат дает возможность составить линейные дифференциальные уравнения для вероятностей состояний, а также линейные алгебраические уравнения для предельных вероятностей состояний, отражающих относительное время пребывания системы в каждом из этих состояний для предельного, установившегося режима.

Эти методы представляют собой удобный математический аппарат только в том случае, когда число возможных состояний системы  $S$  сравнительно невелико. В случае, когда число возможных состояний системы велико (порядка нескольких десятков, а то и сотен), эти методы перестают быть удобными. Во-первых, совместное решение большого числа не только дифференциальных, но и алгебраических уравнений затруднительно даже при наличии ЭВМ. Кроме того, если даже нам удастся решить эти уравнения и найти вероятности всех состояний системы, полученные результаты будут трудно обозримыми. Для того, чтобы их осмыслить, все равно придется пользоваться какими-то обобщенными характеристиками процесса, какими-

то *средними значениями* (такими, например, как «среднее число занятых каналов» или «среднее число заявок в очереди», которыми пользуются, например, в теории массового обслуживания. С помощью теории непрерывных марковских цепей такие средние характеристики вычисляются через *вероятности состояний*. Однако в случае, когда состояний слишком много, такой способ становится неприемлемым.

Возникает вопрос: а нельзя ли составить и решить уравнения *непосредственно для интересующих нас средних характеристик*, минуя вероятности состояний? Оказывается, можно – иногда точно, иногда – приближенно, с некоторой погрешностью. Такими задачами и занимается, так называемый, «метод динамики средних». Он ставит себе целью непосредственное изучение средних характеристик изучаемых процессов, протекающих в сложных системах с большим (практически необозримым) числом состояний.

Любопытно, что основой применимости метода динамики средних является именно то, что препятствует изучению явлений более подробными методами: сложность изучаемых процессов и большое число участвующих в них элементов. Как и везде, где применяются методы теории вероятностей, массовость изучаемых явлений позволяет установить в них сравнительно простые закономерности.

Рассмотрим идею метода на следующем простейшем примере.

Пусть имеется сложная физическая система  $S$ , состоящая из большого числа  $N$  однородных элементов (или «единиц»), каждый из которых может случайным образом переходить из состояния в состояние. Предположим, что все потоки событий, переводящие систему  $S$  (и каждый элемент) из состояния в состояние – пуассоновские (хотя в общем случае и не простейшие, а с интенсивностями, произвольным образом зависящими от времени). Тогда процесс, протекающий в системе будет марковским.

Допустим, что каждый элемент может быть в любом из  $n$  возможных состояний:  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ , а состояние системы  $S$  в каждый момент характеризуется числом элементов, находящихся в каждом из состояний. Требуется исследовать случайный процесс, протекающий в системе  $S$ .

В принципе, возможно рассмотреть все возможные состояния системы  $S$ :

$S_{N,0,\dots,0}$  – все элементы находятся в состоянии  $\xi_1$ , в других состояниях нет ни одного элемента;

$S_{N-1,1,0,\dots,0}$  – один элемент находится в состоянии  $\xi_2$ , все остальные – в состоянии  $\xi_1$ , и т.д., и найти вероятности этих состояний. Однако, при большом числе элементов  $N$  даже перечисление возможных состояний системы  $S$  затруднительно, не то, что составление и решение уравнений для вероятностей состояний.

Очевидно, нужно идти другим путем. Отвлечемся от возможных состояний системы в целом и сосредоточим свое внимание на отдельном элементе (так как все элементы однородны, все равно, какой это будет элемент).

Введем в рассмотрение случайную величину  $X_k(t)$  – число единиц, находящихся в момент  $t$  в состоянии  $\xi_k$ . Будем называть ее кратко *численностью состоя-*

*ния*  $\xi_k$  в момент  $t$ . Очевидно, для любого момента  $t$  сумма численностей всех состояний равна общей численности элементов:

$$X_1(t) + X_2(t) + \dots + X_n(t) = N.$$

Или, короче:

$$\sum_{k=1}^n X_k(t) = N. \quad (1.27)$$

Рассмотренная величина  $X_k(t)$  для любого  $t$  представляет собой *случайную величину*, а вообще при меняющемся  $t$  – *случайную функцию времени*.

Поставим задачу: найти для любого  $t$  основные характеристики случайной величины  $X_k(t)$  – ее математическое ожидание:

$$m_k(t) = M[X_k(t)] \quad (1.28)$$

и дисперсию:

$$D_k(t) = D[X_k(t)]. \quad (1.29)$$

Другими словами, для каждого момента времени  $t$  необходимо знать среднее значение численности каждого состояния, а также разброс фактической численности около средней. Для нахождения этих характеристик необходимо знать интенсивности всех потоков событий, переводящих элемент (не систему) из состояния в состояние. Предположим, что эти интенсивности известны. Тогда численность каждого состояния  $X_k(t)$  можно представить как сумму случайных величин, каждая из которых связана с отдельным ( $i$ -м) элементом, а именно:

$$X_k^{(i)}(t) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \quad (1.30)$$

если  $i$ -й элемент находится в состоянии  $\xi_k$  и если нет, соответственно.

Очевидно, для любого момента  $t$  общая численность состояния  $\xi_k$  равна сумме случайных величин:

$$X_k(t) = X_k^{(1)}(t) + X_k^{(2)}(t) + \dots + X_k^{(N)}(t),$$

$$X_k(t) = \sum_{i=1}^N X_k^{(i)}(t). \quad (1.31)$$

Если интенсивности  $\lambda_{ij}$  потоков событий, переводящих каждый элемент из состояния в состояние, известны (а, стало быть, не случайны), то величины  $X_k^{(1)}(t)$ ,  $X_k^{(2)}(t)$ , ...,  $X_k^{(N)}(t)$  для отдельных элементов независимы между собой. По теореме сложения математических ожиданий (для которой, кстати, независимости не требуется) и теореме сложения дисперсий:

$$m_k(t) = \sum_{i=1}^N M[X_k^{(i)}(t)],$$

$$D_k(t) = \sum_{i=1}^N D[X_k^{(i)}(t)]. \quad (1.32)$$

Найдем числовые характеристики – математическое ожидание и дисперсию – случайной величины  $X_k^{(i)}(t)$ , заданной выражением (1.30). Эта величина имеет два возможных значения: 0 и 1. Вероятность первого из них равна  $p_k(t)$  – вероятности того, что элемент находится в состоянии  $\xi_k$  (так как элементы однородны, то для всех них эта вероятность одна и та же). Ряд

распределения каждой из случайных величин  $X_k^{(i)}(t)$  один и тот же и имеет вид:

|              |          |
|--------------|----------|
| 0            | 1        |
| $1 - p_k(t)$ | $p_k(t)$ |

(1.33)

где в верхней строке указаны возможные значения случайной величины, а в нижней – их вероятности.

Математическое ожидание случайной величины, заданной рядом распределения (1.33), равно:

$$M[X_k^{(i)}(t)] = 0 \cdot (1 - p_k(t)) + 1 \cdot p_k(t) = p_k(t),$$

где  $p_k(t)$  – вероятность того, что отдельный элемент в момент  $t$  будет находиться в состоянии  $\xi_k$ . Дисперсия случайной величины с рядом распределения (1.33) равна:

$$D[X_k^{(i)}(t)] = (0 - p_k(t))^2 \cdot (1 - p_k(t)) + (1 - p_k(t))^2 \cdot p_k(t) = p_k(t) \cdot (1 - p_k(t)).$$

Подставляя эти выражения в формулы (1.32), найдем математическое ожидание и дисперсию численности  $k$ -го состояния:

$$m_k(t) = N \cdot p_k(t), \tag{1.34}$$

$$D_k(t) = N \cdot p_k(t) \cdot (1 - p_k(t));$$

$$D_k(t) = N \cdot p_k(t) \cdot (1 - p_k(t)). \tag{1.35}$$

Таким образом, математическое ожидание и дисперсия численности любого состояния  $\xi_k$  для любого  $t$  выражаются формулами (1.34) и (1.35) через число элементов  $N$  и вероятность  $k$ -го состояния любого элемента.

Зная дисперсию  $D_k(t)$ , можно найти среднее квадратическое отклонение численности состояния  $\xi_k$ :

$$\sigma_k(t) = \sqrt{N \cdot p_k(t) \cdot (1 - p_k(t))}, \tag{1.36}$$

и значит, для любого момента времени  $t$  указать ориентировочно диапазон практически возможных значений численности:

$$m_k(t) \pm 3\sigma_k(t). \tag{1.37}$$

Таким образом, не определяя вероятностей состояний системы  $S$  в целом, а, занимаясь только вероятностями состояний отдельных ее элементов, можно определить, чему равна для любого момента  $t$  средняя численность каждого состояния и в каких пределах находится фактическая численность. Если известны вероятности всех состояний одного элемента  $p_1, p_2, \dots, p_n$  как функции времени, то тогда известны и средние численности состояний:  $m_1, m_2, \dots, m_n$  и их дисперсии:  $D_1, D_2, \dots, D_n$  и средние квадратические отклонения:  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ .

Таким образом, поставленная задача сводится к определению вероятностей состояний одного отдельного элемента. Эти вероятности могут быть найдены как решения дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний.

### 1.6. Многоуровневая модель управления организацией

Большинство экономических явлений представляют собой результат взаимодействия многосложных усло-

вий производства и методов управления. Создавая математическую модель, описывающую деятельность организации, мы преследовали определенную цель: модель должна быть наиболее приближенной к реальным процессам, происходящим в данной организации, а для этого необходимо проведение полного ее исследования и применение различных методов моделирования [45].

При выборе методов моделирования мы придерживались определенного принципа, что организация представляет собой нечто намеренное выжить в условиях неопределенности поэтому, можно уверенно положить, что организация является жизнеспособным образованием и если мы хотим понять принципы жизнеспособности, то лучше всего в качестве модели необходимо выбрать систему известную, как жизнеспособную. В разработках английского ученого Стеффорда Бира была проведена аналогия между функционированием организации и организмом человека, как самой развитой и самой гибкой из всех жизнеспособных систем [6].

Таким образом, проводя исследования абстрактной организации, деятельность которой заключается в обслуживании принадлежащих ей фондов и, учитывая разработки Бира, нам удалось выделить пять уровней управления (рис. 1.10) в которых необходимо выявить и количественно оценить главные, определяющие тенденции и закономерности формирования конечных результатов производственно – хозяйственной деятельности и их структурных подразделений. Следует заметить, что в ходе исследований удалось оценить явную недостаточность в четком выделении некоторых уровней управления. Например, в моделируемой организации отсутствует, в явном виде, 1-й и 2-й уровни управления (рис. 1.10), на котором должно происходить накопление, систематизация и математическая обработка оперативных данных о состоянии организации, последствием чего является разрозненное представление верхних уровней управления о том, чем же они фактически должны управлять, что приводит порой к выбору неправильных управленческих решений и снижению эффективности работы системы в целом.

Так же заметим, что в исследуемой организации отсутствует явное разделение между влияниями внешней среды 1 уровня управления, 2 уровня управления и 3 уровня управления, что приводит соответственно к снижению реакции системы в целом на изменение окружающей среды.

Ниже кратко опишем предназначение и содержание каждого из уровней управления с учетом наложения их на исследуемую организацию.

Итак, модель первого уровня управления представляет собой вероятностную модель системы массового обслуживания. Из внешней среды 1 уровня сюда поступает поток заявок на обслуживание или, другими словами, поток отказов оборудования ( $\lambda$ ) и информация о состоянии объектов находящихся под обслуживанием. Закономерности данной модели, которые проявляются в массовых явлениях, носят вероятностный (стохастический) характер. Для их выявления используются специальные математические приемы и методы теории исследования операций, которые дают нам прогнозные оценки влияния внешней среды 1 уровня управления, а так же оценки текущего состояния. С помощью данной модели, так же можно проигрывать влияние тех или иных управленческих решений на прогнозируемую ситуацию [4].

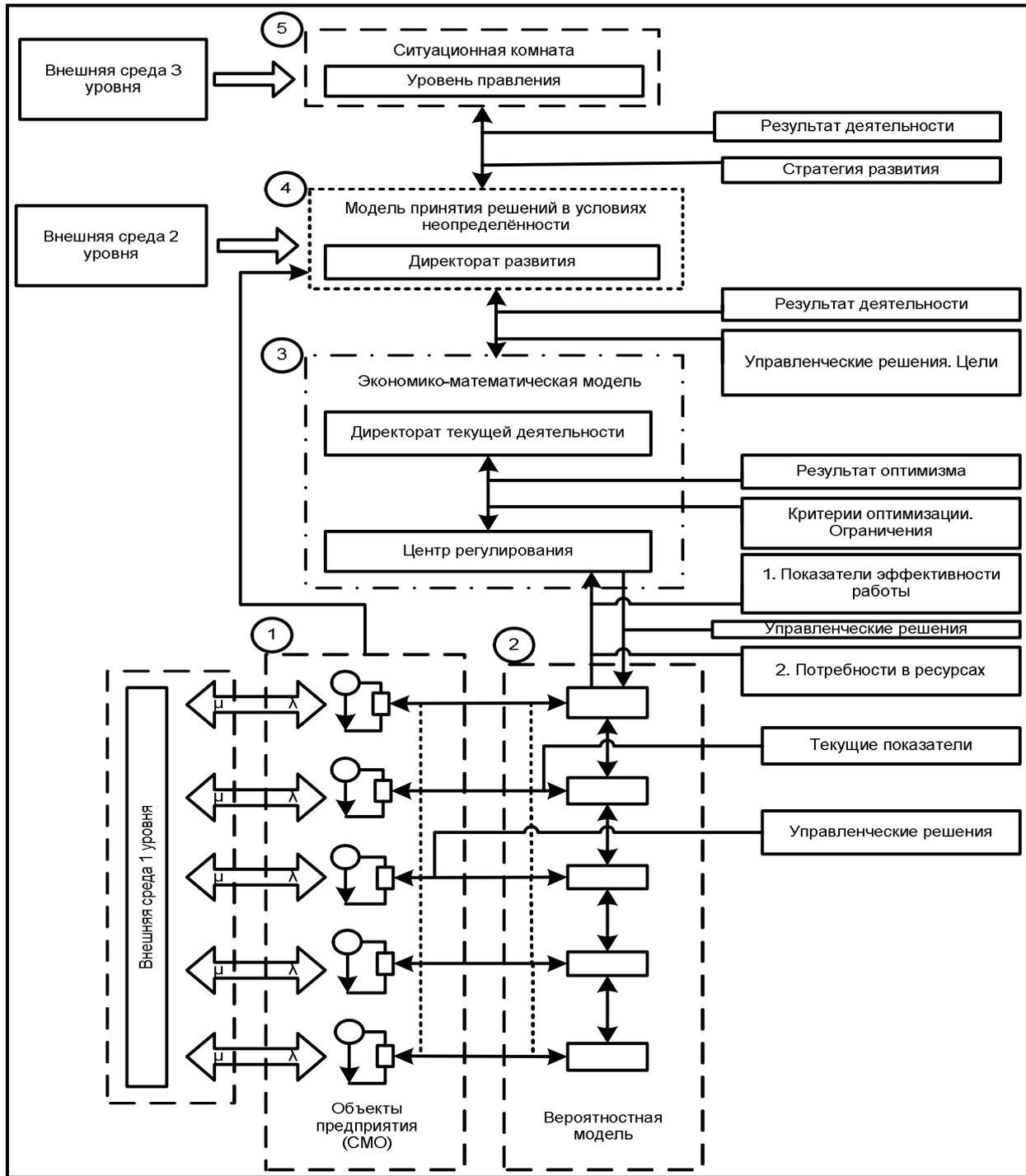


Рис. 1.10. Пятиуровневая модель управления

**Модель второго уровня управления** является экономико-математической моделью. Здесь происходит оптимизация распределения средств производства и формирование критериев оптимизации. Данный процесс можно описать в двух словах следующим образом. У нас есть управленческие решения на выполнение тех или иных действий, спускающиеся с верхних уровней управления, реализация которых требует то или иное количество средств. В свою очередь, мы имеем параметры состояния объектов основных фондов и ряд других параметров. Модель выбирает

управленческие решения с **максимальной эффективностью** или предлагает свои эффективные решения. Критерий оценки принимаемых решений или критерий их оптимальности, может быть двояким: показатель доводится до максимума (производительность оборудования и рабочих, фондоотдача прибыль и т.п.) или до минимума (себестоимость, материалоемкость, расход различных ресурсов) [42].

В общем виде задача линейного программирования формулируется следующим образом: найти максимальное (минимальное) значение целевой функции

$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$  при ограничении в виде равенств  $\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j = b_i$ , равенств  $\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j \geq b_i$  или

$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j \leq b_i$  и условия неотрицательности  $x_j \geq 0$ . В рассматриваемой нами модели системы основной задачей является минимизация издержек на осуществление обслуживания основных фондов организации [47].

**Модель третьего уровня управления** представляет собой высший уровень автономного управления и низший уровень управления корпорацией. Ее функция состоит прежде всего в том, чтобы управлять стабильностью внутренней обстановки в данной организации.

Во-первых, модель 3 уровня управления – часть управления корпорацией и, следовательно, передатчик плановых и специальных указаний подразделениям. Она также получатель информации о внутренней обстановке.

Во-вторых, модель 3 уровня управления единственный приемник информации, отфильтрованной и направляемой вверх со 2 уровня управления.

Благодаря модели 3 уровня управления текущая служебная информация относительно регулирования внутренней обстановки всегда под рукой, поскольку ею располагает центр регулирования (см. рис. 1.10), подразделения постоянно получают отфильтрованные новости; подразделения могут затребовать любые дополнительные данные, генерируемые моделью 2 уровня управления. Итак модель 3 уровня управления отфильтровывает информацию, направленную вниз в директоры подразделений и отфильтровывает информацию направленную вверх для высшего руководства. Однако, модель 3 уровня управления не учитывают внешнюю среду, окружающую организм в целом, а учитывает только внешнее окружение их подразделения [21].

**Модель четвертого уровня управления** является связующим звеном внешней среды второго уровня и внутренними процессами текущей деятельности организации. Здесь осуществляется процесс принятия решений в условиях неопределенности, которые создаются внешней средой. Он строится по следующей схеме:

- 1) у органа управления  $Y$  множество взаимоисключающих решений  $\Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}$ , одно из которых ему необходимо принять;
- 2) у среды  $C$  множества взаимоисключающих состояний  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ , однако, в каком конкретном состоянии находится (или будет находиться) среда  $C$ , органу управления  $Y$  неизвестно;
- 3) у органа управления  $Y$  оценочного функционала  $F = \{f_{jk}\}$ , характеризующего «выигрыш» или «проигрыш» органа управления при выборе им решения  $\varphi_k \in \Phi$ , если среда  $C$  будет находиться (или находится) в состоянии  $\theta_j \in \Theta$  [38].

Под ситуацией принятия решений будем понимать тройку  $\{\Phi, \Theta, F\}$ , где  $\Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}$  – множество решений органа управления  $Y$ ,  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$  – множество состояний среды  $C$ , которая находится в одном из состояний  $\theta_j \in \Theta$ ,  $F = \{f_{jk}\}$  – оценочный функцио-

нал (матрица оценочного функционала), определенный на  $\Theta \times \Phi$  и принимающий значения из  $R^1$ , при этом  $f_{jk} = f(\theta_j, \varphi_k)$ . В развернутой форме ситуация принятия решений характеризуется матрицей, элементами  $f_{jk}$  которой являются количественные оценки принятого решения  $\varphi_k \in \Phi$  при условии, что среда  $C$  находится в состоянии  $\theta_j \in \Theta$  [23].

|            |             |     |             |     |             |
|------------|-------------|-----|-------------|-----|-------------|
|            | $\varphi_1$ | ... | $\varphi_k$ | ... | $\varphi_m$ |
| $\theta_1$ | $f_{11}$    | ... | $f_{1k}$    | ... | $f_{1m}$    |
| ...        | ...         | ... | ...         | ... | ...         |
| $\theta_j$ | $f_{j1}$    | ... | $f_{jk}$    | ... | $f_{jm}$    |
| ...        | ...         | ... | ...         | ... | ...         |
| $\theta_n$ | $f_{n1}$    | ... | $f_{nk}$    | ... | $f_{nm}$    |

С категорией оценочного функционала тесно связаны такие известные понятия, как эффективность, полезность, потери, риск и т. д. Выбор той или иной формы выражения оценочного функционала зависит от целей и задач управления объектом  $O$ , наличия методик получения и расчета эффективности задач, решаемых объектом управления  $O$  и органом управления  $Y$ , времени процесса подготовки и принятия решений и т. д. Впоследствии будем использовать две формы выражения оценочного функционала  $F$ , определяющие полезность, ценность и т. п. или потери, убытки, риск и т. д. [8]

Будем говорить, что оценочный функционал  $F$  имеет положительный ингредиент, если орган управления  $Y$  при принятии решения исходит из условия достижения  $\max\{f_{jk}\}$ . В этом случае условимся для положительного ингредиента соблюдать запись  $F = F^+ = \{f_{jk}^+\}$ . Для отрицательного ингредиента  $F$  орган управления  $Y$  при принятии решения исходит из условия достижения  $\min\{f_{jk}\}$ . В этом случае  $F = F^- = \{f_{jk}^-\}$ .

Определение положительных и отрицательных ингредиентов характерно для активно направленных систем. Можно отметить ряд интересных ситуаций, в которых, например, ингредиент пассивно направленной системы может определяться из условия достижения  $\lambda \min_{\varphi_k \in \Phi} \{f_{jk}\} + (1 - \lambda) \max_{\varphi_k \in \Phi} \{f_{jk}\}$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ), причем при  $\lambda = 0$  имеем  $F = F^+$ , а при  $\lambda = 1$  имеем  $F = F^-$ .

Однако основная проблема принятия решений состоит в детализации и классификации информационных ситуаций, с одной стороны, и в разработке критериев для этих информационных ситуаций. Этот процесс представляет собой ситуационную комнату – это специальное рабочее место для одного или группы специалистов, специально оборудованное для оперативного построения и «проигрывания» сценариев, быстрой оценки проблемной ситуации на основе использования специальных методов обработки больших объемов знаний и информации. По сути, модель четвертого уровня представляет собой ситуационную комнату, которая позволяет быстро «погрузить» участников процесса принятия решений в рассматриваемую проблему, «научить их говорить» на одном языке, помочь разобраться в проблеме, правильно сформулировать запросы к внешним источникам информации и совместно подготовить хорошее (не обязательно наилучшее) решение [50]. Стэффорд Бир обращал внимание на то, что при построении систем управления

необходимо соблюдать закон Эшби, гласящий: «только разнообразие может справиться с разнообразием» (под разнообразием в кибернетике понимается число различаемых объектов или различаемых состояний объекта). Иными словами, разнообразие на входе должно соответствовать разнообразию на выходе. При этом важное следствие закона Эшби утверждает, что управление может быть обеспечено только в том случае, если разнообразие средств управляющего по крайней мере не меньше, чем разнообразие управляемой им ситуации [31].

Модель пятого уровня является лицом, принимающим решение. Это лицо выбирает единственное решение из множества, предлагаемого моделью четвертого уровня, оперируя своими личными предпочтениями, связанными со стратегией организации, ее целью и идеологией, которые в свою очередь связаны с влиянием внешней среды 3 уровня [37].

### 1.7. Оценка надежности элементов системы

Рассмотрим работу системы с позиций теории надежности. Элемент системы работает до отказа. После отказа его выключают из системы, ремонтируют или заменяют и вновь включают в работу. Математическая модель процесса функционирования элемента представляется следующей. В любой момент времени  $t$  элемент может находиться или в состоянии исправности, или в состоянии отказа.

Последовательность отказов элемента во времени составляет поток отказов. Поток отказов характеризуется параметром потока отказов  $\omega$ , который является аналогом интенсивности отказов  $\lambda$ . Для потоков отказов ординарных и не имеющих последствия эти понятия совпадают. Вместе с тем они имеют развитую природу:  $\omega(t)$  приближенно равна безусловной вероятности отказа элемента за единицу времени (которая достаточно мала), а  $\lambda(t)$  является условной вероятностью отказа за единицу времени при условии, что элемент проработал безотказно до момента  $t$ .

Рассмотрим основные характеристики ремонтируемых изделий. Предположим, что мы имеем возможность наблюдать за состоянием  $N$  одинаковых участков теплопроводов, каждый из которых имеет длину  $l$  (км) или  $N$  задвижек, установленных на теплопроводах, в течение  $t$  лет. За это время на каждом участке теплопровода или на каждой задвижке было обнаружено по  $m_i(t)$  повреждения (отказов), которые были устранены. В таком случае среднее число отказов до наработки  $t$  будет  $m_{cp}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(t)$ .

В пределе, при очень большом числе наблюдаемых объектов, получаем характеристику потока отказов

$$H(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(t).$$

У теплопроводов и их оборудования в период приемки все возможные дефекты обнаруживают и устраняют, поэтому период приработки отсутствует, и функцию  $H(t)$  можно считать линейной:  $H(t) = \omega t$  (где  $\omega = \text{const}$  – параметр потока отказов, определяемый экспериментально или из статистических данных повреждений, фиксируемых эксплуатирующими службами).

Если за время наблюдения  $\Delta t$  (обычно  $\Delta t$  принимают равным одному году) каждый элемент из наблю-

даемых отказал  $m_i$  раз, тогда  $\omega = \frac{\sum_{i=1}^N m_i}{N \Delta t}$ .

Величину, обратную параметру потока отказов,  $T = 1/\omega$  измеряемую в годах (часах), называют наработкой на отказ.  $T$  – это среднее время работы элемента (участка теплопровода, задвижки, компенсатора и т.д.) между отказами. Параметр потока отказов теплопроводов обычно относят к 1 км длины. В этом случае  $\omega = \omega_r l$ , где  $\omega_r$  – имеет размерность  $1/(год \cdot км)$ ;  $l$  – длина теплопровода (подающего и обратного), км.

Отказы возникают при случайном совпадении повышенных нагрузок на ослабленных элементах, поэтому отказ является случайным редким событием. Случайные отказы элементов системы теплоснабжения относят к простейшему потоку случайных событий или однородному процессу Пуассона. Такие процессы характеризуются стационарностью, отсутствием последствия и ординарностью. Покажем, что эти условия выполняются и для систем теплоснабжения.

Стационарности отвечает такой поток случайных событий, когда вероятность наступления определенного их числа на заданном промежутке времени зависит от длительности рассматриваемого промежутка, но не зависит от его сдвига на ту или иную величину по оси времени.

В процессе эксплуатации параметр потока отказов элементов систем теплоснабжения сохраняется примерно постоянным. Но вместе с тем число отказов в период низких наружных температур возрастает, а на подающей линии число отказов существенно больше, чем на обратной. Интенсивность коррозионных повреждений существенно зависит от температуры теплоносителя, следовательно, при качественном регулировании отпуска тепла – от времени года.

Учитывая существующую статистику повреждений, будем опираться на средние статистические данные и считать  $\omega = \text{const}$ . Следовательно, приближенно можно принять, что число отказов пропорционально рассматриваемому промежутку времени не зависит от его сдвига в пределах времени эксплуатации и система теплоснабжения обладает свойством стационарности. Если система характеризуется отсутствием последствия, то это значит, что отказы в системе возникают независимо друг от друга. Теплопроводы проектируют таким образом, чтобы повреждение одного участка не могло послужить причиной повреждения другого, поэтому можно считать, что системы теплоснабжения не имеют последствия.

Ординарностью обладают такие системы, у которых практически невозможно появление двух или нескольких отказов за малый промежуток времени. Системы теплоснабжения обладают свойством ординарности.

Вероятность  $m$  отказов за время  $t$  в простейшем потоке событий  $P_m(t)$  определяется по закону Пуассона:

$$P_m(t) = [(\omega \cdot t)^m / m!] e^{-\omega t}, \quad m = 0, 1, 2 \dots n.$$

Вероятность того, что в интервале времени  $t$  не будет ни одного отказа, равна  $P_0(t) = e^{-\omega t} = P(t)$ .

Эта вероятность есть функция надежности. Таким образом, функция надежности элементов системы теплоснабжения подчиняется экспоненциальному закону.

Надежность ремонтируемых элементов характеризуется коэффициентом готовности, который равен вероятности заставить систему в исправном состоянии.

Коэффициент готовности в рассматриваемом здесь методе расчета надежности систем тепловых сетей не используется, так как понятие коэффициента готовности основано на использовании свойств потока отказов, считая, что в течение расчетного времени в системе будет иметь место какое-то количество отказов и отказавшие элементы будут восстановлены. Такой подход к оценке надежности используют для систем, которые допускают перерывы в процессе работы. Но, технологическая постановка оценки надежности систем теплоснабжения базируется на другом принципе – недопустимости отказа системы теплоснабжения в течение отопительного периода, а при таком подходе используют понятие нестационарной вероятности отказа, а не коэффициента готовности.

### 1.8. Статистическая обработка данных по отказам некоторых видов инженерного оборудования

Исходной информацией для расчета надежности систем тепловых сетей являются значения параметров потока отказов элементов тепловых сетей и времени их восстановления (ремонта), поэтому обоснование расчетных значений  $\omega$  и  $\tau_B$  (а в дальнейшем и нормированных) является задачей весьма важной. Вместе с тем получение надежных данных  $\omega$  и  $\tau_B$  для теплопроводов и оборудования ТС представляет собой задачу большой сложности. Это связано в основном с невозможностью организации экспериментального определения этих величин, что вытекает из специфики условий работы элементов, высокой степени случайности повреждений, обусловленной разнообразием условий прокладки трубопроводов, взаимодействием с окружающим грунтом, качеством изоляционных покрытий и изменением их свойств во времени и многими другими причинами. Кроме того, отказы теплопроводов и оборудования ТС относятся к разряду случайных и редких событий, поэтому даже наблюдения за состоянием теплопроводов в условиях специальных полигонов ввиду требуемой большой длительности не могут дать надежных значений для параметра потока отказов.

Остается единственный путь – ретроспективный анализ результатов наблюдений за тепловыми сетями в процессе их эксплуатации. Но, следуя этим путем, необходимо отработать определенную методику, позволяющую получить данные, которые могут быть использованы в расчетах. В МИСИ им. В.В. Куйбышева отработана определенная методика сбора исходной статистической информации, которая включает следующие принципиальные положения:

1. Обоснование объектов наблюдений, по результатам которых будут рассчитаны рекомендуемые значения  $\omega$ . Этот вопрос очень важен, так как на основании расчетных значений  $\omega$  и будет обосновываться и рассчитываться резерв системы ТС, который требует дополнительных затрат, поэтому должны учитываться только повреждения, имеющие случайную природу.

Практически это обосновывается в результате обследования объекта наблюдения. Те объекты, которые были построены с нарушением проекта (например, не сооружен предусмотренный проектом дренаж) или с нарушением технологии производства работ, а также эксплуатация которых ведется с нарушением правил, из рассмотрения должны быть исключены. Таким образом, прежде всего должны быть обоснованы объекты наблюдений [2,30].

В специальной литературе часто приводятся данные по удельным отказам теплопроводов и оборудования, куда включены все, имевшие место повреждения. Но если повреждение произошло по вине ошибок, допущенных в проекте, при строительстве или эксплуатации, то его нельзя рассматривать как явление, имеющее случайную природу, и поэтому нельзя считать отказом. Действительно, не логично определять резерв системы на основании допущенных ошибок. Ошибки следует исправлять, а не резервировать.

2. Полученная статистическая информация от эксплуатирующих тепловые сети организаций должна быть тщательно проанализирована с учетом значимости повреждения, которое действительно повлечет за собой отключение элемента от сети для его замены или ремонта, ибо мелкие повреждения нельзя считать отказами; наконец, следует внимательно просмотреть все числовые значения характеристик повреждений, чтобы исключить возможные ошибки. Анализируемые объекты обследуют на месте, а особо серьезные отказы, обсуждают с эксплуатирующим персоналом, непосредственно принимавшим участие в ликвидации аварии. Если авария была давно, тогда с особым вниманием нужно просмотреть все сохранившиеся о ней документы. Следует отметить, что лишь тщательный анализ повреждений может дать надежные значения и без лишнего завышения.

3. В результате анализа повреждений проводят их классификацию и устанавливают соотношение между различными видами повреждений; выявляют группы наиболее серьезных повреждений, которые должны привлечь особое внимание. Анализируют причины повреждений, их физическую природу, случайные факторы, совпадение которых приводит к отказам. Делают выводы и дают рекомендации по возможному устранению причин отказов.

4. Полученные данные по отказам обрабатывают статистическими методами, определяют среднее значение и доверительные интервалы, после чего принимают расчетные значения. При необходимости более глубокого изучения и при достаточности исходных данных строят гистограмму и по ней устанавливают закон распределения отказов.

5. Так как полученные данные базируются на ретроспективном анализе и не учитывают технический прогресс, который приведет к уменьшению значений параметров потока отказов, поэтому следует проанализировать возможное снижение  $\omega$ , учитывая перспективные научно-технические работы, которые могут быть внедрены к моменту строительства объекта. Изложенная методика определения параметров потоков отказов элементов тепловых сетей многократно апробирована и ее применение дало положительные результаты. Ниже будут приведены результаты статистического анализа отказов теплопроводов и задвижек, проведенного на одном из предприятий г. Ижевска (табл. 1.3).

Таблица 1.3

## КЛАССИФИКАЦИЯ ОТКАЗОВ НА ТЕПЛОПРОВОДАХ И ИХ ОБОРУДОВАНИЯ

| Вид повреждения                                                        | Период наблюдения |         |         | Среднее значение |
|------------------------------------------------------------------------|-------------------|---------|---------|------------------|
|                                                                        | 1998 г.           | 1999 г. | 2000 г. |                  |
| Наружная коррозия труб                                                 | 83                | 82      | 85      | 83               |
| Разрыв сварных швов                                                    | 5                 | 3       | 7       | 5                |
| Коррозия стаканов сальниковых компенсаторов, выход из строя грундбоксы | 5                 | 5       | 5       | 4,75             |
| Повреждение задвижек                                                   | 7                 | 10      | 3       | 7,25             |
| Итого                                                                  | 100%              | 100%    | 100%    | 100%             |

Значения параметра потока отказов определяли на основании информации о повреждениях тепловых сетей, полученной в службе принимающей и регистрирующей заявки жителей. В качестве объектов исследования был выбран район, в котором теплоснабжение домов (например, предприятия ОАО «Буммаш», которая отапливает целый микрорайон города Ижевска) осуществлялось от одной ТЭЦ. Следуя принципам рассмотренной методики, теплопроводы выбранного района в основном находились в удовлетворительном состоянии, но отдельные трассы не соответствовали требованиям нормальной эксплуатации в течение всего года. Повреждения на таких трассах индивидуально анализировались и при необходимости отдельные участки отбраковывались.

При эксплуатации обнаружены подтопление и наружная коррозия нижнего теплопровода (как правило, подающего). Из-за повышенных архитектурных требований к городской территории в центре города, где расположены промышленные предприятия, крайне затруднено строительство наземных павильонов для размещения дренажных насосных и вентиляции коллекторов. Вследствие плохого дренирования коллекторов и из-за отсутствия принудительной вентиляции повышается влажность воздуха и тепловой изоляции и, следовательно, создаются условия, способствующие наружной коррозии труб.

Недостаточно тщательное проектирование и строительство нового ливневого водостока, идущего параллельно теплотрассе на более высоких отметках, чем канал с теплопроводами, в совокупности с низким качеством гидроизоляционных работ привело к тому, что во время дождей канал с теплопроводами наполняется водой. Кроме того, в последние годы службой эксплуатации района стали отмечаться случаи внутренней коррозии теплопроводов. Из-за увеличения подачи подпиточных насосов на ТЭЦ содержание кислорода в подпиточной воде становится выше нормированного, что ведет к внутренней коррозии теплопроводов, особенно новых, не имеющих накипи на внутренней поверхности защитной пленки.

Система рассматриваемого района представлена теплопроводами разных сроков службы и всех диаметров при весьма разнообразных способах прокладки.

Сбор информации о повреждениях теплопроводов осуществлялся по журналам учета повреждений. Для каждого повреждения устанавливали номер прокладки, способ прокладки, вид изоляции, геологические и прочие специфические условия прокладки данного теплопровода, причину и характер повреждения, дату и время отключения и включения участка, характер произведенного ремонта. Дополнительные данные о

характере повреждения, ремонте теплопровода и времени ликвидации повреждения, не приведенные в журналах или в книгах заявок, устанавливали путем опроса эксплуатационного персонала, непосредственно проводившего ремонтные работы.

Из общего количества повреждений на тепловых сетях для определения расчетного значения параметра потока отказов были учтены повреждения на теплопроводах, находящихся в нормальных условиях эксплуатации. Были проанализированы повреждения, зарегистрированные на теплопроводах и ответвлениях за три года – с ноября 1998 по ноябрь 2000 г. Общая протяженность всех теплопроводов 251,199 км.

Все повреждения на теплопроводах и оборудовании, которые после анализа были отнесены к отказам, имеющим случайную природу, были классифицированы по видам и для каждого вида была установлена относительная частота появления.

Наиболее частой причиной повреждений тепловых сетей является наружная коррозия. Осмотр участков труб, подвергавшихся наружной коррозии и замененных новыми, показал, что труба по всей длине покрыта слоем прокорродировавшего металла. В отдельных, небольших по площади местах (вероятно, с нарушенным антикоррозионным покрытием), видны очаги более интенсивной коррозии. В процессе коррозии уменьшается толщина стенки трубы с последующим образованием свища. Наружная коррозия теплопроводов вызывается, в основном контактом трубы с влагой. Так как трубы небольших и средних диаметров (100-500 мм) имеют меньшую толщину стенок, чем трубы больших диаметров, образование свищей, вызванных наружной коррозией, происходит быстрее, количество повреждений на этих трубах за четыре года зафиксировано больше, чем на трубах больших диаметров.

Повреждения, зафиксированные в трех районах с 1998 по 2000 г., проанализированы, согласно изложенной выше методике, и после исключения повреждений, не имеющих случайную природу и которые не приводят к отказам, были классифицированы по диаметрам теплопроводов от 20 до 89 мм (табл. 1.4).

Так как повреждения фиксировались в течение отопительного периода, поэтому время наблюдения следует считать равным трем отопительным периодам. Для г. Ижевска, на предприятии которого проводились исследования, длительность отопительного периода равна 205 дням или 0,562 года. Следовательно, при расчете параметра потока отказов  $\omega$  время наблюдения будет равно  $3 \cdot 0,562 = 1,68$  года, исходя из которого были рассчитаны  $\omega$ , приведенные ранее.

Значение параметра потока отказов  $\omega$  определили по выражению [30]:  $\omega = n / (t \Sigma_l)$ , где  $n$  – количество отказов, зафиксированных на теплопроводах одного диаметра;  $t$  – время наблюдения за теплопроводами, год;  $\Sigma_l$  – суммарная длина подающего и обратного теплопроводов одного диаметра, км.

Зависимость  $\omega$  от диаметра теплопровода не проявляется, что имеет и теоретическое обоснование, так как частоту появления дефектов следует принимать пропорциональной длине трубы, а не ее площади поверхности, и мало зависящей от диаметра теплопровода, поскольку нескольких повреждений по длине окружности трубы – событие весьма маловероятное, что и подтверждается статистическими данными в табл. 1.4.

Таблица 1.4

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ ПО ОТКАЗАМ НА ТЕПЛОПРОВОДАХ ЗА ПЕРИОД ЭКСПЛУАТАЦИИ С 1988 ПО 2000 ГГ.

| Характеристики                                    | Диаметр трубопроводов, мм |       |        |        |       |        |        |     |      |
|---------------------------------------------------|---------------------------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-----|------|
|                                                   | 15                        | 20    | 25     | 32     | 40    | 50     | 76     | 80  | 89   |
| Протяженность труб, км                            | 98,3                      | 1,027 | 44,221 | 55,0   | 3,855 | 27,289 | 16,844 | 0,9 | 11,7 |
| Число отказов                                     | 8                         | 0     | 2      | 2      | 1     | 1      | 2      | 0   | 1    |
| Параметр потока отказов $\omega$ , $1/(год * км)$ | 0,048                     | 0     | 0,02   | 0,0217 | 0,15  | 0,0219 | 0,07   | 0   | 0,05 |

Не удается также установить зависимость времени восстановления  $\tau_B$  от диаметра труб, так как число аварийных отказов на трубопроводах больших диаметров мало и эти данные нельзя считать представительными. Лишь для трубопроводов малых диаметров (15-32 мм) можно привести среднее время восстановления  $\tau_B = 5,96$  ч. Это время получено в результате наблюдения за тепловыми сетями протяженностью 229,761 км в течение трех отопительных сезонов и может рассматриваться как достаточно представительная величина.

*Примечание.* Общая протяженность тепло- и водопроводов 259,136 км; общее количество отказов 17, среднее значение параметра потока отказов для труб всех диаметров равно:

$$\omega = 17 / (1,68 \cdot 259,136) = 0,12881 / (год \cdot км).$$

Проведем статистическую обработку значений  $\omega$ , приведенных в табл.1.4, по диаметрам.

Среднее значение параметра потока отказов будет являться оценкой математического ожидания  $m$ :

$$\tilde{m} = \frac{1}{13} \sum_{i=1}^{13} \omega_i = 0,554/13 = 0,041.$$

Здесь следует остановиться на значении  $\omega_{cp} = 0,288$ , полученном суммарно для всей протяженности труб и как среднем арифметическом 13 значений  $\omega$ , рассчитанных для каждого диаметра труб отдельно. Первая оценка  $\omega$  является более сглаженной, так как не учитывает особенности работы труб каждого диаметра (года строительства, длительности работы, условий обслуживания и пр.), а при расчете  $\omega$  для каждого диаметра эти особенности проявляются в числе отказов на трубах этого диаметра и их протяженности. Учитывая изложенное, предпочтение следует отдать среднему значению  $\omega$ , полученному вторым способом.

Оценка дисперсии будет следующая:

$$\tilde{D} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{13} (\omega_i - \tilde{m})^2 = 0,001921.$$

**1.9. Полученные результаты и выводы**

1. В данной главе под многоуровневой системой со множеством состояний рассматривались система жизнеобеспечения предприятия, включающая в себя инженерные коммуникации и оборудование, оптимизация управления которыми в настоящее время приобрела крайне актуальный характер. В случае исследования системы со множеством состояний необходимо:

- проанализировать систему жизнеобеспечения предприятия с точки зрения ее надежности и эффективности обслуживания;
- разработать математическую модель системы массового обслуживания инженерных коммуникаций и оборудования

и на ее основе проанализировать эффективность работы данной системы;

- вывести функцию зависимости интенсивности отказов системы жизнеобеспечения предприятия от износа различных видов инженерного оборудования;
- разработать математическую модель, описывающую состояние системы жизнеобеспечения предприятия в любой момент времени, с помощью которой можно осуществить процесс оптимизации планирования капитального инженерных коммуникаций и оборудования.

2. Проведено исследование отказов трубопроводов в период с 1998 по 2000 г.г. изучаемой системы теплоснабжения предприятия и разработана методика оценивания функции распределения интенсивности отказов по видам инженерного оборудования, которую можно применять по отношению как к водо- и теплосетям, электросетям и т.д.

3. Разработана пятиуровневая модель организации, обслуживающей жизнеобеспечение предприятия, которая позволяет упорядочить все функциональные потоки не только внутри организации, но и с внешними организациями, систематизировать информацию внутреннюю и внешнюю, оптимизировать влияние управленческих решений и реакцию организации на воздействия внешней среды.

**2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ОБОРУДОВАНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ КОММУНИКАЦИЙ И ОБОРУДОВАНИЯ, КАК СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

**2.1. Стохастическая модель отказов и восстановления инженерного оборудования**

Для создания вероятностной модели изучаемой системы инженерных коммуникаций все инженерное оборудование, которое находится на обслуживании технологического цеха, представим как некоторую систему  $S$ . При выходе из строя (отказе) оборудования или его восстановлении (ремонте) система  $S$  переходит из одного состояния в другое в случайные моменты времени  $t$  (см. граф состояний рис. 1.3.), поэтому математическая модель, описывающая состояние системы  $S$ , является динамической вероятностной моделью. Очевидно, что систему  $S$  можно рассматривать как физическую систему, в которой каждый вид оборудования имеет определенную надежность и переход системы из состояния  $S_i$  в  $S_j$  зависит от многих факторов, таких как качество оборудования, сроки и усло-

вия эксплуатации и т. д., но об этом мы поговорим в следующих разделах.

На начальном этапе разработки модели мы позволили себе рассмотреть систему **S** как систему заявок и к изучению случайного процесса отказов и ремонта оборудования применить схему марковского случайного процесса с дискретными состояниями  $S_i (i = \overline{1, N+1})$  системы **S** и непрерывным временем  $t$ .

Уравнения Колмогорова для нашей системы имеют вид (1.7), а начальные условия (1.8). При условии, что интенсивности переходов из состояния в состояние  $\lambda_{ij} = \lambda$ , при  $i < j$ , и  $\lambda_{ij} = \mu$ , при  $i > j$  постоянны, система (1.7) является линейной неоднородной системой дифференциальных уравнений и задача Коши для этой системы имеет единственное решение, а в случае замкнутости рассматриваемой системы по теореме Хинчина это решение является устойчивым [18].

Для определения параметров  $\lambda$  и  $\mu$  было сделано предположение о том, что потоки заявок и ремонта оборудования являются простейшими пуассоновскими потоками. Гипотеза о показательном распределении потоков была проверена с помощью критерия Пирсона. При  $\lambda = 0.05$  и  $\mu = 0.06$  были найдены вероятности состояния  $p_i(t)$  системы **S**.

Особый интерес представляет предельный случай, когда при  $t \rightarrow \infty$ , в системе **S** устанавливается стационарный режим. Для того, чтобы вычислить предельные вероятности в системе уравнений Колмогорова нужно положить  $dp_i/dt$  равными нулю. В этом случае имеем систему линейных алгебраических уравнений (1.7) [1].

$$AP + F = 0, \tag{2.1}$$

где  $A = A(\lambda, \mu)$ .

Методы решения:

Аналитическое решение уравнения (1.7)

$$P'(t) = AP(t), \tag{2.2}$$

$$P_{o.n.}(t) = P_{o.o.}(t) + \tilde{P}(t),$$

где

$P_{o.n.}(t)$  – общее решение неоднородной системы (1.7),

$P_{o.o.}(t)$  – общее решение однородной системы (2.2),

$\tilde{P}(t)$  – частное решение неоднородной системы (1.7),

$$P_{o.o.}(t) = W(t) \cdot C,$$

где

$W(t) = W(P^{(1)}(t), P^{(2)}(t), \dots, P^{(n)}(t))$  – фундаментальная матрица,

$\{P^{(i)}(t)\}_1^n$  – совокупность линейных независимых решений,

$P^{(i)}(t) = \alpha_i \exp(k_i \cdot t)$ , где  $k_i$  – корень характеристического уравнения [39].

$$\tilde{P}(t) = W(t) \cdot \int_{t_0}^t W^{-1}(\xi) F(\xi) d\xi,$$

$$P_{ч.н.}(t) = W(t)W^{-1}(t_0) (P_0 - \tilde{P}(t_0)) + \tilde{P}(t).$$

Численное решение уравнения (1.7) [11]:

$$\begin{cases} p_1^{(i+1)} = p_1^{(i)} + ha^{(1)}\tilde{p}^{(i)} + f_1h, \\ p_2^{(i+1)} = p_2^{(i)} + ha^{(2)}\tilde{p}^{(i)} + f_2h, \\ \dots \\ p_n^{(i+1)} = p_n^{(i)} + ha^{(n)}\tilde{p}^{(i)} + f_nh, \end{cases}$$

$h$  – шаг по времени,

где

$\tilde{p}^{(i)} = (p_1^{(i)}, p_2^{(i)}, \dots, p_n^{(i)})^{-1}$  – значение на  $i$ -ом шаге,

$a^{(k)} = (a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{nk})$ ,  $1 \leq k \leq n$ ,

$F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ ,  $p^{(0)} = (p_1^{(0)}, \dots, p_n^{(0)})$ ,

$\|p^{(k+1)} - p^{(k)}\| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

Численное решение уравнения (2.1):

$$CP(t) = BP(t) + D;$$

$$|a_{ij}| > \sum_{i \neq j}^n |a_{ij}|, \quad 1 \leq i \leq n; \quad b_{ij} = -a_{ij} / a_{ii}, \quad i \neq j, \quad b_{ii} = 0;$$

$$d_i = \frac{b_i}{a_{ii}};$$

$$\begin{cases} p_1^{(k+1)} = b_{1,1}p_1^{(k)} + b_{1,2}p_2^{(k)} + \dots + b_{1,n}p_n^{(k)} + d_1, \\ p_2^{(k+1)} = b_{2,1}p_1^{(k+1)} + b_{2,2}p_2^{(k)} + \dots + b_{2,n}p_n^{(k)} + d_2, \\ \dots \\ p_n^{(k+1)} = b_{n,1}p_1^{(k+1)} + b_{n,2}p_2^{(k+1)} + \dots + b_{n,n}p_n^{(k)} + d_n, \end{cases}$$

$p^{(0)} = (p_1^{(0)}, \dots, p_n^{(0)})$  – н.у.;  $\|p^{(k+1)} - p^{(k)}\| \leq \varepsilon$ , где

$$\varepsilon = 10^{-6}.$$

В виду большой размерности системы (2.1) ее аналитическое решение слишком трудоемко и неэффективно, поэтому для реализации численного решения был разработан программный продукт в среде *Borland Delphi 5.0* [43], который позволяет не только просчитывать реальные состояния исследуемой системы, но и моделировать различные ситуации относительно изменений потоков интенсивностей  $\lambda$  и  $\mu$  [16].

С помощью программного продукта [7] была исследована зависимость вероятностей состояния системы от потока заявок (рис. 2.1). На диаграмме видно, что при увеличении потока заявок увеличиваются вероятности «больших поломок». Под «большими поломками» будем понимать состояния системы, когда сломалось больше половины элементов.

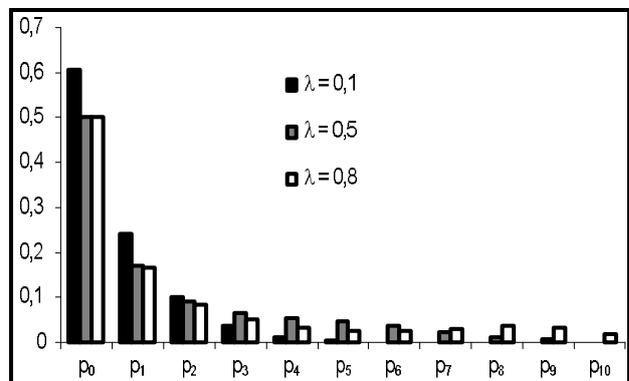


Рис. 2.1. Зависимость вероятностей поломок 10 узлов от потока заявок

Таблица 2.1

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 10 УЗЛОВ

| Вероятности | $\lambda = 0,1$ | $\lambda = 0,5$ | $\lambda = 0,8$ |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $p_0$       | 0,606           | 0,5             | 0,5             |
| $p_1$       | 0,241           | 0,168           | 0,167           |
| $p_2$       | 0,102           | 0,0892          | 0,0833          |
| $p_3$       | 0,0369          | 0,0632          | 0,0501          |
| $p_4$       | 0,0112          | 0,0539          | 0,0339          |
| $p_5$       | 0,00283         | 0,0466          | 0,0261          |
| $p_6$       | 0,000589        | 0,0358          | 0,0251          |
| $p_7$       | 0,0000977       | 0,0232          | 0,0298          |
| $p_8$       | 0,0000121       | 0,0126          | 0,0346          |
| $p_9$       | 1,01E-06        | 0,00546         | 0,0313          |
| $p_{10}$    | 4,23E-08        | 0,0015          | 0,0191          |

Опасная ситуация сложилась при  $\lambda = 0,8$ , т.к. вероятность поломки  $p_{10} = 0,0191$  (см. табл. 2.1), в отличие от того, что при  $\lambda = 0,1 \cdot p_{10} = 4,23E-08$ . Поэтому, по виду распределения поломок мы можем проанализировать состояние производственных площадей. Если

вероятности «больших поломок» будут большими, то можно сказать, что объект находится в плохом состоянии и требует капитального ремонта.

Поток заявок сильно влияет на распределение вероятностей и мы не можем его контролировать, так как элементы ломаются независимо от нас, случайным образом. Посмотрим как влияет поток ремонта на вероятности поломок. На рис. 2.2. представлены распределения поломок 10 элементов при изменении  $\lambda$  и  $\mu$ . Видно, что поток ремонта тоже влияет на изменение вероятностей состояния системы. Т.е. увеличивая поток ремонта  $\mu$  мы можем увеличить вероятность того, что система будет находиться в состоянии – «ничего не сломалось», и значительно снизить вероятность «больших поломок». На рис. 2.2. видно, что поток заявок значительно сильнее влияет на вероятности состояний, чем поток ремонта. А также, заметим, что они влияют на вероятности состояний обратно пропорционально [17].

Из табл. 2.2 видно, что при  $\lambda = 0,1$  практически полностью исчезают вероятности «больших поломок», а  $p_0 = 0,9127$ . При  $\mu = 0,8$  имеем  $p_0 = 0,55$ .

Вообще говоря, на поток ремонта мы можем повлиять, увеличив эффективность работы или количество рабочих, тем самым, уменьшая вероятность поломок системы.

Таблица 2.2

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 10 УЗЛОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОТОКА ЗАЯВОК И РЕМОНТА

| Вероятности | $\mu = 0,1$ | $\mu = 0,5$ | $\mu = 0,8$ | $\lambda = 0,8$ | $\lambda = 0,5$ | $\lambda = 0,1$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $p_0$       | 0,1331      | 0,4343      | 0,55        | 0,638           | 0,71            | 0,9127          |
| $p_1$       | 0,1701      | 0,2797      | 0,2588      | 0,2384          | 0,2157          | 0,08179         |
| $p_2$       | 0,1856      | 0,1621      | 0,1209      | 0,0875          | 0,056           | 0,005221        |
| $p_3$       | 0,1726      | 0,07814     | 0,04776     | 0,02682         | 0,0118          | 0,000253        |
| $p_4$       | 0,1391      | 0,03146     | 0,01578     | 0,0068          | 0,00202         | 9,60E-06        |
| $p_5$       | 0,09731     | 0,01057     | 0,004357    | 0,00142         | 0,00028         | 2,80E-07        |
| $p_6$       | 0,05825     | 0,00292     | 0,000989    | 0,000243        | 3,10E-05        | 6,70E-09        |
| $p_7$       | 0,02897     | 0,00064     | 0,000179    | 3,20E-05        | 2,60E-06        | 1,20E-10        |
| $p_8$       | 0,01133     | 0,00011     | 2,42E-05    | 3,20E-06        | 1,70E-07        | 1,50E-12        |
| $p_9$       | 0,003131    | 1,19E-05    | 2,20E-06    | 2,10E-07        | 7,06E-09        | 1,20E-14        |
| $p_{10}$    | 0,0004623   | 6,67E-07    | 1,00E-07    | 7,20E-09        | 1,40E-10        | 0               |

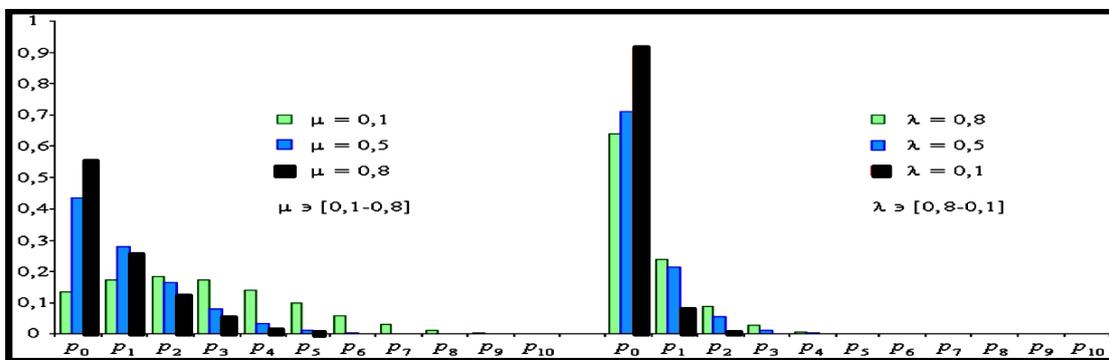


Рис. 2.2. Зависимость вероятностей поломок 10 узлов от потока заявок и потока восстановления

## 2.2. Расчет характеристик потока заявок

Для точности описания системы  $S$  инженерного оборудования предприятия при разработке ее математической модели предлагаем рассмотреть отдельно интенсивности потоков  $\lambda$  и  $\mu$  для каждого вида инженерного оборудования.

В табл. 2.3 приведены статистические исследования по отказам на трубопроводах и их оборудовании. По этим данным можно сделать вывод, что большую роль в отказах играет наружная коррозия труб – 82%, поэтому в модели мы будем рассматривать 4 вида инженерного оборудования: трубы холодного водоснабжения (в последствии ХВС), трубы горячего водоснабжения (в последствии ГВС), трубы отопления и трубы канализации.

### Исследование потоков системы для ГВС

Таблица 2.3

#### ПОТОК ЗАЯВОК. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|-------------------|------------|
| 115,723                      | 1 201          | 115,723                       | 1 201          | 87 371,159                          | 0,51203 | 1 137,21          | 3,57823    |
| 231,447                      | 526            | 231,447                       | 526            | 57 803,833                          | 0,24986 | 554,929           | 1,50808    |
| 347,17                       | 214            | 462,894                       | 382            | 32 981,166                          | 0,18142 | 402,93            | 1,08717    |
| 462,894                      | 168            | 810,064                       | 95             | 31 592,485                          | 0,05011 | 111,299           | 2,38689    |
| 578,617                      | 42             | 1 041,51                      | 13             | 16 143,413                          | 0,00502 | 11,1484           | 0,30752    |
| 694,34                       | 32             | 1 388,68                      | 4              | 28 641,539                          | 0,00139 | 3,07946           | 0,27517    |
| 810,064                      | 21             |                               |                | 24 070,465                          |         |                   |            |
| 925,787                      | 8              |                               |                | 14 754,732                          |         |                   |            |
| 1 041,51                     | 5              |                               |                | 34 427,708                          |         |                   |            |
| 1 157,23                     | 3              |                               |                | 16 490,583                          |         |                   |            |
| 1 272,96                     | 0              |                               |                | 7 290,5735                          |         |                   |            |
| 1 388,68                     | 1              |                               |                | 6 654,0949                          |         |                   |            |
| $\Sigma$                     | 2221           |                               | 2 221          | 161,2885                            |         | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 9,14307    |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\lambda =$    | 0,062001                            |         | $\chi_{КР}^2 =$   | 9,5        |

Таблица 2.4

#### ПОТОК ОБСЛУЖИВАНИЯ. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|-------------------|------------|
| 122,47                       | 1 593          | 122,47                        | 1 593          | 113 591,2604                        | 0,69653 | 1547              | 1,36779    |
| 244,941                      | 441            | 2 44,941                      | 441            | 45 375,26896                        | 0,21137 | 469,463           | 1,7257     |
| 367,411                      | 103            | 734,822                       | 184            | 13 471,73977                        | 0,09131 | 202,802           | 1,74312    |
| 489,881                      | 64             | 1 469,64                      | 3              | 7 715,632779                        | 0,00078 | 1,73331           | 0,92569    |
| 612,352                      | 17             |                               |                | 3 857,81639                         |         |                   |            |
| 734,822                      | 1              |                               |                | 4 715,108921                        |         |                   |            |
| 857,293                      | 0              |                               |                | 21 493,54846                        |         |                   |            |
| 979,763                      | 0              |                               |                | 7 348,221695                        |         |                   |            |
| 1 102,23                     | 0              |                               |                | 0                                   |         |                   |            |
| 1 224,7                      | 1              |                               |                | 2 326,93687                         |         |                   |            |
| 1 347,17                     | 0              |                               |                | 2 571,877593                        |         |                   |            |
| 1 469,64                     | 1              |                               |                | 5 633,636633                        |         |                   |            |
| $\Sigma$                     | 2 221          |                               | 2 221          | 102,7019579                         |         | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 5,7623     |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\mu =$        | 0,00194738                          |         | $\chi_{КР}^2 =$   | 6          |

### Исследование потоков системы для ХВС

Таблица 2.5

#### ПОТОК ЗАЯВОК. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$ | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|---------------|------------|
| 124,532                      | 810            | 124,532                       | 810            | 66 624,6                            | 0,45937 | 795,178       | 0,27628    |
| 249,064                      | 438            | 249,064                       | 438            | 57 160,1                            | 0,24835 | 429,893       | 0,15288    |
| 373,596                      | 249            | 498,128                       | 364            | 32 378,3                            | 0,20685 | 358,058       | 0,0986     |
| 498,128                      | 115            | 747,191                       | 83             | 23 536,5                            | 0,06046 | 104,652       | 4,47956    |
| 622,659                      | 55             | 1 494,38                      | 36             | 19 613,8                            | 0,02434 | 42,1399       | 0,89459    |
| 747,191                      | 28             |                               |                | 25 342,2                            |         |               |            |
| 871,723                      | 16             |                               |                | 16 998,6                            |         |               |            |

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$ | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|-------|-------------------|------------|
| 996,255                      | 11             |                               |                | 36 425,6                            |       |                   |            |
| 1 120,79                     | 4              |                               |                | 476 33,5                            |       |                   |            |
| 1 245,32                     | 3              |                               |                | 16 562,7                            |       |                   |            |
| 1 369,85                     | 0              |                               |                | 3 922,75                            |       |                   |            |
| 1 494,38                     | 2              |                               |                | 4 296,35                            |       |                   |            |
| $\Sigma$                     | 1 731          |                               | 1 731          | 202,481                             |       | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 5,9019     |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\lambda =$    | 0,0494                              |       | $\chi_{КР}^2 =$   | 7,8        |

Таблица 2.6

ПОТОК ОБСЛУЖИВАНИЯ. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|-------------------|------------|
| 125,764                      | 1 202          | 125,764                       | 1202           | 93 442,664                          | 0,7128  | 1233,85           | 0,82228    |
| 251,528                      | 376            | 251,528                       | 376            | 29 617,4258                         | 0,20472 | 354,366           | 1,32081    |
| 377,292                      | 101            | 503,056                       | 138            | 12 261,9916                         | 0,07568 | 131,005           | 0,37354    |
| 503,056                      | 37             | 628,82                        | 11             | 4 401,74057                         | 0,00485 | 8,39492           | 0,8084     |
| 628,82                       | 11             | 1 509,17                      | 4              | 2 263,75229                         | 0,00195 | 3,38196           | 0,11294    |
| 754,584                      | 1              |                               |                | 6 225,3188                          |         |                   |            |
| 880,348                      | 1              |                               |                | 12 261,9916                         |         |                   |            |
| 1 006,11                     | 0              |                               |                | 1 886,46024                         |         |                   |            |
| 1 131,88                     | 0              |                               |                | 0                                   |         |                   |            |
| 1 257,64                     | 1              |                               |                | 2 389,51631                         |         |                   |            |
| 1 383,4                      | 0              |                               |                | 3 961,56651                         |         |                   |            |
| 1 509,17                     | 1              |                               |                | 5 785,14475                         |         |                   |            |
| $\Sigma$                     | 1 731          |                               | 1 731          | 100,807379                          |         | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 3,43797    |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\mu =$        | 0,001984                            |         | $\chi_{КР}^2 =$   | 7,8        |

Исследование потоков системы для отопления

Таблица 2.7

ПОТОК ЗАЯВОК. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|-------------------|------------|
| 1                            | 2              | 3                             | 4              | 5                                   | 6       | 7                 | 8          |
| 0                            |                | 0                             |                |                                     |         |                   |            |
| 141,776                      | 256            | 283,552                       | 394            | 25 448,80113                        | 0,55847 | 385,903           | 0,1699     |
| 283,552                      | 138            | 567,104                       | 159            | 20 415,75133                        | 0,24658 | 170,388           | 0,76108    |
| 425,328                      | 95             | 992,432                       | 113            | 14 532,04521                        | 0,13775 | 95,1876           | 3,33324    |
| 567,104                      | 64             | 1 559,54                      | 25             | 16 375,13388                        | 0,04605 | 31,8172           | 1,46066    |
| 708,88                       | 47             |                               |                | 16 587,79795                        |         |                   |            |
| 850,656                      | 36             |                               |                | 12 476,29248                        |         |                   |            |
| 992,432                      | 30             |                               |                | 17 509,34228                        |         |                   |            |
| 1 134,21                     | 17             |                               |                | 57 419,3006                         |         |                   |            |
| 1 275,98                     | 5              |                               |                | 40 973,2787                         |         |                   |            |
| 1 417,76                     | 1              |                               |                | 13 468,72483                        |         |                   |            |
| 1 559,54                     | 2              |                               |                | 4 465,945603                        |         |                   |            |
| $\Sigma$                     | 691            |                               | 691            | 346,8486454                         |         | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 5,72488    |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\lambda =$    | 0,02883102                          |         | $\chi_{КР}^2 =$   | 6          |

Таблица 2.8

ПОТОК ОБСЛУЖИВАНИЯ. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$ | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|---------------|------------|
| 0                            |                | 0                             |                |                                     |         |               |            |
| 142,173                      | 458            | 142,173                       | 458            | 39 808,33563                        | 0,68057 | 470,271       | 0,32021    |
| 284,345                      | 174            | 284,345                       | 174            | 18 553,52785                        | 0,2174  | 150,22        | 3,76423    |
| 426,518                      | 32             | 568,691                       | 51             | 6 042,336658                        | 0,09163 | 63,3137       | 2,39484    |
| 568,691                      | 19             | 710,863                       | 6              | 2 985,625172                        | 0,00709 | 4,89634       | 0,24877    |
| 710,863                      | 6              | 1563,9                        | 2              | 1 919,330468                        | 0,00332 | 2,29573       | 0,03809    |

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$ | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|-------|-------------------|------------|
| 853,036                      | 1              |                               |                | 8601,443948                         |       |                   |            |
| 995,208                      | 0              |                               |                | 1 848,244154                        |       |                   |            |
| 1 137,38                     | 0              |                               |                | 2 132,589409                        |       |                   |            |
| 1 279,55                     | 0              |                               |                | 1 208,467332                        |       |                   |            |
| 1 421,73                     | 1              |                               |                | 0                                   |       |                   |            |
| 1 563,9                      | 0              |                               |                | 2 985,625172                        |       |                   |            |
| $\Sigma$                     | 691            |                               | 691            | 124,5810793                         |       | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 6,76615    |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\mu =$        | 0,00160538                          |       | $\chi_{КР}^2 =$   | 7,8        |

Исследование потоков системы для канализации

Таблица 2.9

## ПОТОК ЗАЯВОК. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|-------------------|------------|
| 0                            |                | 0                             |                |                                     |         |                   |            |
| 129,503                      | 603            | 259,006                       | 901            | 54 196,9345                         | 0,6455  | 863,029           | 1,67064    |
| 259,006                      | 298            | 518,011                       | 300            | 33 023,2218                         | 0,22883 | 305,947           | 0,11559    |
| 388,508                      | 187            | 777,017                       | 92             | 19 101,6675                         | 0,08112 | 108,459           | 2,49776    |
| 518,011                      | 113            | 1 165,53                      | 38             | 23 569,5151                         | 0,03515 | 46,9927           | 1,72087    |
| 647,514                      | 60             | 1 554,03                      | 6              | 25 058,7977                         | 0,00742 | 9,91885           | 1,5483     |
| 777,017                      | 31             |                               |                | 19 231,1703                         |         |                   |            |
| 906,52                       | 21             |                               |                | 10 101,2208                         |         |                   |            |
| 1 036,02                     | 11             |                               |                | 37 879,5779                         |         |                   |            |
| 1 165,53                     | 7              |                               |                | 81 457,2803                         |         |                   |            |
| 1 295,03                     | 4              |                               |                | 23 375,2609                         |         |                   |            |
| 1 424,53                     | 1              |                               |                | 5 439,11888                         |         |                   |            |
| 1 554,03                     | 1              |                               |                | 1 489,28255                         |         |                   |            |
| $\Sigma$                     | 1 337          |                               | 1 337          | 249,755459                          |         | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 7,55316    |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\lambda =$    | 0,00400392                          |         | $\chi_{КР}^2 =$   | 7,8        |

Таблица 2.10

## ПОТОК ОБСЛУЖИВАНИЯ. ГИПОТЕЗА О ПУАССОНОВСКОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| Интервал изменения СВ, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | Нормированный интервал, $x_i$ | Частоты, $m_i$ | $\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot m_i$ | $P_i$   | $n \cdot P_i$     | $\chi_i^2$ |
|------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|---------|-------------------|------------|
| 0                            |                | 0                             |                |                                     |         |                   |            |
| 130,321                      | 978            | 130,321                       | 978            | 74 022,182                          | 0,71756 | 959,383           | 0,36127    |
| 260,641                      | 263            | 260,641                       | 263            | 27 562,8372                         | 0,20267 | 270,964           | 0,2341     |
| 390,962                      | 65             | 521,283                       | 82             | 8 470,8483                          | 0,07341 | 98,1451           | 2,65589    |
| 521,283                      | 17             | 651,604                       | 11             | 2 280,613                           | 0,00457 | 6,10483           | 3,92521    |
| 651,604                      | 11             | 1 563,85                      | 3              | 2 345,77337                         | 0,0018  | 2,40254           | 0,14857    |
| 781,924                      | 1              |                               |                | 716,764087                          |         |                   |            |
| 912,245                      | 0              |                               |                | 16 094,6118                         |         |                   |            |
| 1 042,57                     | 0              |                               |                | 0                                   |         |                   |            |
| 1 172,89                     | 0              |                               |                | 2 215,45263                         |         |                   |            |
| 1 303,21                     | 1              |                               |                | 1 238,04706                         |         |                   |            |
| 1 433,53                     | 0              |                               |                | 1 368,3678                          |         |                   |            |
| 1 563,85                     | 1              |                               |                | 1 498,68854                         |         |                   |            |
| $\Sigma$                     | 1 337          |                               | 1 337          | 103,077177                          |         | $\chi_{НАБЛ}^2 =$ | 7,32505    |
| $\alpha =$                   | 0,05           |                               | $\mu =$        | 0,00019403                          |         | $\chi_{КР}^2 =$   | 7,8        |

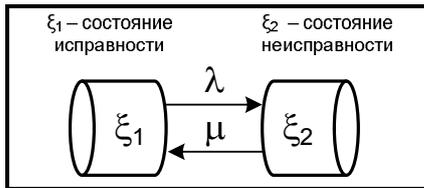
Были проверены и подтверждены гипотезы о том, что интенсивности потоков  $\lambda$  и  $\mu$  распределены по показательному закону, а также найдены и сами  $\lambda$  и  $\mu$  для каждого вида инженерного оборудования.

### 2.3. Исследование системы с помощью метода динамики средних

Система  $S$  представляет собой совокупность  $M$  видов инженерного оборудования. Каждый вид оборуду-

дования выходит из строя и восстанавливается с определенными интенсивностями  $\lambda^i$  и  $\mu^i$ , которые были исследованы и вычислены в предыдущем разделе, а так же отказы видов инженерного оборудования происходят независимо друг от друга. Таким образом, предлагаем рассмотреть каждый вид отдельно  $S^1, S^2, \dots, S^M$  и для каждого вида отдельно записать систему дифференциальных уравнений, применив метод динамики средних.

Итак, одна из  $M$  систем, система  $S^i$  содержит  $N^i$  однородных элементов, которые могут находиться в двух состояниях:



Далее составим уравнения динамики средних и решим их при условии, что в начальный момент все элементы исправны и найдем математические ожидания численностей состояний для характеристики результата. Обозначим:

$m_1^i$  – среднее число исправных элементов в момент  $t$ ,

$m_2^i$  – среднее число неисправных элементов в тот же момент.

Уравнения для средних численностей состояний будут [26]:

$$\left. \begin{aligned} dm_1^i(t)/dt &= -\lambda^i \cdot m_1^i(t) + \mu^i \cdot m_2^i(t), \\ dm_2^i(t)/dt &= -\mu^i \cdot m_2^i(t) + \lambda^i \cdot m_1^i(t), \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где  $i = 1, \dots, M$ ,  $M$  – количество видов инженерного оборудования.

Условие нормирования:

$$m_1^i(t) + m_2^i(t) = N^i. \quad (2.4)$$

Начальные условия имеют вид:

$$m_1^i(0) = N^i, m_2^i(0) = 0. \quad (2.5)$$

Решение системы (2.3). Из условия (2.3) сделав подстановку  $m_2^i = N^i - m_1^i$  в (2.3), получим [36]

$$dm_1^i(t)/dt = -\lambda^i m_1^i(t) + (N^i - m_1^i(t))\mu^i.$$

Проинтегрируем полученное уравнение, пользуясь начальными условиями (2.5) получим уравнение средней численности элементов находящихся в состоянии исправности  $S^i$  - ого вида инженерного оборудования:

$$m_1^i(t) = N^i \cdot \left[ (\lambda^i \cdot e^{-(\lambda^i + \mu^i)t} + \mu^i) / (\lambda^i + \mu^i) \right]. \quad (2.6)$$

Таким образом,

$$p_i^i(t) = (\lambda^i \cdot e^{-(\lambda^i + \mu^i)t} + \mu^i) / (\lambda^i + \mu^i), \quad (2.7)$$

где  $p_i^i(t)$  – это вероятность того, что система  $S^i$  - ого вида инженерного оборудования из  $N^i$  однородных элементов находится в работоспособном состоянии  $\xi_1$ .

В виду того, что виды инженерного оборудования взаимно незаменимы, то надежность всей системы  $S$  принимает вид:

$$P = \prod_{i=1}^M p_i^i. \quad (2.8)$$

Как было определено раньше, система  $S$  разделена на 4 основные вида инженерного оборудования: ГВС, ХВС, отопление, канализация. Используя интенсивности потоков  $\lambda^i$  и  $\mu^i$  можно определить надежность системы инженерного оборудования исследуемого участка предприятия.

Для ГВС функция надежности принимает вид:

$$P_{ГВС}(t) = (0,062 \cdot e^{-0,064t} + 0,00194) / 0,064 = 0,97 \cdot e^{-0,064t} + 0,03. \quad (2.9)$$

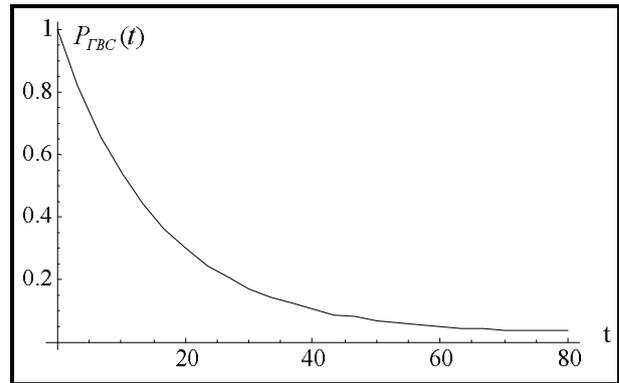


Рис. 2.3. График функции надежности для ГВС

Для ХВС:

$$P_{ХВС}(t) = (0,049 \cdot e^{-0,051t} + 0,00198) / 0,051 = 0,96 \cdot e^{-0,051t} + 0,039. \quad (2.10)$$

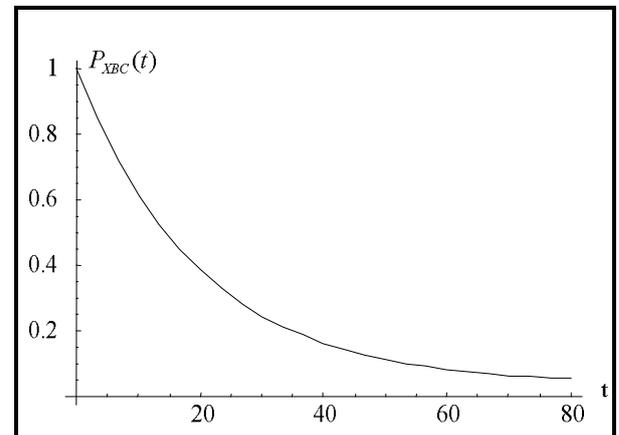


Рис. 2.4. График функции надежности для ХВС

Для отопления:

$$P_{Отопление}(t) = (0,0288 \cdot e^{-0,03t} + 0,0016) / 0,03 = 0,96 \cdot e^{-0,03t} + 0,053. \quad (2.11)$$

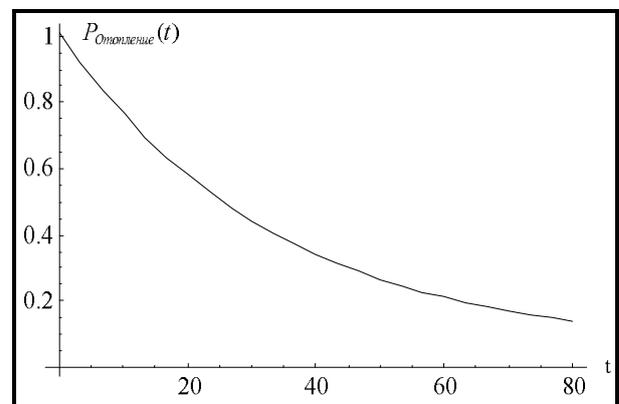


Рис. 2.5. График функции надежности для отопления

Для канализации:

$$P_{\text{Канализация}}(t) = (0,004 \cdot e^{-0,0041t} + 0,00019) / 0,0041 = 0,97 \cdot e^{-0,0041t} + 0,046. \quad (2.12)$$

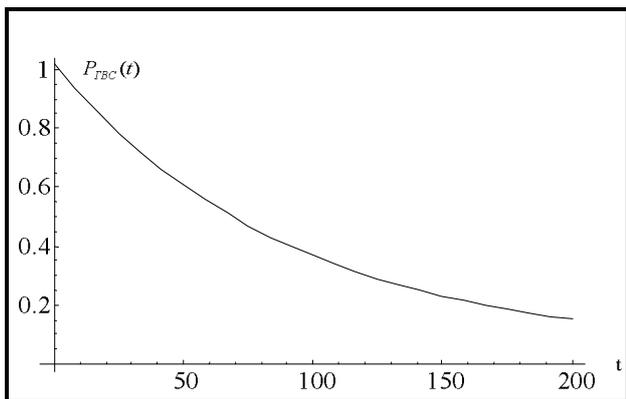


Рис. 2.6. График функции надежности для канализации

Таким образом, надежность всей системы S принимает вид:

$$P(t) = (0,97 \cdot e^{-0,064t} + 0,03) \cdot (0,96 \cdot e^{-0,051t} + 0,039) \cdot (0,96 \cdot e^{-0,03t} + 0,05) \cdot (0,97 \cdot e^{-0,0041t} + 0,046). \quad (2.13)$$

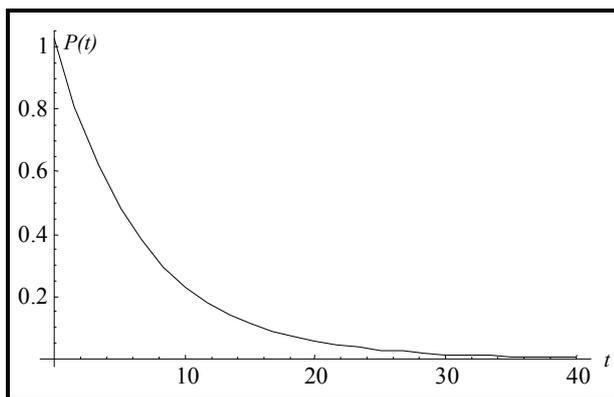


Рис. 2.7. График функции надежности системы инженерного оборудования

График функции надежности показывает, что через 30 лет эксплуатации инфраструктура водопотребления и водоотведения системы инженерных коммуникаций должна практически разрушиться. Как мы можем повлиять на данную ситуацию? Как можно повысить надежность исследуемой системы? Наверняка мы можем повлиять на надежность системы путем влияния на интенсивности потоков  $\lambda$  и  $\mu$ . А что из себя представляет интенсивность ремонта  $\mu$ ?  $\mu$  – это эффективность работы обслуживающего персонала. Каким образом она изменяется [40]? Повышением количества обслуживающего персонала, но у этого повышения существует ограничение, этим ограничением являются средние затраты  $M(n)$ . Вообще говоря, интенсивность отказов связана с износом инженерного оборудования исследуемой системы, и мы можем полагать, что  $\lambda$  изменяется во времени. А эмпирически определенное в данный момент времени  $\lambda = const$  непригодно для прогнозирования состояния системы.

Приведем статистические данные по отказам на тепло- и водопроводах за период эксплуатации с 1998 по 2000 г. [27].

Значения параметра потока отказов  $\omega$  в зависимости от года постройки водопровода холодного водоснабжения.

1928-1960, среднее время эксплуатации 57 лет,  $\omega_{cp} = 0.051$ .

1961-1980, среднее время эксплуатации 31 лет,  $\omega_{cp} = 0.01427$ .

1981-1990, среднее время эксплуатации 16 лет,  $\omega_{cp} = 0.01329$ .

Таблица 2.11

| Годы постройки | Длина, км | Период наблюдений |         |         | Среднеарифметическое значение $\omega$ , 1/(год * км.) |
|----------------|-----------|-------------------|---------|---------|--------------------------------------------------------|
|                |           | 1998 г.           | 1999 г. | 2000 г. |                                                        |
| 1928-1940      | 0,716     | 0,0531            | 0,0396  | 0,0207  | 0,0378                                                 |
| 1941-1960      | 5,83      | 0,0261            | 0,09    | 0,0765  | 0,0642                                                 |
| 1961-1970      | 34,138    | 0,0225            | 0,01395 | 0,018   | 0,01815                                                |
| 1971-1980      | 5,475     | 0,00522           | 0,01557 | 0,01035 | 0,01038                                                |
| 1981-1990      | 22,136    | 0,0171            | 0,00567 | 0,0171  | 0,01329                                                |

Ежегодное увеличение

$$\omega = \frac{0.051 - 0.01329}{57 - 16} = 0,00092.$$

Таким образом, интенсивность отказов  $\lambda(t)$  имеет линейный закон распределения  $\lambda(t) = at + b$ , в виду того, что в начальный момент времени  $t = 0$  интенсивность отказов нулевая  $\lambda(0) = 0$ , то параметр  $b$  можно положить равным 0.

Следовательно, законы распределения интенсивности отказов ХВС принимает вид:

$$\lambda_{\text{ХВС}}(t) = 0.00092t. \quad (2.14)$$

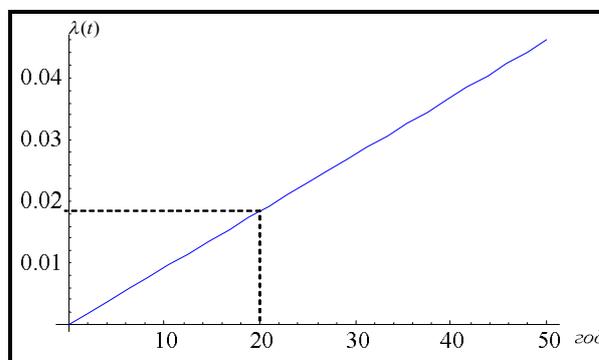


Рис. 2.8. График  $\lambda(t)$  для ХВС

Значения параметра потока отказов  $\omega$  в зависимости от года постройки водопровода горячего водоснабжения

Таблица 2.12

| Годы постройки | Длина, км | Период наблюдений |        |        | Среднеарифметическое значение $\omega$ , 1/(год * км.) |
|----------------|-----------|-------------------|--------|--------|--------------------------------------------------------|
|                |           | 1998г.            | 1999г. | 2000г. |                                                        |
| 1928-1940      | 0,158     | 0,118             | 0,088  | 0,046  | 0,084                                                  |
| 1941-1960      | 1,85      | 0,058             | 0,2    | 0,17   | 0,142666667                                            |
| 1961-1970      | 29,023    | 0,05              | 0,031  | 0,04   | 0,040333333                                            |
| 1971-1980      | 6,82      | 0,0116            | 0,0346 | 0,023  | 0,023066667                                            |
| 1981-1990      | 30,111    | 0,038             | 0,0126 | 0,038  | 0,029533333                                            |

1928-1960, среднее время эксплуатации 57 лет,  $\omega_{cp} = 0,11333$ .

1961-1980, среднее время эксплуатации 31 год,  $\omega_{cp} = 0,0915$ .

1981-1990, среднее время эксплуатации 16 лет,  $\omega_{cp} = 0,02953$ .

Таблица 2.13

| Годы постройки | Длина, км | Период наблюдений |         |        | Среднеарифметическое значение $\omega, 1/(год * км.)$ |
|----------------|-----------|-------------------|---------|--------|-------------------------------------------------------|
|                |           | 1998г.            | 1999г.  | 2000г. |                                                       |
| 1928-1940      | 1,408     | 0,0708            | 0,0528  | 0,0276 | 0,0504                                                |
| 1941-1960      | 8,877     | 0,0348            | 0,12    | 0,102  | 0,0856                                                |
| 1961-1970      | 60,849    | 0,03              | 0,0186  | 0,024  | 0,0242                                                |
| 1971-1980      | 8,09      | 0,00696           | 0,02076 | 0,0138 | 0,01384                                               |
| 1981-1990      | 35,718    | 0,0228            | 0,00756 | 0,0228 | 0,01772                                               |

Ежегодное увеличение

$$\omega = \frac{0,11333 - 0,02953}{57 - 16} = 0,00204.$$

Закон распределения интенсивности отказов ГВС принимает вид:

$$\lambda_{ГВС}(t) = 0.00204t. \tag{2.15}$$

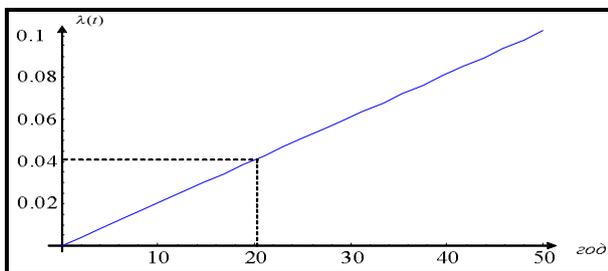


Рис. 2.9. График  $\lambda(t)$  для ХВС

Значения параметра потока отказов  $\omega$  в зависимости от года постройки трубопровода отопления.

1928-1960, среднее время эксплуатации 57 лет,  $\omega_{cp} = 0,068$ .

1961-1980, среднее время эксплуатации 31 год,  $\omega_{cp} = 0,0549$ .

1981-1990, среднее время эксплуатации 16 лет,  $\omega_{cp} = 0,01772$ .

Ежегодное увеличение

$$\omega = \frac{0,068 - 0,01772}{57 - 16} = 0,00123.$$

Закон распределения интенсивности отказов для отопления принимает вид:

$$\lambda_{отопл}(t) = 0.00123t. \tag{2.16}$$

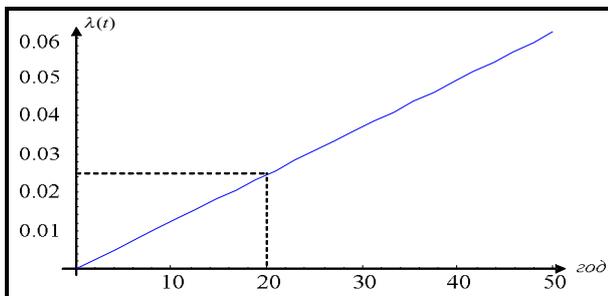


Рис. 2.10. График  $\lambda(t)$  для отопления

Таким образом, интенсивности отказов всех видов инженерного оборудования в зависимости от износа различны.

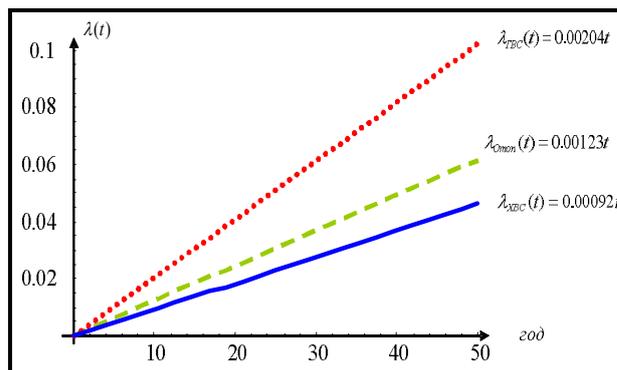


Рис. 2.11. Графики интенсивности  $\lambda(t)$  для разных видов инженерного оборудования

Проверка адекватности.

Для достоверности выведенных формул (2.14), (2.15) и (2.16), проведем проверку, как относятся друг к другу  $\lambda^i = const$  и  $\lambda^i(t)$ . Как было рассчитано в (см. табл.2.3)  $\lambda_{ГВС} = 0,062$ , расчет производился в 1999 году. Средний год службы различных видов инженерных коммуникаций одного из исследуемых предприятий до 2004 г. был – 31 г., следовательно по формуле (2.15).  $\lambda_{ГВС}(31) = 0,00204 \cdot 31 = 0,063$ . Аналогичным образом рассчитаем  $\lambda^i = const$  и  $\lambda^i(t)$  для других видов инженерного оборудования:

| Виды инженерного оборудования | $\lambda = const$ | $\lambda(t)$ | $ \lambda(t) - \lambda $ |
|-------------------------------|-------------------|--------------|--------------------------|
| ГВС                           | 0,062             | 0,063        | 0,001                    |
| ХВС                           | 0,049             | 0,026        | 0,023                    |
| Отопление                     | 0,028             | 0,038        | 0,01                     |
| Среднее отклонение            |                   |              | 0,011                    |

Наибольшее отклонение наблюдается на инженерном оборудовании холодного водоснабжения, это можно объяснить тем, что возможно исследования интенсивности потока отказов по критерию Пирсона проводили в период испытаний водопроводов ХВС, а в этот период отказы естественно увеличиваются, но в среднем по году они, конечно же, меньше.

### 2.4. Модель с учетом износа инженерного оборудования

Описание модели.

По аналогии с математической моделью описанной в разделе 7 составим уравнения для средних численностей состояний:

$$\left. \begin{aligned} dm_1^i(t)/dt &= -\lambda^i(t) \cdot m_1^i(t) + \mu \cdot m_2^i(t) \\ dm_2^i(t)/dt &= -\mu^i \cdot m_2^i(t) + \lambda^i(t) \cdot m_1^i(t) \end{aligned} \right\}, \tag{2.17}$$

$$\lambda^i(t) = a^i \cdot t, \tag{2.18}$$

где

$a^i$  см. (2.14), (2.15) и (2.16);

$i = 1, \dots, M$ ;  $M$  – количество видов инженерного оборудования.

Условие нормирования:

$$m_1^i(t) + m_2^i(t) = N^i. \tag{2.19}$$

Начальные условия имеют вид:

$$m_1^i(0) = N^i, m_2^i(0) = 0. \quad (2.20)$$

Подставим (2.18) в (2.17):

$$\begin{cases} dm_1^i/dt = -a^i \cdot m_1^i + \mu^i \cdot m_2^i; \\ dm_2^i/dt = -\mu^i \cdot m_2^i + a^i \cdot m_1^i. \end{cases} \quad (2.21)$$

Пользуясь (2.19) и (2.20) решение системы (2.21) принимает вид:

$$m_1^i(t) = N^i * \left( e^{-\mu^i t - \frac{a^i t^2}{2}} + \sqrt{\frac{\pi}{2a^i}} e^{-\frac{\mu^i}{2a^i} - \mu^i t - \frac{a^i t^2}{2}} * \left( \operatorname{Erfi} \left[ \frac{\mu^i + a^i t}{\sqrt{2a^i}} \right] - \operatorname{Erfi} \left[ \frac{\mu^i}{\sqrt{2a^i}} \right] \right) \right).$$

Пренебрегая частью выражения (2.22)

$$\sqrt{\frac{\pi}{2a^i}} e^{-\frac{\mu^i}{2a^i} - \mu^i t - \frac{a^i t^2}{2}} \left( \operatorname{Erfi} \left[ \frac{\mu^i + a^i t}{\sqrt{2a^i}} \right] - \operatorname{Erfi} \left[ \frac{\mu^i}{\sqrt{2a^i}} \right] \right), \text{ получим}$$

функцию надежности  $i$ -го вида инженерного оборудования:

$$P_i^i(t) = \exp(-\mu^i t - a^i t^2/2). \quad (2.22)$$

Функция надежности системы инженерного оборудования имеет вид:

$$P(t) = \exp\left(-t \sum_{i=1}^M \mu^i - \frac{1}{2} t^2 \sum_{i=1}^M a^i\right). \quad (2.24)$$

Подставляя найденные функции распределения интенсивностей отказов в (2.24), получим функцию распределения надежности исследуемой системы инженерного оборудования:

$$\begin{aligned} P(t) &= \exp\left(-0.00194 \cdot t - \frac{0.00204 \cdot t^2}{2}\right) * \\ &* \exp\left(-0.00198 \cdot t - \frac{0.00092 \cdot t^2}{2}\right) * \\ &* \exp\left(-0.0016 \cdot t - \frac{0.0012 \cdot t^2}{2}\right) = \\ &= \exp(-0.0035 \cdot t - 0.0062 \cdot t^2). \end{aligned} \quad (2.25)$$

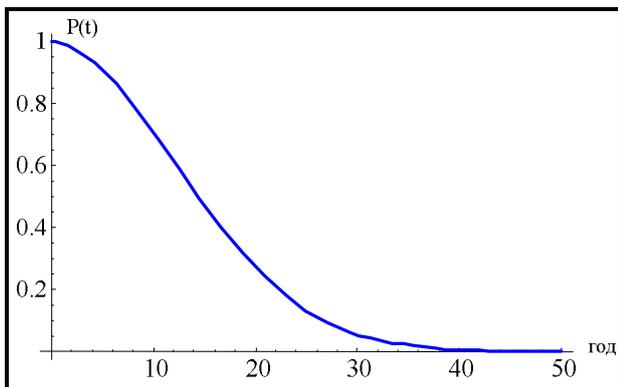


Рис. 2.12. График функции  $P(t)$  инженерного оборудования предприятия

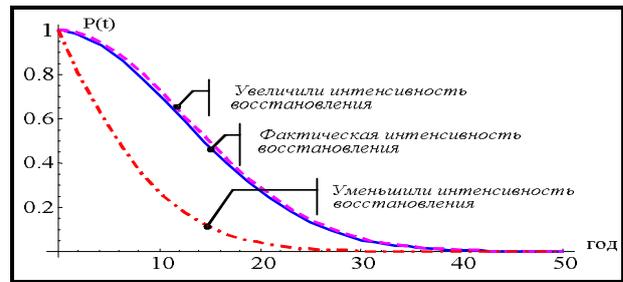


Рис. 2.13. График  $P(t)$  в зависимости от интенсивности восстановления инженерного оборудования

Зная функцию надежности системы, можно прогнозировать и исследовать управляющие воздействия на изучаемую систему. Например, некоторое управляющее лицо задается целью увеличить надежность системы (т.е. добиться такого результата, чтобы через 20 лет надежность системы была не 0.3 как видно из рис. 2.12, а, например, 0.6. Проанализируем влияние интенсивности ремонта  $\mu$  на надежность системы, ведь было бы логичным рассуждать, что увеличивая интенсивность работ по восстановлению, увеличится и надежность (рис. 2.13).

Таким образом, мы видим что, увеличивая интенсивность восстановления, надежность возрастает на слишком малую величину, тогда как небольшое уменьшение интенсивности восстановления приводит к резкому снижению надежности.

Отсюда можно сделать вывод, что восстановление ведется, если можно так выразится, в оптимальном режиме и качественное влияние на надежность имеет только интенсивность отказов, которая в свою очередь зависит от износа, а он соответственно зависит от года постройки и последнего капитального ремонта объектов исследуемой системы предприятия. Так на рис. 2.14 видно, что при незначительном уменьшении интенсивности отказов мы практически добиваемся поставленной задачи достижения надежности значения 0,6 по прошествии 20 лет. Но, к сожалению, как уже говорилось во введении, на уменьшение интенсивности отказов (или на уменьшение износа) значительно влияет недофинансирование, которое происходит не только в настоящие дни, но уже несколько десятилетий ранее.

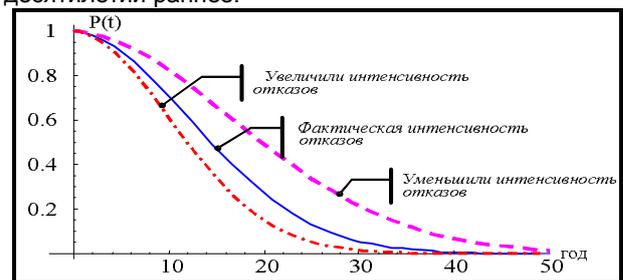


Рис. 2.14. График  $P(t)$  в зависимости от интенсивности отказов инженерного оборудования

Таким образом, в виду того, что предприятие не имеет возможности производить капитальный ремонт всего нуждающегося в нем инженерного оборудования, оно в каждый текущий момент решает одну из важнейших задач – это оптимальное распределение средств на капитальный ремонт.

**2.5. Расчет характеристик системы массового обслуживания и функции средних затрат по различным видам инженерного оборудования**

Система массового обслуживания в данном случае представляет собой некоторую организацию, которая обслуживает закрепленное за ней инженерное оборудование. Пользуясь рассчитанными в предыдущем разделе  $\lambda$  и  $\mu$ , необходимо оценить эффективность работы данной организации. Схема модели представлена на рис. 2.15.

Математическое описание модели представляет собой многоканальную СМО с неограниченной очередью, т.к. данная модель наиболее полным образом характеризует нашу систему [22]: *многоканальность*, в описываемой системе работников зачастую гораздо больше одного; *наличие очереди*, заявки в нашей системе, к сожалению, обслуживаются не сразу, а стоят в очереди; *неограниченность очереди*, рано или поздно все поступившие заявки обслуживаются, т.к. на сегодняшний день у них нет другой альтернативы.

При определении средних затрат  $M(n)$  рассчитывались ставки  $\bar{C}$  заявки,  $\bar{C}_M$  и  $\bar{C}_K$ , которые по видам инженерного оборудования представлены табл. 2.14-2.16.  $\bar{C}_{заявки}$  рассчитывалась, исходя из базовых ставок за соответствующие коммунальные услуги (табл. 2.14);

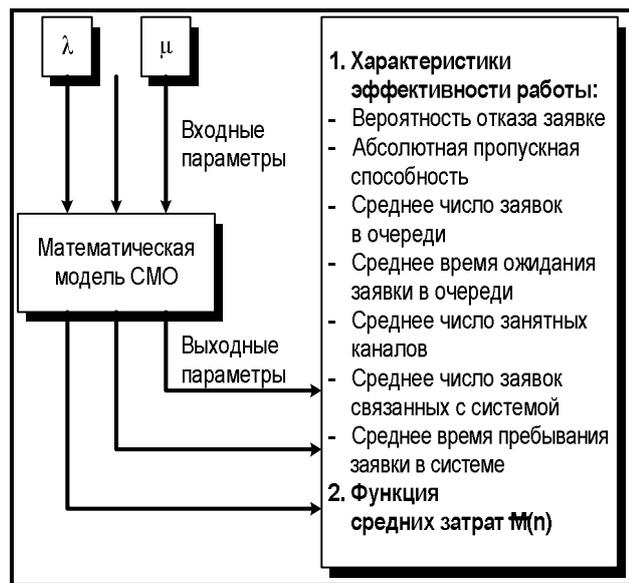


Рис. 2.15. Схема модели

Таблица 2.14

**БАЗОВЫЕ СТАВКИ ЗА СООТВЕТСТВУЮЩИЕ КОММУНАЛЬНЫЕ УСЛУГИ**

| Ставка                    | ХВС         | ГВС         | Отопление   | Канализация |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Руб./мес. [чел. / кв. м.] | 21,48       | 13,79       | 2,56        | 35,27       |
| Руб./мес. [квартира]      | 64,44       | 41,37       | 97,622784   | 105,81      |
| $\bar{C}_{заявки} =$      | 0,001491667 | 0,000957639 | 0,002259787 | 0,002449306 |

$\bar{C}_M$  – исходя из данных единых районных единичных расценок на ремонтно-строительные работы (табл. 2.15);  
Таблица 2.15

**ЕДИНЫЕ РАЙОННЫЕ ЕДИНИЧНЫЕ РАСЦЕНКИ НА РЕМОНТНО-СТРОИТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

| Ставка, руб.  | ХВС   | ГВС   | Отопление | Канализация |
|---------------|-------|-------|-----------|-------------|
| $\bar{C}_M =$ | 30,38 | 30,38 | 30,38     | 69,2        |

$\bar{C}_K$  – исходя из базовой ставки ЗП обслуживающего персонала (табл. 2.16).

Таблица 2.16

**БАЗОВАЯ СТАВКА ЗП ОБСЛУЖИВАЮЩЕГО ПЕРСОНАЛА**

| Ставка        | Руб./мес. | Руб./мин. |
|---------------|-----------|-----------|
| $\bar{C}_K =$ | 1 500     | 0,035     |

Расчет проводился при следующих фактических параметрах СМО, указанных в таблице 2.17.

Таблица 2.17

**ФАКТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ СМО**

|             | Число каналов СМО, N | Интенсивность заявок, λ | Интенсивность ремонта, μ | Время эксплуатации СМО $\bar{T}$ , мин. |
|-------------|----------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------------------------------|
| ГВС         | 50                   | 0,062001                | 0,00194738               | 43 200                                  |
| ХВС         | 50                   | 0,0494                  | 0,001984                 | 43 200                                  |
| Отопление   | 50                   | 0,02883102              | 0,00160538               | 43 200                                  |
| Канализация | 50                   | 0,00400392              | 0,00019403               | 43 200                                  |

Расчет характеристик СМО по видам инженерного оборудования представлен в таблицах 2.18-2.21, средние затраты – на рис.2.16-2.19.

Таблица 2.18

**РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СМО ДЛЯ ГВС**

|           | N                    | $N_{опт} = 33$       |
|-----------|----------------------|----------------------|
| $\rho$    | 31,8379663996526     | 31,8379663996526     |
| $\chi$    | 0,636759327993052    | 0,964786860595533    |
| $P_0$     | 1,48896949484257E-14 | 5,99351804767382E-15 |
| $P_{отк}$ | 0                    | 0                    |
| q         | 1                    | 1                    |
| A         | 0,0620007            | 0,0620007            |
| z         | 31,8379663996526     | 31,8379663996526     |
| r         | 0,0033163725066897   | 21,2428890531459     |
| k         | 31,8412827721593     | 53,0808554527985     |
| $t_{ож}$  | 0,534892752289845    | 3 426,23374464255    |
| $t_{сис}$ | 5 135,63278675229    | 8 561,33163864255    |
| $\bar{M}$ | 83 293,66864         | 58 072,26291         |

Таблица 2.19

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СМО ДЛЯ ХВС

|                  | $N$                  | $N_{\text{опт}} = 26$ |
|------------------|----------------------|-----------------------|
| $\rho$           | 24,8930162250449     | 24,8930162250449      |
| $\chi$           | 0,497860324500898    | 0,957423700963265     |
| $P_0$            | 1,54561142434698E-11 | 6,57911475114819E-12  |
| $P_{\text{отк}}$ | 0                    | 0                     |
| $q$              | 1                    | 1                     |
| $A$              | 0,04938729           | 0,04938729            |
| $z$              | 24,8930162250449     | 24,8930162250449      |
| $r$              | 6,38792779452129E-6  | 17,1132450991493      |
| $k$              | 24,8930226129727     | 42,0062613241942      |
| $t_{\text{ож}}$  | 0,00129343557715382  | 3 465,11118531696     |
| $t_{\text{сис}}$ | 5 040,37022743558    | 8 505,48011931696     |
| $\bar{M}$        | 81 668,82601         | 46 014,6146           |

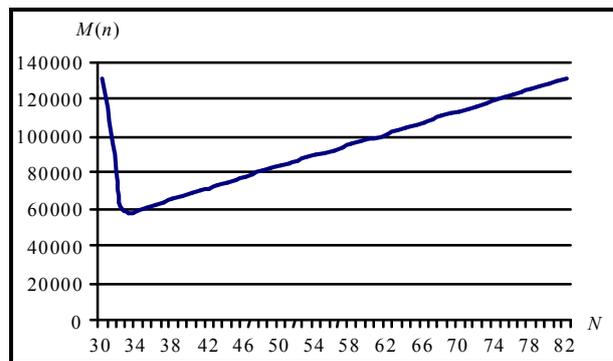
Рис. 2.16. График функции средних затрат  $M(n)$  на ГВС

Таблица 2.20

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СМО ДЛЯ ОТОПЛЕНИЯ

|                  | $N$                  | $N_{\text{опт}} = 19$ |
|------------------|----------------------|-----------------------|
| $\rho$           | 17,9589979445994     | 17,9589979445994      |
| $\chi$           | 0,359179958891989    | 0,945210418136812     |
| $P_0$            | 1,58674190782042E-8  | 7,27624689400487E-9   |
| $P_{\text{отк}}$ | 0                    | 0                     |
| $q$              | 1                    | 1                     |
| $A$              | 0,02883102           | 0,02883102            |
| $z$              | 17,9589979445994     | 17,9589979445994      |
| $r$              | 2,36252483435895E-10 | 12,7733628002162      |
| $k$              | 17,9589979448357     | 30,7323607448156      |
| $t_{\text{ож}}$  | 8,1943851946929E-8   | 4 430,42348145025     |
| $t_{\text{сис}}$ | 6 229,05396508194    | 10 659,4774464503     |
| $\bar{M}$        | 79 036,62559         | 33 024,11468          |

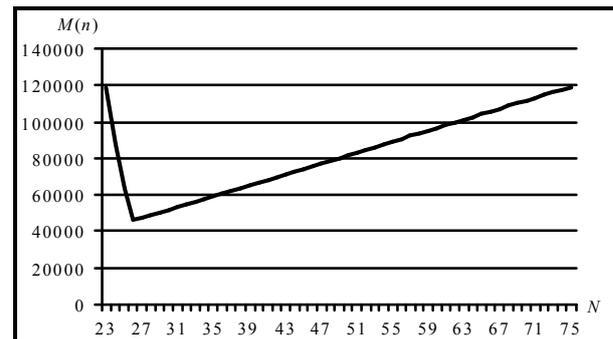
Рис. 2.17. График функции средних затрат  $M(n)$  на ХВС

Таблица 2.21

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СМО  
ДЛЯ КАНАЛИЗАЦИИ

|                  | $N$                 | $N_{\text{опт}} = 22$ |
|------------------|---------------------|-----------------------|
| $\rho$           | 20,6356179272723    | 20,6356179272723      |
| $\chi$           | 0,412712358545445   | 0,93798263305783      |
| $P_0$            | 1,09160371047137E-9 | 5,75578993136709E-10  |
| $P_{\text{отк}}$ | 0                   | 0                     |
| $q$              | 1                   | 1                     |
| $A$              | 0,004003916         | 0,004003916           |
| $z$              | 20,6356179272723    | 20,6356179272723      |
| $r$              | 2,311052396751E-8   | 10,4253588796714      |
| $k$              | 20,6356179503828    | 31,0609768069436      |
| $t_{\text{ож}}$  | 5,77198022323895E-6 | 2 603,79060891172     |
| $t_{\text{сис}}$ | 5 153,85885977198   | 7 757,64946291172     |
| $\bar{M}$        | 87 229,95736        | 45 559,65163          |

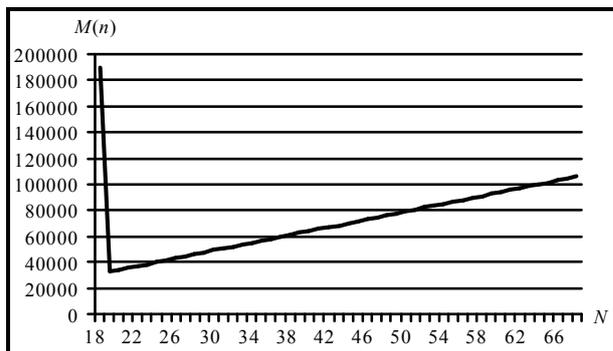


Рис. 2.18. График функции средних затрат для отопления

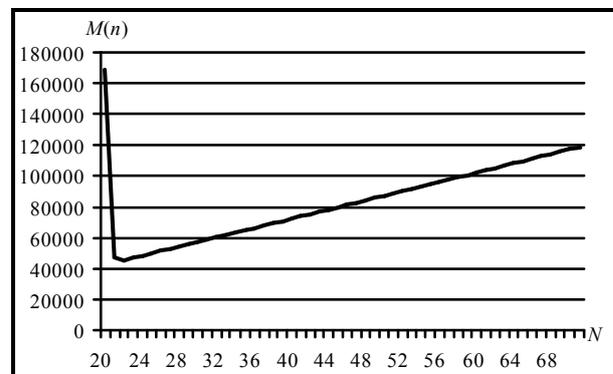


Рис. 2.19. График функции средних затрат на канализацию

**2.6. Исследование функции средних затрат**

Расчет проводился при следующих параметрах СМО на примере ГВС.

Таблица 2.22

|     | Число каналов СМО, $N$ | Интенсивность заявок, $\lambda$ | Интенсивность ремонта, $\mu$ | Время эксплуатации СМО, $\bar{T}$ , мин. |
|-----|------------------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| ГВС | Переменная             | 0,062001                        | 0,00194738                   | Варьировалось                            |

Таблица 2.23

|     | Число каналов СМО, $N$ | Интенсивность заявок, $\lambda$ | Интенсивность ремонта, $\mu$ | Время эксплуатации СМО, $\bar{T}$ , мин. |
|-----|------------------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| ГВС | Переменная             | 0,062001                        | Варьировалась                | 43 200                                   |

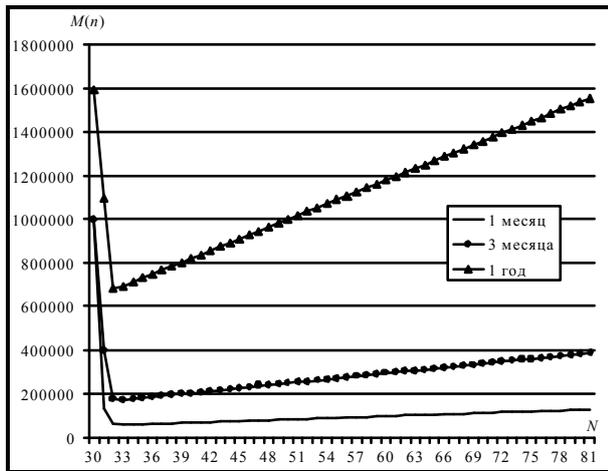


Рис. 2.20. График функции средних затрат в зависимости от времени эксплуатации

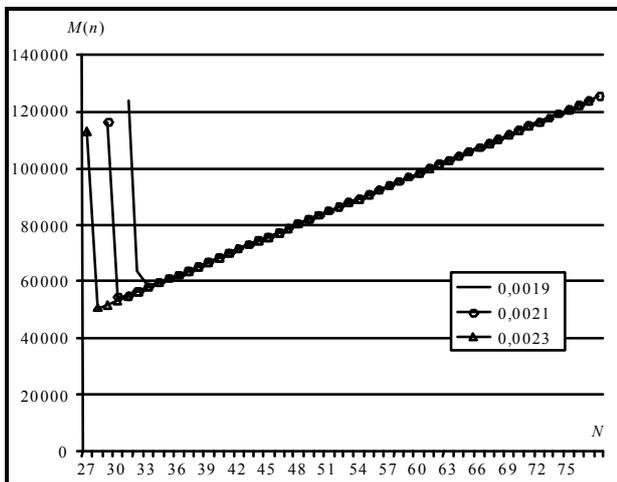


Рис. 2.21. График функции средних затрат в зависимости от интенсивности ремонта

Таблица 2.24

|     | Число каналов СМО, $N$ | Интенсивность заявок, $\lambda$ | Интенсивность ремонта, $\mu$ | Время эксплуатации СМО, $\bar{T}$ , мин. |
|-----|------------------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| ГВС | Переменная             | Варьировалась                   | 0,00194738                   | 43200                                    |

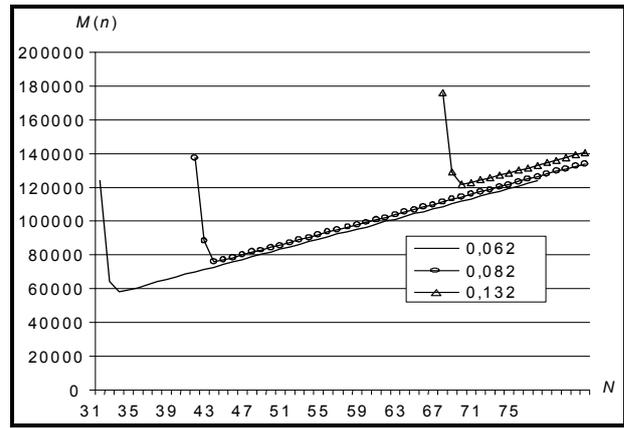


Рис. 2.22. График функции средних затрат в зависимости от интенсивности заявок

**2.7. Зависимость характеристик эффективности СМО от изменения интенсивностей потоков отказов и восстановления**

Расчет проводился на примере ГВС при параметрах СМО, указанных в табл. 2.25.

Таблица 2.25

ПАРАМЕТРЫ СМО

|     | Число каналов СМО, $N$ | Интенсивность заявок, $\lambda$ | Интенсивность ремонта, $\mu$ | Время эксплуатации СМО, $\bar{T}$ , мин. |
|-----|------------------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| ГВС | Переменная             | 0,062001                        | 0,00194738                   | 43 200                                   |

Графики вероятности отказа системы, среднего числа заявок, среднего пребывания заявки в системе при постоянных и переменных  $\lambda$  и  $\mu$  представлены на рис. 2.23 – 2.27.

Таблица 2.26

ПАРАМЕТРЫ СМО

|     | Число каналов СМО, $N$ | Интенсивность заявок, $\lambda$ | Интенсивность ремонта, $\mu$ | Время эксплуатации СМО, $\bar{T}$ , мин. |
|-----|------------------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| ГВС | 50                     | Переменная                      | 0,00194738                   | 43 200                                   |

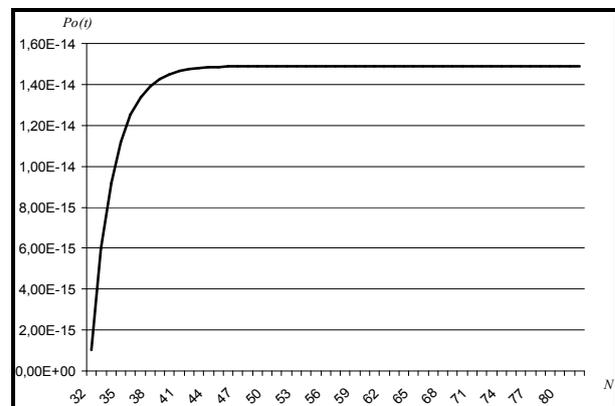


Рис. 2.23. График вероятности отказа

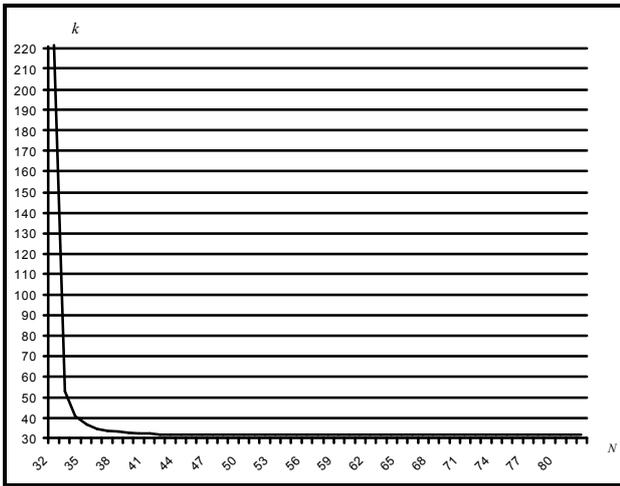


Рис. 2.24. График среднего числа заявок

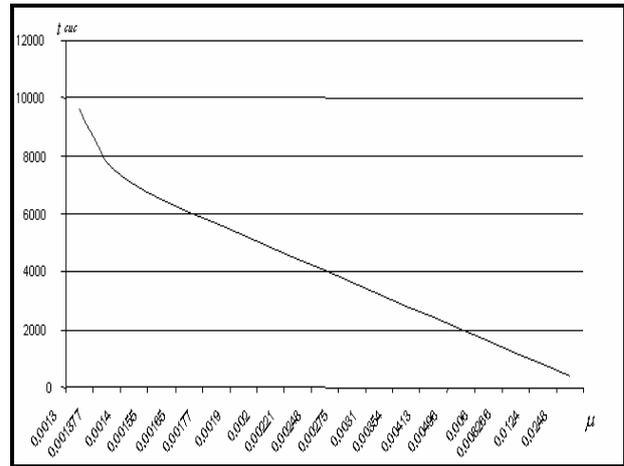


Рис. 2.27. График среднего пребывания заявки в системе как функция  $\mu$

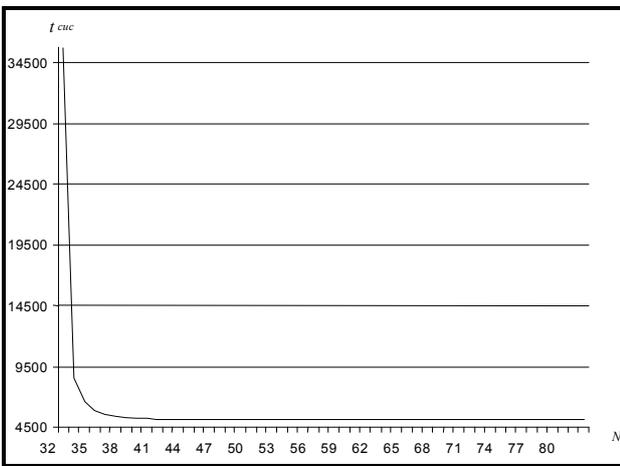


Рис. 2.25. График среднего пребывания заявки в системе при постоянных  $\lambda$  и  $\mu$

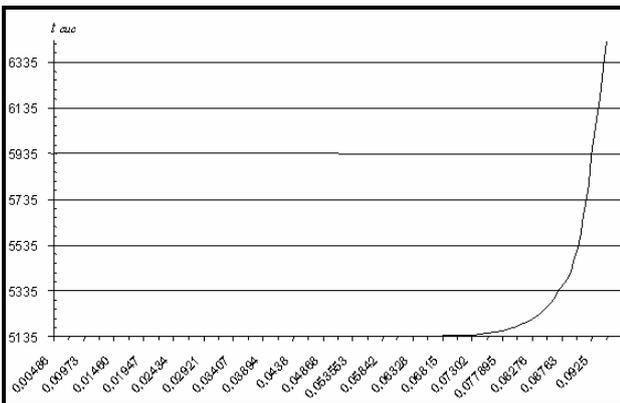


Рис. 2.26. График среднего пребывания заявки в системе как функция  $\lambda$

**ВЫВОДЫ**

1. С помощью теории марковских процессов разработана вероятностная модель отказов и восстановления системы инженерного оборудования, описанная уравнениями Колмогорова. Данная модель является моделью 1-го уровня управления технологического цеха предприятия. Решением являются вероятности нахождения системы во всех возможных состояниях, что позволит иметь четкое представление о критических изменениях в ней.

2. По критерию Пирсона проведена проверка гипотезы о нормальном распределении потоков отказов и ремонтов инженерного оборудования ГВС, ХВС, отопления и канализации, найдены интенсивности отказов применяемые в расчете вероятностей состояния системы.

3. По разработанной методике определена зависимость интенсивности отказов трубопроводов ГВС, ХВС и отопления изучаемой системы инженерных коммуникаций от износа. Это поможет точно оценить надежность и экономичность содержания и обслуживания внутри- и межцеховых инженерных коммуникаций.

4. Разработана математическая модель расчета надежности системы инженерного оборудования, в основе которой лежит метод динамики средних. Преимуществом данной модели является то, что при расчете охватываются не все состояния системы, а только состояния работоспособности и неработоспособности, и рассчитывается количество элементов инженерного оборудования находящегося в том или ином состоянии.

5. Разработана математическая модель расчета надежности системы инженерного оборудования с учетом износа. Данная модель наиболее точно описывает надежность системы во времени и наиболее подходит для прогнозирования как экономических, так и технических характеристик системы инженерного оборудования.

6. Разработана математическая модель системы массового обслуживания инженерного оборудования и коммуникаций предприятия с помощью схемы «гибели и размножения». Это позволило:

- оценить характеристики эффективности работы технологического цеха предприятия;
- проанализировать функцию средних затрат данной организации, варьируя ее основные показатели работы.

7. Разработана математическая модель распределения средств на осуществление капитального ремонта

Таблица 2.27

|     | Число каналов СМО, N | Интенсивность заявок, $\lambda$ | Интенсивность ремонта, $\mu$ | Время эксплуатации СМО, $\bar{T}$ , мин. |
|-----|----------------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| ГВС | 50                   | 0,062001                        | переменная                   | 43 200                                   |

та, что позволило рассмотреть несколько стратегий проведения работ капитального характера и определить приоритетность выбора направлений использования ресурсов предприятия.

### Литература

1. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях: М: Наука, 1987 – 252 с.
2. Бабакин В.И. Техническое состояние и физический износ жилых зданий / Городское хозяйство Москвы, 1970, № 11.
3. Баррос П., Страйк Р. «Сравнение реформ жилищного сектора в России и странах Восточной Европы»: \ «Вопросы экономики», № 7, 1993.
4. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О, Некоторые вопросы математической теории процессов управления. ИЛ, 1962. – 103 с.
5. Беляева С.И. Имитационное моделирование систем массового обслуживания. Горький: ГПИ, 1988. – 52 с.
6. Бир С., Мозг фирмы: М: Мир, 1991 – 300 с.
7. Боглаев Ю.П. Вычислительная математика и программирование: М: Высшая школа, 1990 – 544 с.
8. Борисов А.Н. и др. Принятие решений на основе нечетных моделей: примеры использования. Рига: Зинатне, 1990 – 184 с.
9. Бурлаков М.В. Ситуационное управление в системах массового обслуживания. Киев: Наук. думка, 1991 – 158 с.
10. Вагнер Г. Основы исследования операций. – М.: Мир, 1981.
11. Вахвалов Н.С. и др. Численные методы: 1987.
12. Вентцель Е.Л. и др. Прикладные задачи теории вероятностей – М: Радио и связь, 1983 – 192 с.
13. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций – М: Советское радио, 1964 – 215 с.
14. Вентцель Е.С. Исследование операций: М: Советское радио, 1967 – 625с.
15. Вентцель Е.С. Теория вероятностей – М: Высшая школа, 2002 – 275 с.
16. Волков Е.А. Численные методы М: ВШ, 1982 – 321 с.
17. Гихман И.И. и др. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1988 – 438 с.
18. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: М: Высшая школа, 1979 – 400с.
19. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания: М: 1966 – 164с.
20. Горелик В.А., Ушаков И.А. Исследование операций М: 1986 – 150 с.
21. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталева Е.Ю. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе – М.: Финансы и статистика, 1999 – 176 с.
22. Жожикашвили В.А., Вишневецкий В.М. Сети массового обслуживания. Теория и применения к сетям ЭВМ. М.: Радио и связь, 1988 – 191 с.
23. Иваненко В.И. Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. Киев: Наук. думка 1990. – 132 с.
24. Ильин В.А. и др. Линейная алгебра – М: Наука, 1974 – 521 с.
25. Исследование операций. Модели, системы, решения. М.: ВЦ РАН, 1993 – 90 с.
26. Какичев В.А. Системы дифференциальных уравнений первого порядка – Издательство РГУ, 1977 – 340 с.
27. Калинина В.Н. Математическая статистика – М: ВШ, 1994 – 241 с.
28. Колемаев В.А. и др. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1991 – 399 с.
29. Колмогоров А.Н. и др. Введение в теорию вероятностей – М: Квант, 1995 – 176 с.
30. Колотилкин Б.М. Долговечность жилых зданий. М.: Стройиздат, 1965 – 130 с.
31. Кондратенко Р.С. Прикладные модели управления случайными процессами. М.: Машиностроение, 1993. – 224 с.
32. Кофман А. Массовое обслуживание, теория и применение – М: ВШ, 1985 – 140 с.
33. Крупицкий М.Л. Экономика, организация и планирование жилищного хозяйства. М.: Стройиздат, 1987. – 203 с.
34. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа т.1,2. – М: ВШ, 1981 – 125 с.
35. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа: М: Наука, 1987 – 252 с.
36. Матвеев Н.М. и др. Дифференциальные уравнения – Издательство Ленинградского университета, 1983 – 250 с.
37. Меликов А.Н. и др. Ситуационные консультационные системы с нечетной логикой. М.: Наука, 1990. – 272 с.
38. Мудров А.Е. Численные методы на ПЭВМ – Томск: МП «Раско», 1991 – 272 с.
39. Мышкина А.Д. Математика. Специальные курсы – М: Наука, 1971 – 240 с.
40. Николаев В.Б. Повышение эффективности управления системами теплоснабжения. М.: Стройиздат, 1990. – 111 с.
41. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории массового обслуживания – М: Машиностроитель, 1969 – 210 с.
42. Оптимизация: модели, методы, решения. Сб. науч. тр. Новосибирск: Наука, 1992 – 357 с.
43. Оузер Д., Гробман С. и др. Delphi 2. Освой самостоятельно: Пер. с англ.– М: Восточная Книжная Компания, 1997–624 с.
44. Пасько В. Access 97: К: Издательская группа ВHV, 1997 – 416 с.
45. Плотицкий К.Э. Математическое моделирование. М.: Изд-во МГУ, 1993 – 223 с.
46. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения – М: ФИЗМАТГИЗ, 1963 – 246 с.
47. Прокопишин А.П. Влияние капитальных ремонтов на развитие физического износа и увеличение остаточных сроков службы жилых домов: Реферативный сб. Москва, 1984–120 с.
48. Розенберг В.Я., Прохоров А.И. Что такое теория массового обслуживания: М: Советское радио, 1962–125 с.
49. Сивый В.Б. Скоков Б.Г. Математические методы и модели в планировании и управлении ЖКХ. Харьков: Основа, 1991 – 205 с.
50. Современный синтез критериев в задачах принятия решений. – М.: Радио и связь, 1992.
51. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы – М: Наука, 1977–365 с.
52. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения – М: Мир, 1984 – 241 с.
53. Экономический механизм перестройки ЖКХ. Л.: ЛИЭИ, 1990. – 115 с.
54. Ярлыков М.С. Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радиосвязь, 1993. – 460 с.

*Лялин Вадим Евгеньевич*