

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛАТЕЖЕЙ

Матюшина Е.Ю., аспирант ЦЭМИ РАН

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим процесс проведения безналичных расчетов между юридическими лицами на территории и в валюте Российской Федерации. В нормативных актах, регулирующих проведение безналичных расчетов на территории нашей страны, указаны максимально допустимые сроки проведения платежей принятых банком к исполнению: 3 дня по субъекту РФ, 5 дней между субъектами РФ. Но для удачного продвижения банка на рынке услуг, необходимо существенно сократить время проведения операции и издержки, связанные с работой банка. В данной работе решается задача оптимизации работы банка.

1.1. Организация безналичных расчетов

Безналичные расчеты осуществляются через кредитные организации (филиалы) и/или Банк России по счетам, открытым на основании договора банковского счета или договора корреспондентского счета (субсчета). Расчетные операции по перечислению денежных средств через кредитные организации (филиалы) могут осуществляться с использованием:

- корреспондентских счетов (субсчетов), открытых в Банке России;
- корреспондентских счетов, открытых в других кредитных организациях;
- счетов участников расчетов, открытых в небанковских кредитных организациях, осуществляющих расчетные операции;
- счетов межфилиальных расчетов, открытых внутри одной кредитной организации.

Списание денежных средств со счета осуществляется на основании расчетных документов, составленных в соответствии с требованиями нормативных документов. При осуществлении безналичных расчетов используются следующие документы: платежные поручения, аккредитивы, чеки, платежные требования, инкассовые поручения.

Порядок проведения операций по безналичным расчетам включает их документальное оформление, документооборот, учет и контроль. Правила их совершения, установленные ЦБ РФ, обязательны для предприятий всех форм собственности. Наиболее простой документооборот при проведении расчетов при помощи платежных поручений. Ввиду того, что нам интересна операция прохождения платежа между банком плательщика и банком получателя, далее будет рассматриваться безналичные расчеты, осуществляемые с помощью платежных поручений.

1.2. Межбанковские операции

Для проведения расчетных операций каждая кредитная организация, расположенная на территории Российской Федерации и имеющая лицензию Банка России на осуществление банковских операций, открывает по месту своего нахождения один корреспондентский счет в подразделении расчетной сети Банка России.

Так же кредитная организация вправе открыть на имя каждого филиала по месту его нахождения один корреспондентский субсчет в подразделении расчетной сети Банка России, за исключением филиалов, обслуживающихся в одном подразделении расчетной сети Банка России с головной кредитной организацией или другим филиалом кредитной организации.

Операции по списанию денежных средств с корреспондентского счета (субсчета) кредитной организации (филиала) или зачислению на этот счет подтверждаются выпиской из корреспондентского счета (субсчета), выдаваемой в зависимости от способа обмена расчетными документами, принятого в подразделении расчетной сети Банка России, на бумажном носителе или в виде электронного служебно-информационного документа (далее – ЭСИД).

Кредитным организациям (филиалам), открывшим корреспондентские счета (субсчета) в подразделениях расчетной сети Банка России, с целью их однозначной идентификации при проведении расчетных операций присваиваются БИКи участников расчетов. Структура банковского идентификационного кода и порядок его присвоения устанавливаются отдельным нормативным актом Банка России. Кредитные организации (филиалы) могут направлять расчетные документы в подразделения расчетной сети Банка России с даты внесения сведений о них в «Справочник БИК РФ». Платеж, осуществляемый через подразделение расчетной сети Банка России, считается:

безотзывным – с момента списания денежных средств со счета плательщика в подразделении расчетной сети Банка России;

окончательным – с момента зачисления денежных средств на счет получателя в подразделении расчетной сети Банка России.

На рис. 1.1 изображены основные схемы расчетов.

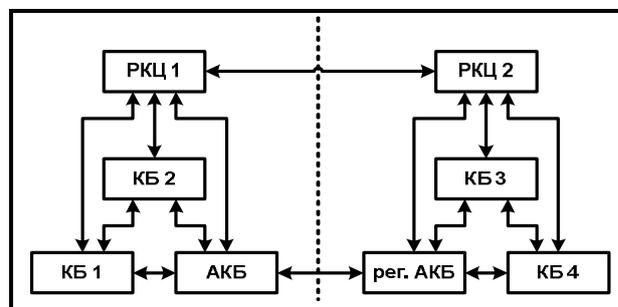


Рис. 1.1. Основные схемы расчетов

Все переводы между юридическими лицами можно условно разделить на три группы:

1. Один банк (р/сч 1 → р/сч 2);
2. Разные банки, один РКЦ (р/сч 1 → кор/сч 1 → РКЦ → кор/сч 2 → р/сч 2);
3. Разные банки, разные РКЦ (р/сч 1 → кор/сч 1 → РКЦ 1 → РКЦ 2 → кор/сч 2 → р/сч 2).

Самое быстрое прохождение – у первых двух групп, но эти результаты тоже нужно улучшать. Третья же характеризуется длительностью нахождения средств «в пути», особенно это заметно при переводе средств в регионы.

Но каждая кредитная организация может заключить договор банковского счета и открыть корреспондентский счет в другой кредитной организации (счета ЛОРО и НОСТРО). В таком случае расчеты могут проходить минуя РКЦ.

1.2.1. Порядок осуществления расчетов через корреспондентские счета, открытые в других кредитных организациях

Взаимоотношения между кредитными организациями (филиалами) при осуществлении расчетных операций по корреспондентским счетам регулируются законодательством и договором корреспондентского счета (далее – договор счета), заключенным между сторонами.

Расчетные операции осуществляются при условии обеспечения ежедневного равенства остатков денежных средств по корреспондентскому счету, по балансу кредитной организации, открывшей корреспондентский счет в другой кредитной организации (далее – банк-корреспондент), и по балансу кредитной организации, в которой открыт корреспондентский счет указанной кредитной организации (далее – банк-корреспондент), а также по счетам межфилиальных расчетов подразделений одной кредитной организации (головной кредитной организации, филиалов кредитной организации). Отражение расчетных операций в балансах банка-респондента и банка-корреспондента, а также в головной кредитной организации, филиалов кредитной организации по счетам межфилиальных расчетов осуществляется одной календарной датой (число, месяц, год) – датой перечисления платежа (далее – ДПП). Подтверждением совершения операции списания или зачисления денежных средств по счету межфилиальных расчетов, корреспондентскому счету в другой кредитной организации (филиале) является выписка из этих счетов, направленная банком-исполнителем банку-отправителю.

Так же возможно проведение транзитных платежей, которые осуществляются кредитной организацией (филиалом) по поручению другой кредитной организации (филиала) в третью кредитную организацию (филиал). В таком случае ДПП устанавливается в каждой паре кредитных организаций (филиалов), а платежные поручения клиентов переоформляются от имени банка-отправителя. В этом случае реквизиты получателя средств остаются неизменными.

Ответственность за правильность составления переоформленного платежного поручения и своевременность перечисления на его основании денежных средств несет кредитная организация (филиал), составившая расчетный документ. Платежное поручение кредитной организации (филиала) направляется в другую кредитную организацию (филиал) для осуществления операции по соответствующим счетам без приложения расчетного документа, на основании которого оно составлено.

Банк-корреспондент прекращает проведение операций по корреспондентскому счету «ЛОРО» при расторжении договора счета после получения заявления банка-респондента о закрытии корреспондентского счета или наступлении указанной в нем даты расторжения договора счета. Все поступающие в банк-корреспондент расчетные документы для списания со счета банка-респондента подлежат возврату с указанием причины возврата: «Возврат без исполнения в связи с закрытием корреспондентского счета».

1.2.2. Порядок осуществления расчетных операций по счетам межфилиальных расчетов между подразделениями одной кредитной организации

Расчетные операции кредитной организации между головной организацией и филиалами, а также между

филиалами (по тексту настоящей части – подразделения кредитной организации) одной кредитной организации осуществляются через счета межфилиальных расчетов. По счетам межфилиальных расчетов подразделения кредитной организации могут проводить платежи по всем банковским операциям, разрешенным кредитной организации лицензией Банка России, определенным Положением о филиале и Правилами построения расчетной системы кредитной организации (далее – Внутрибанковскими правилами), разработанными в соответствии с законодательством и нормативными актами Банка России.

При отсутствии корреспондентского субсчета в Банке России и корреспондентских счетов в других кредитных организациях филиал проводит все расчетные операции через счета межфилиальных расчетов, открытых в подразделениях кредитной организации, имеющих корреспондентские счета (субсчета) в Банке России. Кроме того, филиал может открывать счета межфилиальных расчетов в других филиалах кредитной организации, если это предусмотрено Правилами построения и функционирования расчетной системы кредитной организации.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Из описания задачи в предыдущем разделе ясно, что мы имеем дело с транспортной задачей на графе. В вершинах которого расположены банки. Проведенная между вершинами дуга означает, что между соответствующими банками установлены корреспондентские отношения. При построении модели будем рассматривать 25 банков и 6 соответствующих РКЦ. Один из рассматриваемых банков принимаем за «исходный» (далее – Банк), именно для него будем решать задачу оптимизации. Обозначим его как β_0 .

Каждую дугу графа характеризуют: функция стоимости платежа и пропускная способность. Комиссия начисляется по дебету и кредиту, в зависимости от проведенной суммы, что и определяет функцию стоимости:

$$\gamma_{\beta_i\beta_j}(V) / R_+ \rightarrow R_+;$$

$$\gamma_{\beta_i\beta_j}(V) = \begin{cases} K_{\beta_i\beta_j}^1 * V, & 0 \leq V < V_1; \\ K_{\beta_i\beta_j}^2 * V, & V_1 \leq V < V_2; \\ \vdots \\ K_{\beta_i\beta_j}^n * V, & V_{n-1} \leq V \leq V_n, \end{cases}$$

где

V – сумма проводимых по дуге $\beta_i\beta_j$ платежей,

$K_{\beta_i\beta_j}^m = \text{const}$ – коэффициент комиссии,

Обозначим $v_{\beta_i\beta_j}$ – пропускная способность дуги $\beta_i\beta_j$, т.е. максимально возможное количество обрабатываемых платежей банком β_j , отправленных из банка β_i , в единицу времени.

Формируем матрицу, соответствующую графу:

$$B_{p \times p} = \{v_{\beta_i\beta_j}, \gamma_{\beta_i\beta_j}\}_{ij},$$

где $p=31$ – количество рассматриваемых в модели банков и РКЦ. Целью построения матрицы является рассмотрение различных вариантов расчетов.

Платеж однозначно характеризуется набором:

$$\alpha : \{v_\alpha, \beta_\alpha, N_\alpha, C_\alpha, s_\alpha, t_\alpha\},$$

где

α – индекс плательщика,

v_α – сумма платежа,

β_α – идентификатор банка-получателя,

N_α – номер п/п,

C_α – идентификатор плательщика,

s_α – тип платежа.

Имеются следующие значения:

s_1 – налоговый платеж, проходит, в любом случае,

по основной сети, влияет на пропускную способность;

s_2 – внутри банка β_0 , проходит в любом случае по СМФР;

s_3 – прочие – надо выбирать маршрут прохождения;

t – дата проведения платежа.

2.1. Стратегия банка

Рассмотрим поведение банка. Так как банк — это коммерческая организация, основной целью которого является извлечение прибыли, задачей первостепенной важности для него является максимизация прибыли в течении отчетных периодов (дня, месяца, квартала, года и т.д.). Но нельзя Банку забывать и про интересы клиента, уменьшая время проведения платежей.

Тогда можно записать задачу оптимизации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sup \left(\begin{array}{l} r_{s_2}(t) * \hat{p}_{s_2} + r_{s_3}(t) * \hat{p}_{s_3} - \\ - |R_{s_2}(t) - r_{s_2}(t)| \delta_2 - \\ - |R_{s_3}(t) - r_{s_3}(t)| \delta_3 - \\ - \sum_{\forall i, j} \left(\gamma_{\beta_i \beta_j} \alpha \wedge \beta_i \beta_j \in M_\alpha, s_\alpha \neq s_1 \right) \sum v_\alpha \end{array} \right) \geq 0 \rightarrow \max \\ \sum_\alpha T_\alpha \rightarrow \min \\ T_\alpha \leq \bar{T}, \forall \alpha \\ \sum_\alpha I_{\beta_i \beta_j}(\alpha) \leq v_{\beta_i \beta_j}, \forall \beta_i, \beta_j \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где

\bar{T} – максимально допустимое время проведения платежа, определяется исходя из местонахождения банка-получателя (один субъект РФ или разные),

$\delta_2 = \text{const}$;

$\delta_3 = \text{const}$ – плата за неправильное прогнозирование;

$\hat{p}_{s_2} = \text{const}$;

$\hat{p}_{s_3} = \text{const}$ – цена проведения платежа s_2 и прочих соответственно.

$$I_{\beta_i \beta_j}(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{если } \beta_i \beta_j \in M_\alpha \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} -$$

индикаторная функция

$T_\alpha = T_\alpha(M_\alpha)$ – время проведения платежа зависит от характеристик платежа (суммы, банка-получателя, типа платежа, даты проведения) и от выбранного маршрута (M_α).

$M_\alpha = (\beta_1, \beta_2 \dots \beta_\alpha)$ – вектор, однозначно определяющий путь платежа α , отправленного из банка β_0 в банк β_α – произвольный коммерческий банк, через банки $\beta_i, i = 1 \dots \alpha - 1$;

$r(t) = (r_s(t) r_{s_2}(t) r_{s_3}(t))$ – реальное количество проведенных платежей: налоговых (r_{s_1}), внутри β_0 (r_{s_2}), прочих платежей (r_{s_3}). Маршрут определяем исходя из загруженности транспортной сети, по функции прогнозирующей количество платежей в операционный день t :

$$R(t) = (R_{s_1}(t) R_{s_2}(t) R_{s_3}(t)),$$

где

$R_{s_1}(t)$ – количество налоговых платежей;

$R_{s_2}(t)$ – количество платежей внутри Банка;

$R_{s_1}(t), R_{s_2}(t)$ – прогнозируемые медленно растущие функции.

Т.к. платежи внутри Банка проходят достаточно быстро, а в случае с налоговыми платежами скорость не играет принципиальной роли, на обе эти функции мы не влияем своими действиями. Далее при решении задачи будем рассматривать момент времени $t + 1$. Рассмотрим функцию $R_{s_3}(t + 1)$. Она прогнозирует количество прочих платежей, которые поступят в момент времени $t + 1$:

$$\begin{aligned} R_{s_3}(t + 1) &= r_{s_3}(t) + \\ &+ \left(\frac{\hat{r}_{s_3} - r_{s_3}(t)}{\hat{r}} * r_{s_3}(t) * \varphi * \frac{\sum_\alpha \hat{T}^{-1} T_\alpha^*(t)}{\sum_\alpha \hat{T}} + \right. \\ &\left. + (r_{s_3}(t - 1) - r_{s_3}(t - 2)) \psi \right) + \sigma_{s_3}(r_{s_3}(t), t). \end{aligned}$$

Основу функции составляет $r_{s_3}(t)$ – реальный поток прочих платежей в момент времени t ;

$\sigma_{s_3}(r_{s_3}(t), t)$ – функция поправки, отвечающая за сезонные колебания, колебания в течение месяца, недели.

Рассмотрим второе слагаемое. Оно описывает динамику изменения количества прочих платежей, в зависимости от работы банка:

$$\begin{aligned} D &= \frac{\hat{r}_{s_3} - r_{s_3}(t)}{\hat{r}} * r_{s_3}(t) * \varphi * \frac{\sum_\alpha (\hat{T}^{-1} T_\alpha^*(t))}{\sum_\alpha \hat{T}} + \\ &+ (r_{s_3}(t - 1) - r_{s_3}(t - 2)) \psi. \end{aligned}$$

Чтобы привлечь активы клиентов Банк «обещает» провести операцию за какое-то достаточно маленькое время. В то же время он устанавливает для себя некоторое «контрольное» время (\bar{T}) проведения платежей – это время, в течение которого клиент либо не заметит просрочки, либо которое он согласен ждать. \bar{T} – заведомо меньше установленного законодательством. $T_\alpha^*(t)$ – время, полученное в результате решения задачи оптимизации, т.е. которое банк реально затратит на проведение платежа α . Таким образом, множитель

$\frac{\sum_{\alpha} (\hat{T}^{-1} T_{\alpha}^*(t))}{\sum_{\alpha} \hat{T}}$ оценивает работу банка в момент времени t ;

$\varphi = \text{const} \in (0;1)$ – некоторый постоянный весовой коэффициент. Интересна роль множителя $\frac{\hat{r}_{s_3} - r_{s_3}(t)}{\hat{r}}$,

где \hat{r} – максимально допустимое возможностями транспортной сети количество платежей. Превышение времени \hat{T} произойдет в дни наибольшей активности клиентов (конец месяца, например). И дело тут не в плохой работе служб банка, а в перегрузе всей системы. Банк считает, что клиенты должны понимать некоторую задержку в перечислении средств.

$(r_{s_3}(t-1) - r_{s_3}(t-2))\psi$ – отражает инертность системы. Это влияние предыдущих дней, где ψ весовой коэффициент. Клиенты уводят / приводят свои активы не мгновенно. Они формируют свое решение на основе нескольких последних дней работы с банком.

Но решение задачи (2.1), скорее всего, не единственно. Существует некоторое Паретовское множество решений. Для банка наиболее логично было бы действовать следующим образом:

- решить задачу максимизации прибыли, т.е. выявить пути с наибольшей доходности;
- среди полученных в п.1 решений за окончательное решение взять путь с наименьшим ожидаемым временем прохождения.

Т.е. банк определяет оптимальное для себя время проведения платежа по следующей формуле:

$${}^1T_{\alpha}^*(t) = \min_T \left\{ T_{\alpha}(M_{\alpha}), M_{\alpha} \in \sup \left(\hat{p} - \sum_{\beta_i, \beta_j \in M_{\alpha}} v \gamma_{\beta_i \beta_j} \right) \right\}.$$

При ограничениях:

$$\begin{cases} {}^1T_{\alpha} \leq \hat{T}, \forall \alpha; \\ \sum_{\alpha} I_{\beta_i \beta_j}(\alpha) \leq v_{\beta_i \beta_j}, \forall \beta_i, \beta_j. \end{cases}$$

2.2. Стратегия клиента

У клиента, в рамках данной задачи, цель одна – минимизация времени проведения своих платежей. Как правило, у юридического лица расчетный счет открыт не в одном банке. В каждый момент времени клиент принимает решение отправлять платежи через счет, открытый в Банке, или с помощью расчетного счета, открытого в другом банке.

Реальный входящий поток платежей так же делим на три группы: налоговые ($r_{s_1}(t)$), внутри Банка ($r_{s_2}(t)$), прочие ($r_{s_3}(t)$). В отношении первых двух типов у нашего Банка неоспоримое преимущество. При проведении налоговых платежей более важна надежность, чем скорость операции.

Рассмотрим третью группу платежей. Решение об отправке своих платежей через наш Банк в момент времени $t+1$ клиент принимает на основе известной информации — времени проведения аналогичной операции в момент времени t . Так как банк не предоставляет клиентам статистику по времени проведения платежей других клиентов, они могут располагать только информацией о времени проведения своих

платежей. Формируем функцию отправки прочих платежей клиентом C :

$$r_{s_3}^C(t+1) = r_{s_3}^C(t) + \left(r_{s_3}^C(t) * \frac{\sum_{\alpha_j: C_j=C} ({}^2T_C^{-1} T_{\alpha,c}^*(t))}{\sum_{\alpha_j: C_j=C} ({}^2T_C)} + (r(t-1) - r(t-2)) \right) * \varphi_C,$$

где

$\varphi_C = \text{const} \in (0;1)$ – постоянная для всех клиентов банка величина, аналогичная φ в задаче прогнозирования банком количества платежей;

${}^1T_{\alpha,c}^*(t)$ – оптимальное решение задачи (2.1) в момент времени t для конкретного клиента C и его платежа α ;

2T_C – время проведения операции, на которое рассчитывает клиент. Именно за это время банк «обещал» провести платеж;. Время 2T_C является дополнительным управляющим параметром банка.

$$r_{s_3}(t+1) = \sum_C r_{s_3}^C(t+1) = r_{s_3}(t) +$$

$$\left(r_{s_3}^C(t) * \frac{\sum_{\alpha_j: C_j=C} ({}^2T_C^{-1} T_{\alpha,c}^*(t))}{\sum_{\alpha_j: C_j=C} ({}^2T_C)} + (r(t-1) - r(t-2)) \right) * \varphi_C.$$

2.3. Игровое управление

Рассматриваем систему Σ проведения платежей через β_0 . Будем считать следующие характеристики системы постоянными: граф, пропускные способности его дуг, стоимость проведения платежей по счетам МФР.

На систему влияют два игрока: Банк и Клиент. Задачей клиента является выбрать такой позиционный способ управления, который при любых действиях противника обеспечит желаемую скорость проведения платежей. Задачей Банка является выбрать такой способ управления, который при любых действиях противника обеспечит максимальную прибыль и возможности позволить проводить платежи с удобной для банка скоростью.

Управляющее воздействие первого игрока (Клиента) в момент времени $t+1$:

$$u(t+1) = r_{s_3}(t+1) = r_{s_3}(t) + \left(r_{s_3}^C(t) * \frac{\sum_{\alpha_j: C_j=C} ({}^2T_C^{-1} T_{\alpha,c}^*(t))}{\sum_{\alpha_j: C_j=C} ({}^2T_C)} + (r(t-1) - r(t-2)) \right) * \varphi_C.$$

Управляющее воздействие второго игрока (Банка):

$$v(t+1) = \{ {}^1T_{\alpha,c}^*(t), {}^2T_C \} = \left\{ \min_T \left\{ T_{\alpha}(M_{\alpha}), M_{\alpha} \in \sup \left(\hat{p} - \sum_{\beta_i, \beta_j \in M_{\alpha}} v \gamma_{\beta_i \beta_j} \right) \right\} \right\}_{C \times \alpha}.$$

Задаем множество цели первого игрока:

$$M = \{ (t, r(t)): {}^1T_{\alpha}^*(t) \leq {}^2T_C(t), \forall \alpha, C \}.$$

При этом жизненное пространство задаем как

$$N = \{ (t, r(t)): {}^1T_{\alpha}^*(t) \leq \hat{T}, \forall \alpha, C \}.$$

Вводим функционал, оценивающий исход игры:

$$\eta = f(r(t), t_0 \leq t \leq \tau) = r_{s2}(t) * \hat{p}_{s2} + r_{s3}(t) * \hat{p}_{s3} - |R_{s2}(t) - r_{s2}(t)| \delta_2 - |R_{s3}(t) - r_{s3}(t)| \delta_3 - \sum_{\alpha} \left(v_{\alpha} \sum_{\beta_i \beta_j \in M_{\alpha}} (\gamma_{\beta_i \beta_j}) \right)$$

Целью Банка является максимизация этого функционала.

Итак, наша формализованная позиционная дифференциальная игра складывается из двух задач:

I. Задача Клиента:

Требуется найти такую стратегию $U^0 + u^0(t)$, которая обеспечивает попадание в множество M для всякого движения $r(t) = r(t, t_0, x_0, u_0)$ и, во-вторых, среди всех стратегий $U^0 + u^0(t)$, удовлетворяющих этому условию, отличается тем, что удовлетворяет условию минимакса:

$$\sup_{r(\cdot)} f(r(t, t_0, r_0, U^0), t_0 \leq t \leq \tau) = \min_U \sup_{r(\cdot)} f(r(t, t_0, r_0, U), t_0 \leq t \leq \tau) = \eta^0.$$

II. Задача Банка:

Требуется найти такую стратегию $V^0 + v^0(t)$, которая исключает встречу с множеством M для всякого движения $r(t) = r(t, t_0, r_0, v_0)$. Если такой не существует, то требуется найти хотя бы стратегию $V^0 + v^0(t)$, которая удовлетворяет условию максимина:

$$\inf_{r(\cdot)} f(r(t, t_0, r_0, V^0), t_0 \leq t \leq \tau) = \min_U \sup_{r(\cdot)} f(r(t, t_0, r_0, V), t_0 \leq t \leq \tau) = \eta_0.$$

Рассматриваем игру с фиксированным временем окончания τ .

2.4. Способы идентификации модели

$$R_{s1}(t+1) = r_{s1}(t) + \sigma_{s1}(t+1, r_{s1}(t), r_{s1}(t-1)) -$$

функция, определяющая количество налоговых платежей, на основе известной информации: конкретного операционного дня $t+1$, количества налоговых платежей в предыдущие два дня $r_{s1}(t)$, $r_{s1}(t-1)$. На основе статистики, вводим функцию поправки:

$$\sigma_{s1}(t+1, r_{s1}(t), r_{s1}(t-1)) = k_{s1}(t+1) * \frac{r_{s1}(t) + r_{s1}(t-1)}{2} + (r_{s1}(t) - R_{s1}(t)).$$

Слагаемое $(r_{s1}(t) - R_{s1}(t))$ корректирует прогноз на день $(t+1)$ на основе уже точно известного количества налоговых платежей в день t и предполагаемого.

Рассчитываем коэффициент k на основе статистики по формуле:

$$k_{s1}(t+1) = \frac{2 * (r_{s1}(t+1) - r_{s1}(t))}{r_{s1}(t) + r_{s1}(t-1)}$$

Делим календарный месяц на пять лагов – соответствует максимальному числу недель, считаем среднее арифметическое. Получаем значения коэффициентов для некоторых месяцев.

Таблица 2.4.1

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ МЕСЯЦЕВ

| неделя | май | июнь | июль | август | сентябрь | среднее |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| 1 | -0.07141 | 0.28914 | -0.24322 | -0.0136 | 0.012066 | -0.0145 |
| 2 | 0.09901 | -0.02038 | -0.0146 | 0.003294 | -0.02622 | 0.0003 |
| 3 | -0.11121 | -0.1012 | 0.022405 | -0.13709 | -0.05308 | -0.1371 |
| 4 | 0.031313 | 0.001224 | -0.12173 | 0.055649 | -0.0403 | 0.0556 |
| 5 | 0.344555 | 0.365679 | 0.226118 | 0.329891 | 0.321572 | 0.3299 |

Но при таком предположении оказывается, что есть возрастающая линия тренда. Функцию $R_{s1}(t)$ мы считаем внемоделной, не рассматривая динамики увеличения налоговых платежей. Обозначим X – некоторое внешнее воздействие. Тогда X можно представить в виде: $X(t+1) = c * \frac{r_{s1}(t) + r_{s1}(t-1)}{2}$ и подбираем коэффициент c таким образом, чтобы линия тренда максимально приближалась к прямой $y(t) = 0$. Вычислять коэффициент k будем по формуле:

$$k_{s1}(t+1) = \frac{2 * (r_{s1}(t+1) - r_{s1}(t) - X)}{r_{s1}(t) + r_{s1}(t-1)}$$

Наилучшее приближение получили при следующих значениях c :

$$c = \begin{cases} 0,011, \text{ при } (t+1) \in [01.05.2005; 04.07.2005]; \\ 0,035, \text{ при } (t+1) \in [05.07.2005; 19.08.2005]; \\ 0,067, \text{ при } (t+1) \in [20.08.2005; 30.09.2005]. \end{cases}$$

Таблица 2.4.2

ЗНАЧЕНИЯ НАЙДЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ k

| неделя | Значение k | | | | | | |
|--------|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | № | май | июнь | июль | август | сентябрь | среднее |
| 1 | | -0,082414 | 0,017914 | -0,254221 | -0,048599 | -0,054934 | -0,084451 |
| 2 | | 0,088011 | -0,031383 | -0,044803 | -0,031706 | -0,093222 | -0,02262 |
| 3 | | -0,122212 | -0,112198 | -0,012595 | -0,172093 | -0,120082 | -0,107836 |
| 4 | | 0,020313 | -0,00978 | -0,156729 | -0,011351 | -0,107306 | -0,05297 |
| 5 | | 0,333566 | 0,354679 | 0,191118 | 0,262891 | 0,254562 | 0,279361 |

За искомые значения берем средние:

$$k_{s1}(t+1) = \begin{cases} -0,084451, \text{ если } (t+1) \in 1\text{-й нед. мес.} \\ -0,02262, \text{ если } (t+1) \in 2\text{-й нед. мес.} \\ -0,107836, \text{ если } (t+1) \in 3\text{-й нед. мес.} \\ -0,05297, \text{ если } (t+1) \in 4\text{-5 нед. мес.} \\ 0,279361, \text{ если } (t+1) \in 5\text{-й нед. мес.} \end{cases}$$

Функцию $R_{s2}(t+1)$ определяем аналогично функции $R_{s1}(t+1)$:

$$R_{s2}(t+1) = r_{s2}(t) + \sigma_{s2}(t+1, r_{s2}(t), r_{s2}(t-1));$$

$$\sigma_{s2}(t+1, r_{s2}(t), r_{s2}(t-1)) =$$

$$= k_{s2}(t+1) * \frac{r_{s2}(t) + r_{s2}(t-1)}{2} + (r_{s2}(t) - R_{s2}(t)).$$

Первоначально получаем следующие коэффициенты

Таблица 2.4.3

ПЕРВОНАЧАЛЬНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

| неделя | значение k | | | | | | |
|--------|--------------|----------|-----------|----------|-----------|-----------|---------|
| | № | май | июнь | июль | август | сентябрь | среднее |
| 1 | | -0.11643 | -0.132309 | -0.36071 | -0.045229 | -0.092099 | -0.0631 |

| неделя | значение k | | | | | |
|--------|------------|-----------|-----------|-----------|--------------|----------|
| № | май | июнь | июль | август | сентябрь | среднее |
| 2 | 0.05639 | 0.0053287 | 0.033693 | -0.000057 | 0.0187888 | -0.00006 |
| 3 | -0.011279 | -0.03608 | -0.02747 | -0.017164 | -0.0280309 | -0.0172 |
| 4 | 0.0762407 | 0.097081 | 0.083065 | 0.0731645 | 0.1006138 | 0.0732 |
| 5 | 0.071977 | 0.0533049 | 0.0612597 | 0.0129849 | -0.041106012 | 0.01298 |

Опять получили линию тренда, отличающуюся от прямой $y(t) = 0$. Как и в предыдущем случае, вводим влияние внешнего воздействия в виде $X(t+1) = c * \frac{r_{s2}(t) + r_{s2}(t-1)}{2}$. Варьируем коэффициент c .

Наилучшее приближение получаем при $c = 0,015$ для всего рассматриваемого периода. Тогда значение коэффициентов:

Таблица 2.4.4

ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

| неделя | значение k | | | | | |
|--------|------------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| № | май | июнь | июль | август | сентябрь | среднее |
| 1 | -0,066434 | -0,147309 | -0,37571 | -0,060229 | -0,1071 | -0,151356 |
| 2 | 0,084726 | -0,009671 | 0,018693 | -0,015057 | 0,003789 | 0,016496 |
| 3 | -0,026279 | -0,051081 | -0,04247 | -0,03216 | -0,043031 | -0,03901 |
| 4 | 0,061241 | 0,082081 | 0,068065 | 0,058165 | 0,085614 | 0,071033 |
| 5 | 0,056977 | 0,038305 | 0,04626 | -0,002015 | -0,056106 | 0,016684 |

Окончательно значения коэффициента:

$$k_{s2}(t+1) = \begin{cases} -0,151356, & \text{если } (t+1) \in \text{первой н. м.} \\ 0,016496, & \text{если } (t+1) \in \text{второй н. м.} \\ -0,03901, & \text{если } (t+1) \in \text{третьей н. м.} \\ 0,071033, & \text{если } (t+1) \in \text{четвертой н. м.} \\ 0,016684, & \text{если } (t+1) \in \text{пятой н. м.} \end{cases}$$

Рассмотрим функцию $R_{s3}(t)$:

$$R_{s3}(t+1) = r_{s3}(t) + \left(\frac{\hat{T}_{s3} - r_{s3}(t)}{\hat{T}} * r_{s3}(t) * \varphi * \frac{\sum \hat{T}^{-1} T_{\alpha}^*(t)}{\sum \hat{T}} + (r_{s3}(t-1) - r_{s3}(t-2))\psi \right) + \sigma_{s3}(r_{s3}(t), t).$$

Функцию $\sigma_{s3}(r_{s3}(t), t)$ определяем как и в двух предыдущих случаях:

$$\sigma_{s3}(t+1, r_{s3}(t), r_{s3}(t-1)) = k_{s3}(t+1) * \frac{r_{s3}(t) + r_{s3}(t-1)}{2} + (r_{s3}(t) - R_{s3}(t)).$$

Надо определить параметры φ , k_{s3} . Используем метод наименьших квадратов, формируем функцию:

$$Q = \sum_{t=1}^N \left(r_{s3}(t) + \left(\frac{\hat{r}_{s3} - r_{s3}(t)}{\hat{r}} * r_{s3}(t) * \varphi * \frac{\sum \hat{T}^{-1} T_{\alpha}^*(t)}{\sum \hat{T}} + (r_{s3}(t-1) - r_{s3}(t-2))\psi \right) - r_{s3}(t+1) \right)^2 \rightarrow \min.$$

Фиксируем коэффициенты $X = \varphi * \frac{\sum \hat{T}^{-1} T_{\alpha}^*(t)}{\sum \hat{T}}, \psi$.

Дифференцируем по k , приравняем к нулю и получаем уравнение, с одним неизвестным. Выражаем неизвестный коэффициент:

$$k = 2 * \frac{\sum (r_{s3}(t) + (r_{s3}(t) - r_{s3}(t-1))X)}{\sum (r_{s3}(t) + r_{s3}(t-1)^2)} + \frac{(r_{s3}(t-1) - r_{s3}(t-2))\psi - r_{s3}(t+1)}{\sum (r_{s3}(t) + r_{s3}(t-1)^2)} * \frac{(r_{s3}(t) + r_{s3}(t-1))}{\sum (r_{s3}(t) + r_{s3}(t-1)^2)}.$$

Суммирование ведется по временному периоду. Делим календарный месяц на пять недель-лагов. Находим пять коэффициентов для каждой недели рассматриваемого месяца. Наилучшие результаты, т.е. наименьшее стандартное отклонение от среднего значения для каждого из пяти коэффициентов, получили при $X = 0,07$, $\psi = 0,05$.

Таблица 2.4.5

СТАНДАРТНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ ОТ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ

| неделя | значение k | | | | | |
|--------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| № | май | июнь | июль | август | сентябрь | среднее |
| 1 | -0,067253 | 0,178733 | 1,053137 | 0,022791 | -0,207498 | -0,014645 |
| 2 | 0,191886 | 0,083764 | -0,246405 | 0,061703 | 0,071716 | 0,032533 |
| 3 | -0,053139 | 0,005590 | -0,019226 | -0,045677 | 0,010536 | -0,020383 |
| 4 | -0,124112 | -0,087212 | -0,034586 | -0,02049 | -0,08757 | -0,070794 |
| 5 | 0,003833 | -0,002397 | -0,018774 | 0,191616 | 0,050284 | 0,044912 |

За искомые значения берем средние:

$$k_{s3}(t+1) = \begin{cases} 0,19369, & \text{если } (t+1) \in \text{первой н. м.} \\ 0,48799, & \text{если } (t+1) \in \text{второй н. м.} \\ -0,12223, & \text{если } (t+1) \in \text{третьей н. м.} \\ -0,08495, & \text{если } (t+1) \in \text{четвертой н. м.} \\ 0,05393, & \text{если } (t+1) \in \text{пятой н. м.} \end{cases}$$

Т.к. на сегодняшнем уровне работы банка время проведения платежей сокращается в среднем на две третьих части, коэффициент $\varphi = 0,1$.

2.5. Описание алгоритма решения игровой задачи

Предполагаем неизменными следующие величины: пропускные способности дуг, функции стоимости, цены проведения платежей, количество банков, маршруты. Количество клиентов – тоже неизменная величина (в качестве примера я взяла пять клиентов). Рассматриваем период в 25 рабочих дней.

Формируем входящий поток платежей в первоначальный момент времени случайным образом, но в заданных пределах (от 15 до 25 платежей). Задаем управляющие параметры банка: желаемый уровень дохода по одному платежу, критический уровень дохода по одному платежу (ниже которого нельзя опускаться), время, за которое банк «обещает» провести платежи и реально затрачиваемое время проведения.

Далее в каждый момент времени τ рассчитываем количество платежей, на основе данных, полученных на предыдущей итерации $\tau - 1$. Причем для налоговых платежей и платежей внутри банка вычисляем значение

функций $R_{s_1}(\tau)$, $R_{s_2}(\tau)$, а реальный входящий поток $r_{s_1}(\tau)$, $r_{s_2}(\tau)$ выбираем случайно из промежутка ± 5 платежей к рассчитанному значению. Количество прочих платежей и прогнозируемое, и реальное, вычисляем с помощью функций $r_{s_3}(\tau)$, $R_{s_3}(\tau)$. Также случайным образом определяем необходимые нам параметры платежей: идентификатор банка-получателя и сумму платежа (от 1 до 700).

Для определения оптимального по времени и доходности маршрута проведения платежа используем генетический алгоритм. Впервые подобный алгоритм был предложен в 1975 году Джоном Холландом (John Holland) в Мичиганском университете. Он получил название «репродуктивный план Холланда» и лег в основу практически всех вариантов генетических алгоритмов. При этом в основе генетического алгоритма лежит метод случайного поиска.

Схема функционирования генетического алгоритма

Рассмотрим схему функционирования генетического алгоритма в его классическом варианте.

1. Инициализировать начальный момент времени $\tau = 0$. Случайным образом сформировать начальную популяцию, состоящую из k особей. $BO = (A_1, A_2, \dots, A_k)$.

2. Вычислить приспособленность каждой особи $FA_i = fit(A_i)$, $i = 1 \dots k$ и популяции в целом $Ft = fin(Bt)$. Значение этой функции определяет насколько хорошо подходит особь, описанная данной хромосомой, для решения задачи.

3. Выбрать особь Ac из популяции.

$Ac = Get(Bt)$.

4. С определенной вероятностью (вероятностью кроссовера Pc) выбрать вторую особь из популяции $c1 = Get(Bt)$ и произвести оператор кроссовера

$Ac = Cros\ sin\ g(Ac, Ac1)$.

5. С определенной вероятностью (вероятностью мутации Pm) выполнить оператор мутации

$Ac = mutation(Ac)$.

6. С определенной вероятностью (вероятностью инверсии Pi) выполнить оператор инверсии

$Ac = inversion(Ac)$.

7. Поместить полученную хромосому в новую популяцию

$insert(Bt + 1, Ac)$.

8. Выполнить операции, начиная с пункта 3, k раз.

9. Увеличить номер текущей эпохи $t = t + 1$.

10. Если выполнилось условие останова, то завершить работу, иначе переход на шаг 2.

В своей реализации генетического алгоритма в качестве особи я взяла полное распределение маршрутов. Приспособленность особи характеризуют два параметра: суммарный по всем платежам доход и время проведения платежей. При формировании каждой особи исключается превышение допустимых нагрузок дуг графа. Популяция состоит из семи особей. Используется одноточечный оператор кроссовера. Оператор мутации используется, при превышении у дочерней особи допустимой пропускной способности хотя бы одной дуги. Также реализована стратегия элитизма. Критерий останова – сравнение приспособленности популяции на

двух предыдущих эпохах. Приспособленность популяции характеризуют два параметра – доход и время. Вычисляем приспособленность популяции суммированием приспособленности особей.

За оптимальное решение берем особь с наибольшей доходностью, если в предыдущий момент $\tau - 1$ реально затрачиваемое время проведения платежа было меньше допустимого, и при этом средний доход по одному платежу меньше желаемого уровня, или если средний доход по одному платежу был меньше критического уровня. В остальных случаях за оптимальное распределение выбираем с наименьшим временем.

Для реализации алгоритма я выбрала программу Maple 9.01 корпорации Waterloo Maple Inc.(Канада). Maple – математическое Windows-приложение, позволяющее решать задачи из этого широчайшего диапазона за минимальное время.

2.6. Результаты работы программы

В результате работы программы выбраны три стратегии:

${}^2T_c 1 = 0,021$; $T_d 1 = 0,02$; $P_d 1 = 6,2$; $P_{min} 1 = 5,7$.

${}^2T_c 2 = 0,023$; $T_d 2 = 0,018$; $P_d 2 = 6$; $P_{min} 2 = 5,5$.

${}^2T_c 3 = 0,0223$; $T_d 3 = 0,019$; $P_d 3 = 6,1$; $P_{min} 3 = 5,6$.

Строим графики для различных стратегий (см. рис 1.)

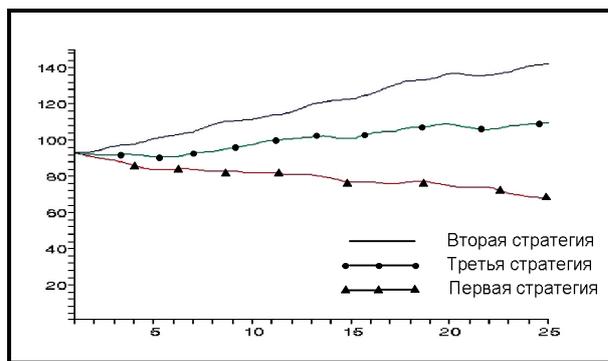


Рис. 1. Изменение количества входящих прочих платежей

Вторая стратегия обеспечивает устойчивый рост количества платежей, а значит и развитие банка в целом. Этот рост обеспечивается достаточно большим значением параметра ${}^2T_c 2 = 0,023$ и маленьким $T_c 2 = 0,018$, т.е. банк всегда работает лучше, чем ожидают от него

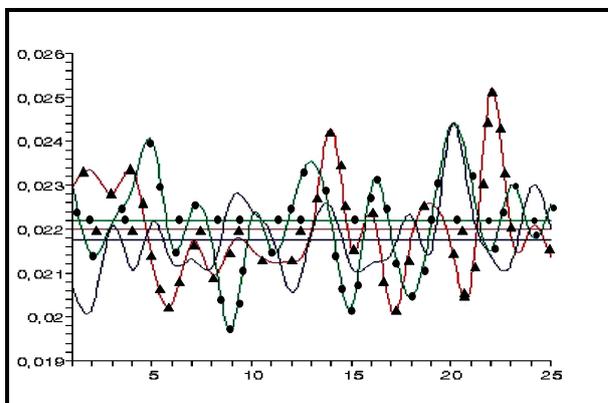


Рис. 2. Прямые среднего затраченного времени.

Прямые – это среднее затраченное время на проведение одного платежа для каждой стратегии. Лучший результат (наименьшее среднее время) достигается второй стратегией, худший – третьей. Но в то же время третья стратегия способна обеспечить рост количества платежей, а первая нет. Это связано со значением объявленного рекламного времени 2T_c . В случае с первой стратегией Банк слишком много обещал и мало сделал.

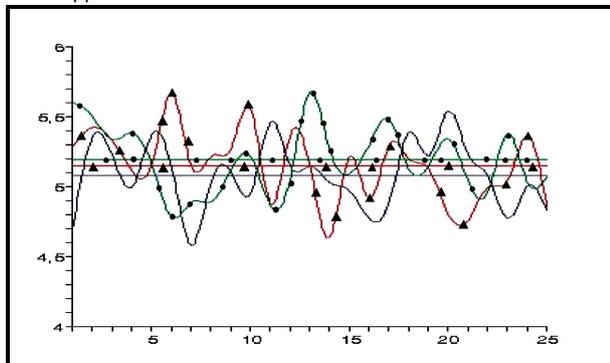


Рис. 3. Прямые среднего дохода

Для большей наглядности строим прямые среднего дохода для каждой стратегии. В этом случае наилучшей является третья стратегия, т.к. она обеспечивает наибольший доход. Это происходит за счет параметров $P_d 3 = 6,1$; $P_{min} 3 = 5,6$. Не смотря на то, что наименьший средний доход у второй стратегии, она обеспечивает максимальный рост суммарного дохода банка (см. рис. 4). Это происходит за счет возрастания количества входящих платежей.

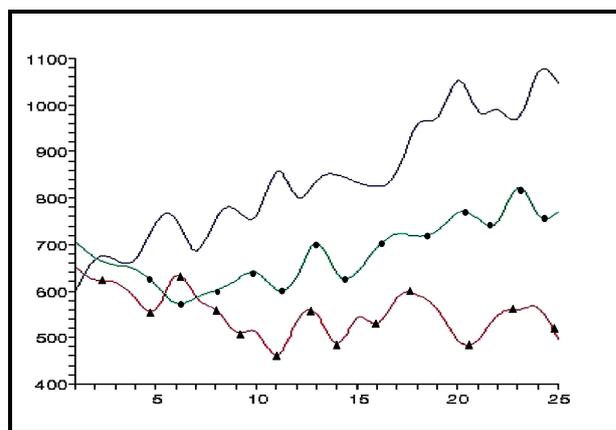


Рис. 4. Изменение суммарного дохода банка

За оптимальную стратегию целесообразно взять третью стратегию, которая способна обеспечить устойчивый рост и количества платежей, и дохода банка. При этом достаточно низкое значение рекламного времени способствует продвижению банка на рынке банковских услуг.

Но на самом деле связь между управляющими параметрами намного сложнее. Нельзя сказать, что рост количества платежей обеспечивается только параметрами 2T_c и T_d , а за изменение дохода отвечают параметрами P_d и P_{min} . Только тщательный анализ может помочь выбрать правильную стратегию поведения Банка.

Матюшина Елена Юрьевна