ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

Главному редактору журнала
«Аудит и финансовый анализ»
Чистякову Ю.В.

"Когда в руках вдумчивого человека
есть лишь молоток, то весь мир
представляется ему состоящим из гвоздей..."

Лофти Заде, создатель теории нечетких множеств

…[1]

С большим вниманием и интересом прочитал в интернет издании WWW.OPTIM.RU статью Недосекина А.О. "Управление финансами. **Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами**"[2], в которой сделана попытка практического применения Теории возможностей Л. Заде к двум очень важным задачам финансового анализа:

1. Оценка финансового состояния фирмы.
2. Оценка эффективности инвестиций (инвестиционный проект в реальные активы и инвестиционный проект в финансовые активы).

Как специалист, давно и глубоко исследующий проблему эффективности в технике и экономике, я очень обрадовался тому, что нашлось реальное практическое применение Теории возможностей в экономике и нашелся в нашей стране человек, способный дать ясные практические советы по основным направлениям применения этой теории в инвестиционной отрасли экономической науки. Однако, более детально ознакомившись с содержанием изложенных в статье методик, я, к сожалению, пришел к глубокому разочарованию.

…

Вполне допускаю, что Недосекина А.О. пытался на относительно простых примерах пояснить экономистам очень сложные теоретические положения Теории возможностей. Но это никак не может оправдать ошибки, которые при этом были допущены.

1. О природе нечетких построений

В Теории возможностей, как и в Теории вероятностей, существует два феномена неопределенности:

- неопределенность с дискретными свойствами;
- неопределенность с континуальными свойствами.

Несмотря на некоторое сходство, оперирование с этими двумя феноменами следует строго отделять.

В Теории возможностей это разделение еще более сложно, ибо все лингвистические переменные строятся на основе именно указанного строгого разделения уровневых функций на дискретные (и тогда имеем дело с классическими fuzzy sets) и континуальные (и тогда имеем дело с непрерывными уровневыми функциями).

В Теории вероятностей "заполнение" промежутков между значениями дискретной случайной величины линейными функциями вероятности **не имеет смысла**. Такое "превращение" дискретной случайной величины в непрерывную "умозрительными" методами приводит к грубейшему искажению результатов.

Поясним, откуда возникает такое заблуждение. В теории выбора[3], в качестве одного из критериев используется критерий Неймана. Этот критерий основан на поиске пересечения дифференциальных функций (плотностей) распределения **непрерывных** случайных величин параметров распознаваемых "образов". И вот тут в мыслях у всех возникает соблазн. Ведь для дискретной случайной величины распределение вероятностей и дифференциальная плотность – одно и то же! А нельзя ли просто "соединить" точки вероятностей прямыми линиями и получить критерий Неймана в явном виде? **Нельзя**! Данный критерий на поле дискретных событий определяется совсем по другому, нежели на поле непрерывных событий.

Что же явно просматривается в статье Недосекина А.О.? Везде присутствует путаница из дискретных и непрерывных уровневых функций, которая еще более усиливается качественными описаниями лингвистических переменных.

Главная формула нечеткой свертки в Теории возможностей Л. Заде (или нечеткого отображения) в общем виде выглядит следующим образом:

$$\mu_z = \max_{\substack{M_z;\\ z=x_1\oplus x_2\\ z\in Z}} \left\{ \min_{\substack{\mu_1\in M_1,\mu_2\in M_2;\\ z=x_1\oplus x_2\\ x_1\in X_1, x_2\in X_2}} \{\mu_1, \mu_2\} \right\}.$$

Т**олько условие равенства значений результата свертки** $z = x_1 \oplus x_2$ (действующее как ограничение) дает точную картину того, какая уровневая функция μ_z появится в окончательном результате.

Конечно, существуют исключения и для свертки двух нечетких величин **с совершенно одинаковыми по виду непрерывными уровневыми функциями.** Можно записать "мнемоническое правило": *уровневая функция результата линейного преобразования таких величин образуется простым соединением точек уровня результата той же комбинации, но дискретных величин, полученных из операндов выделением некоторых уровней на изломах уровневой функции.* Иными словами, здесь "закон преобразования" возможностей из дискретных в непрерывные действует напрямую и вопреки теории вероятностей!

Но в том то и дело, что есть два важнейших ограничения. Во-первых это правило касается только операций линейной комбинации положительных чисел. И, во-вторых, правило работает только тогда, когда операнды имеют одинаковую линейную форму уровневых функций – "треугольную". В иных случаях для определения непрерывной уровневой функции **следует бережно обращаться с формулой свертки в общем виде.**

Чтобы не быть голословным, приведу пример. Недосекина А.О. записывает для "треугольных" величин (формула[4] 20) операцию умножения

[a_1, a_2] (x) [b_1, b_2] = [a_1 x b_1, a_2 x b_2],

подразумевая при этом, что вид результата умножения останется прежним. А ведь эта операция не относится к линейной комбинации!

Пусть имеется дискретный "треугольник" (1,2,3) с вершиной уровневой функции, равной 1, в точке 2. Ум-

---

[1] Не приводится текст, содержащий комментарии автора письма, оскорбительные для автора критикуемой работы (*прим. ред.)*

[2] Журнал «Аудит и финансовый анализ» № 2'2000

[3] См. общеизвестный институций курс «Теория возможностей»

[4] Здесь и далее ссылки даются на статью Недосекина А.О. "Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами" – Аудит и финансовый анализ, № 2, 2000 г.

ножим это множество само на себя в соответствии с (20):

[1, 3]* [1, 3] = [1x1, 3x3] = [1, 9].

Действительно, вершина треугольника осталась в точке 4, как и для исходного операнда. Однако что на самом деле произошло с треугольником? Для проверки умножим по правилам Л. Заде:

(1,0)*(1,0) = (1,0)(2,1)*(1,0) = (2,0)(3,0)*(1,0) = (3,0)

(1,0)*(2,1) = (2,0)(2,1)*(2,1) = (4,1)(3,0)*(2,1) = (6,0)

(1,0)*(3,0) = (3,0)(2,1)*(3,0) = (6,0)(3,0)*(3,0) = (9,0)

Откуда получим нечеткое число

{(1,0), (2,0), (3,0) , (4,1) , (6,0) , (9,0)}.

Теперь "треугольник" фактически ("обрезая" нулевые концы) имеет вид [3,4,6], что никак не вяжется с результатом, полученным по формуле (20).

А что произойдет с точкой, соответствующей вершине треугольника, после нескольких операций умножения? Давайте посмотрим вместе. Для простоты оставим "треугольник" {(1,0), (4,1), (9,0)} и снова умножим его на первоначальное число. По формуле (20) получим

[1, 3]* [1, 9] = [1x1, 3x9] = [1, 27].

Думаете, вершина снова осталась посередине в точке 13? Как бы не так! Умножая "по Заде", вершину получим в точке 8.

Не буду дальше углубляться в теорию, но отмечу еще одно. Если предлагаемые Недосекиным А.О. "треугольники" и Т-числа интерпретировать как нечеткие числа непрерывной природы, то при правильном ("по Заде") выполнении операций умножения и деления выяснится следующая картина: *результат этих операций (уровневая функция) представлял бы собой "выпукло-вогнутую" кривую с выпуклой частью между точками* $\boldsymbol{a_1}$ x $\boldsymbol{b_1}$ и ***aC*** x ***bC*** (***C*** – вершина треугольника) *и вогнутой частью между точками*

aC x ***bC*** и $\boldsymbol{a_2}$ x $\boldsymbol{b_2}$.

Таким образом, например, чистая текущая стоимость проекта ***NPV*** всегда имела бы (примерный) вид, показанный на см. рис. 1.

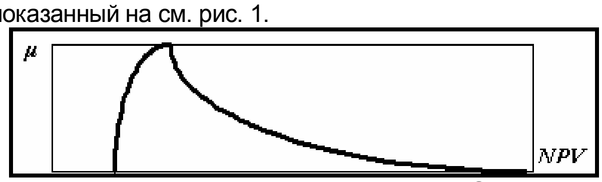

Рис. 1. Результат при правильном ("по Заде") выполнении операций умножения и деления

И чем больше длительность интервала прогноза, чем больше степень дисконтирования в знаменателе денежных потоков, тем более "вытянутым вправо" становится график.

Кстати, операция возведения в степень (при дисконтировании), в отличие от обычных арифметических операций и многих простых алгебраических функций, по своей арифметической сути **итеративна** и ее в нечетком виде вообще не имеет смысла выполнять "функционально"!

Недосекин А.О. в своей статье ошибочно утверждает, чтоб максимальное значение ***NPV*** (рис. 4[5]) или его среднее значение (рис. 6) имеют и максимальную возможность.

Недосекин А.О. в своей статье под нечеткими числами подразумевает только пару чисел с уровнем возможности либо 0, либо 1. Таким образом, изложенная в статье теоретическая основа относится к **робастным** (т.е. интервальным), но не к нечетким методам.

…

Ошибочной является попытка введения некоторого особого критерия приемлемости ***NPV*** инвестиционного проекта (рис. 5 и текст вокруг него).

Действительно, Недосекин А.О., по-видимому, хотел описать критерий пригодности в виде нечеткого неравенства

NPV > G,

в котором правая и левая части представляют собой нечеткие числа. При этом вместо простого и понятного по аналогии с теорией вероятностей анализа риска, Недосекин А.О. говорит о какой-то фазовой плоскостью, в которой полностью потерялся и нечеткий уровень и правила нечетких операций. Взять хотя бы пример соотношения (24), когда Недосекин А.О. каким-то образом записывает интервалы от ***NPV*** и ***G***, а они сами являются функциями параметров конкретных уровневых функций для соответствующих нечетких величин. Откуда взялась эта пресловутая площадь ***Sα***? Из чего следует, что именно она характеризует в том или ином смысле риск как функцию потерь?

Ниже я предлагаю свой рациональный подход к решению задачи, основанный на традиционном и испытанном **понятии риска как ожидания от функции потерь**.

В обычной четкой (детерминированной) записи показатель потерь принятия инвестиционного решения (настоящий риск), естественно, записывается в виде равенства:

R = |NPV-G|*1(G-NPV).

Здесь ***1(*)*** – функция-ступенька. Таким образом, если принимается решение при

NPV > G,

потерь нет вообще;

если принимается решение при

NPV < G,

получаются потери ***|NPV-G|***.

В условиях неопределенности, как гласит Теория, следует применять функцию ожидаемых потерь в виде интеграла

$$\boldsymbol{R(G) = \int_{-\infty}^{\infty} \left|NPV - G\right| * 1\left(G - NPV\right) \varphi_{NPV}\left(NPV \mid G\right) dNPV.}$$

То есть, вооружившись условной плотностью вероятности $\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{NPV}}$, для параметра окружающей среды ***G*** (как границы приемлемости), можно оценить условный средний риск потерь ***R(G)*** в данной среде.

Если же и сама окружающая среда случайна (параметр ***G*** случаен), то "полный" или "абсолютный" риск определяется двойным интегралом

$$\boldsymbol{R = \int_{-\infty}^{\infty} \Big[\int_{-\infty}^{\infty} \left|NPV - G\right| \cdot 1\left(G - NPV\right) *}$$

$$\boldsymbol{* \varphi_{NPV}\left(NPV \mid G\right) dNPV \Big] \varphi_G(G)\,.}$$

Дальше, делением ***R*** на $\boldsymbol{NPV_{max}}$ и получаем относительный критерий в пределах [0, 1], понятный инвестору.

[5] Здесь и далее ссылки рисунки см. в статье Недосекина А.О. "Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами" – Аудит и финансовый анализ, № 2, 2000 г.

2. Модель Альтмана и ее преобразование к нечеткому виду

Альтман с группой исследователей в 60-е годы XX века установил, что финансовое состояние фирмы можно описать точкой пространства с мерой, представленной ограниченным набором финансовых показателей фирм ($Z_1, Z_2, \ldots$). В таком пространстве показатели потерпевших банкротство фирм исторически "складываются" в гиперподпространство "очень опасного" финансового состояния. Поэтому задача Альтмана заключалась в том, чтобы найти какой-то способ отделения подпространства "опасного состояния" R^- от подпространства "безопасного состояния" R^+.

Математическая теория предлагает в качестве наипростейшего способ отделения гиперподпространств гиперплоскостью с уравнением

$$\sum_i \alpha_i Z_i - V = 0.$$

В этом уравнении V математически представляет собой "параметр нулевой точки" или модуль нормали к гиперплоскости.

Расстояние до этой гиперплоскости из любой точки пространства ($X_1, X_2, \ldots$) как раз и характеризует состояние реальной фирмы и оценивается простой подстановкой:

$$A = \sum_i \alpha_i X_i - V.$$

Отсюда Альтман должен был решить три взаимосвязанные задачи:

1. Выбрать из всего множества набор "самых значимых" параметров ($Z_1, Z_2, \ldots$), которые, пусть и с некоторой ошибкой, но в целом имеют право характеризовать лингвистическую переменную "*финансовое состояние фирмы*".
2. Выбрать репрезентативную группу фирм, состоящую в исторической ретроспективе из пула банкротов и пула относительно благополучных фирм, и попытаться найти такие коэффициенты гиперплоскости $V, \alpha 1, \alpha 2, \ldots$, которые с минимальной ошибкой отделяли бы пул банкротов от пула благополучных.
3. Взять финансовые коэффициенты ($X_1, X_2, \ldots$) оцениваемой фирмы, подставить их в полученную формулу гиперповерхности, рассчитать значение A и указать соответствующее этому значению состояние (например, указать значение лингвистической переменной "*состояние фирмы*").

Альтман решил все эти задачи и мы знаем его **метод МДА**.

Какая же из задач решалась в статье Недосекина А.О.? Я вижу только третью. А она ведь не самая главная и не самая сложная, чтобы претендовать на громкое название метода или методики "Анализ риска банкротства". Но посмотрим, что же на самом деле сделано в статье Недосекина А.О.

Вначале – два замечания.

Замечание 1

Сущность V гораздо шире, чем это кажется на самом деле. Выбирая пул неблагоприятных состояний в смысле соответствующей лингвистической переменной[6] и включающий все банкротства, можно получить ряд значений V и соответствующих им коэффициентов α. Альтман так и сделал и получил некоторую градацию значений V. Но при этом ему пришлось предположить параллельность всех разделяющих гиперплоскостей, при которой с изменением V коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ остаются прежними. Но эта некорректность при его исходных данных на результаты не повлияла.

Замечание 2

Сама по себе расчетная часть третьей из методик Альтмана чрезвычайно проста:

- если в результате подстановки ($X_1, X_2, \ldots$) получаем отрицательное число A, то, фирма **неблагополучна** с финансовой точки зрения;
- если в результате подстановки ($X_1, X_2, \ldots$) получаем положительное число $A > 0$, то фирма **благополучна** с финансовой точки зрения.

Однако, желательно уточнить эту оценку. Именно для этого Недосекин А.О. предлагает применить теорию нечетких множеств.

Сомнений нет, применение Т-чисел для характеристики значений лингвистической переменной "состояние фирмы" вместо четкой градуировки V является существенным шагом вперед.

Но что же сделал Недосекин А.О.? Он попытался дать две (!!!) разные трактовки одной и той же нечеткой лингвистической переменной V[7].

Первый раз на графике рис. 2 переменная V предстает как некая экспертная оценка. Возникает вопрос: почему эта переменная изменяется только в пределах [0, 1]? Что у Альтмана есть данные насчет максимума расстояния от разделяющей гиперплоскости до точки состояния "*самой лучшей*" фирмы, равного 1? Или существует такой "эксперт", который укажет метрику свертки из 4-х альтмановских коэффициентов, например, в машиностроении?

Второй раз Недосекин А.О. пытается дать трактовку лингвистической переменной V в пунктах 1.3.3 и 1.3.4, где имеет место некорректная логическая связка лингвистических переменных "*состояние параметра*" и "*состояние фирмы*". Действительно, написано: "уровень параметра" через весовой коэффициент p (одинаковый для всех отраслей экономики !?) и направление влияния "рост-снижение" σ переходит в "уровень состояния фирмы". Разве это корректно (с учетом того, что в примерах Недосекина П.О. некоторые параметры варьируются от 0 до ∞, а "состояние фирмы" изменяется от 0 до 1)?

Можно понять, если "состояние параметра", с одной стороны, преобразуется нечетким преобразованием в нечеткое понятие «гиперплоскости разделения», а "состояний фирмы", с другой стороны – в гиперплоскость разделения «состояний фирмы», которая определяется экспертным путем. Затем производится нечеткое объединение этих понятий. Но ничего подобного у Недосекина А.О. нет!

Вместо этого приводятся следующие ошибочные утверждения:

- формулы (4)-(6) полностью отрицают количественное влияние "состояния параметра" на "состояние фирмы". Ведь именно о нем так заботился Альтман. А Недосекин А.О. это зачеркиваете и пытается ввести качественную зависимость. Кстати, в (4) величину σ следовало бы записывать как функцию от параметра справа;
- в формуле (12) в числителе уровневая функция λ, а не простой коэффициент, а поэтому ошибочно утверждается, что Y коэффициент. А далее идет свертка всех "почти не пересекающихся" T-значений лингвистической переменной V в единый показатель –"матожидание"? Это даже не "средне-шкальное" расстояние до разделяющей гиперпло-

[6] Вместо пула исключительно банкротов.

[7] Я настаиваю, что именно так следует понимать график на рис. 2 и пункт 1.3.4 статьи Недосекина А.О.

скости. А формула (14) со средним значением 2-го и 3-го значения лингвистической переменной – это откуда?

Ошибочно утверждение, что лингвистические переменные типа "финансовый параметр" суммируются с весовыми коэффициентами по шкале Фишберна (или равномерно). В трудах Альтмана усилия направлены на то, чтобы по статистическим (или экспертным) данным получить эти весовые коэффициенты! Суть методики МДА (2-я методика Альтмана) состоит именно в том, чтобы оценить весовые коэффициенты для данного типа фирм в экономике страны, отрасли, региона.

Заблуждением является попытка найти «всеобщий независимый критерий банкротства». Каждая отрасль экономики "сворачивает" свои финансовые коэффициенты по-своему. Можно лишь оценить нечеткость такой свертки в отдельной отрасли в данный период, но переносить нечеткость свертки с одной отрасли на другую – ошибочно.

Распознавание же текущего состояния – задача простая. Если имеется свертка по Альтману (даже с нечеткими коэффициентами), можно получить оценку "состояния фирмы". Если свертка – число, то остается только оценить по максимуму уровневой функции соответствующего Т-числа, какова реальная возможность этого значения лингвистической переменной и какова возможность ошибки, если свертка попала в пересечение Т-чисел. Если свертка – сама нечеткое число, то можно оценивать ее принадлежность к значению лингвистической переменной, например, по площадям пересечения.

Задача, которую попытался решить Недосекин А.О., известна и носит название **задачи нечеткой кластеризации.**

3. Как правильно оптимизировать портфельные инвестиции

В третьей части статьи "Управление риском портфельных инвестиций», фактически Недосекиным А.О. рассматривается подход к решению задачи Марковица, которая не относится напрямую к известной в экономической теории задаче управления портфелем!

Согласно У. Шарпа (см. ссылку литературу Недосекина А.О.), имеет место **важная особенность экономической теории инвестиций**: строгое разделение задачи оптимизации портфеля (задачи Марковица) и задачи инвестиционного менеджмента. Не случайно первая задача у У. Шарпа рассматривается в 8-й главе его всемирно известной монографии, а вторую задачу он отнес– в 24 и 25 главы. Согласно У. Шарпа, *управление портфелем* подразумевает временную **динамику**, а *задача Марковица*, которую рассматривает Недосекин А.О., **статична** по своей экономико-математической природе. Эти задачи преследуют совершенно разные цели и потому имеют различные модели (САРМ-модель не одно и то же, что модель Марковица!) и соответственно различные формализованные целевые функции.

Теперь кратко о приведенной Недосекиным А.О. постановке **задачи Марковица**. Ошибочно мнение Недосекина А.О. по поводу мотивов инвестора: *инвестор* – это не джентльмен с оксфордско-кембриджскими манерами и умственными способностями, а "капиталистическая акула", заботящаяся только о том, чтобы *без всякого риска* выжимать из фондового рынка все до капли. Ни о какой "фиксации риска" такой инвестор *даже не подозревает*. Об этом должны заботиться аналитики и консультанты. Именно они предлагают инвестору свой вариант формирования портфеля и свое видение того, как усладить ненасытные желания клиента. А поэтому в модели Марковица используется не предложенная Недосекиным схема "фиксации", а более изощренная и понятная только аналитикам **целевая функция полезности инвестора**:

$$\boldsymbol{U} = \lambda \cdot \boldsymbol{r_p} - \sigma_p^2 \to \boldsymbol{max},$$

в которой произвольный коэффициент ***λ*** отвечает и за возможную[8] "фиксацию" разброса доходности, и за возможную "фиксацию" самой доходности и за всевозможные иные комбинации аналитического ума.

U понятно только аналитикам, так эта конструкция, как и любые ее части, представляет собой *только косвенную характеристику риска, как ожидания от функции потерь, но не сам риск*. Вот почему реальный инвестор даже и не подозревает, что его "простые желания" так сложно формализуются.

Задача минимизации риска – это и есть **задача управления портфелем**, а функционалом в этой задаче служит уже приводимый мной выше интеграл:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{I} \cdot \int_{T_0}^{\infty} \left| r_0 - U(\lambda) \right| \cdot 1\left(U(\lambda) - r_0\right) \cdot \varphi_{r_0,\lambda}\left(r_0(t), \lambda(t)\right) dt.$$

Риск в данном случае может быть оценен по времени как в ретроспективе, так и в перспективе. И этот риск, измеренный в потере конкретных инвестиционных денег ***I***, уже может стать предметом торгов на переговорах между заинтересованной брокерско-аналитической фирмой и клиентом, предлагающим фирме "поиграть" с его деньгами.

Теперь о заблуждениях в работе Недосекина А.О.

Известный на западе исследователь Майкл Бромвич еще на заре развития теории инвестиций установил, что дифференциальные законы распределения доходностей ценных бумаг имеют "колоколообразную" форму и даже нормальное их представление далеко от действительности, а поэтому "треугольные" доходности Недосекина А.О. так же далеки от реальности.

В определении Недосекина А.О. «степень риска неэффективности» соединены противоречивые критерии:

- эффективность как универсальное свойство систем;
- риск как показатель неэффективности;
- степень как один из видов представления относительных величин.

Задача дисконтирования денежных потоков в условиях неопределенности никакого отношения не имеет к задаче Марковица в ее классической постановке имеет. Модель Марковица есть модель линейной комбинации случайных (или нечетких) величин, важнейшим элементом которой является *разброс* ***относительно*** *ожидаемой доходности.*В формулах (40)-(42) это выражено неадекватно.

Вызывает сомнение характер кривой на рис. 8. Разве доходность ценной бумаги не растет с ростом "степени риска" как ее понимают в экономике?

[8] См., например, Л. С. Тарасевич «Учебник по макроэкономике» - СПб ун-та экономики финансов

4. Об учете риска неплатежей при управлении портфелем

При выводе формул (48)-(52) Недосекин А.О., прежде чем приступать к решению, мог бы проанализировать задачу с целью понижения ее сложности.

Мною предлагается следующий рациональный путь постановки задач на основе модели Марковица с учетом дефолт-сценариев.

Раскроем формулу (51). Для этого, на базе предложенных Недосекиным А.О., введем некоторые новые обозначения:

$P_j = P(H_j(\delta_1, \delta_2, \ldots))$ - вероятность сценария $(\delta_1, \delta_2, \ldots)$, пронумерованного во всей совокупности рассматриваемых сценариев (2^N) под номером j;

$\delta_i(j)$ - индикатор дефолта i-го эмитента в j-м сценарии, принимающий соответствующие событию дефолта значения 0 и;

$\Omega_{0i}(j)$ – множество индексов i, для которых в j-м сценарии наступает дефолт эмитента i-й ценной бумаги;

$\Omega_{1i}(j)$ – множество, сопряженное с предыдущим.

Тогда более понятная запись (48) будет иметь вид:

$$\bar{r}(j) = -\sum_{\Omega_{0i}(j)} x_i + \sum_{\Omega_{1i}(j)} \bar{r}_i \cdot x_i .$$

После этого получим и более понятную запись (51):

$$\bar{r} = \sum_j P_j \cdot \left[-\sum_{\Omega_{0i}(j)} x_i + \sum_{\Omega_{1i}(j)} \bar{r}_i \cdot x_i \right].$$

Свойство дистрибутивности умножения дает право на следующую запись:

$$\bar{r} = -\sum_j P_j \sum_{\Omega_{0i}(j)} x_i + \sum_j P_j \sum_{\Omega_{1i}(j)} \bar{r}_i \cdot x_i .$$

Теперь во "внутренних" сложных суммах можно перейти к "обычному" последовательному суммированию:

$$\sum_{\Omega_{1i}(j)} \bar{r}_i \cdot x_i = \sum_i \delta_i(j) \cdot \bar{r}_i \cdot x_i ;$$

$$\sum_{\Omega_{1i}(j)} x_i = \sum_i [1 - \delta_i(j)] \cdot x_i .$$

Наконец, воспользовавшись свойством коммутативности двойных сумм, получим:

$$\bar{r} = -\sum_i \left[\sum_j P_j (1 - \delta_i(j)) \right] x_i +$$

$$+ \sum_i \left[\sum_j P_j \, \delta_i(j) \right] \bar{r}_i \cdot x_i =$$

$$= \sum_i \left\{ \left[\sum_j P_j \, \delta_i(j) \right] (\bar{r}_i + 1) - 1 \right\} x_i$$

После "естественного" обозначения

$$\bar{r}_i^* = \left[\sum_j P_j \cdot \delta_i(j) \right] \cdot (\bar{r}_i + 1) - 1$$

и известного из теории вероятностей дисперсионного преобразования:

$$\sigma(\bar{r}_i^*) = \sigma_i^* = \sigma_i \sqrt{\sum_j P_j \cdot \delta_i(j)}$$

приходим к прежнему "марковичному" виду постановки. Только теперь в задаче будут присутствовать не "чистые", а скорректированные на дефолт параметры ценных бумаг.

Теперь о неточностях в работе Недосекина А.О.

Смысл формулы (53 не ясен. Почему появилась "часть" формулы плотности нормального закона распределения? Что собой представляет независимая переменная и верхний предел интегрирования?

В пункте 4.3 вводится "нечеткая вероятность", с которой проводятся операции как с самым обычным набором Т-чисел. Так же, как и обычная вероятность, **лингвистическая вероятность должна подчиняться закону нормировки**. Только здесь этот закон действует по "нечетким правилам". И правила эти таковы: *сумма всего терм-множества лингвистической вероятности должна быть равна 1, а при оперировании с такой вероятностью из каждого элемента терм-множества "выдергиваются" только те элементы базовых множеств (с их возможностями), которые в сумме дают 1.* Поэтому названия "очень низкая", "низкая", "средняя" и проч. вероятность сохранения платежеспособности относятся именно к лингвистической переменной "*уровень платежеспособности*", а к лингвистической вероятности (названиями терм-множества которой служат просто числа) никакого отношения не имеют. Вероятность – продукт именно количественного, а не качественного анализа. Не бывает "хорошей" и "плохой" вероятности.

Некорректны данные в табл. 15, так как в ней отсутствует нормировка нечетких вероятностей.

Некорректным является утверждение, что если вероятность сохранения платежеспособности описана подмножествами ***{A, B, C, D, E}***, то соответствующая вероятность дефолта описывается подмножествами ***{E, D, C, B, A}*** соответственно, как вероятность дополняющего противоположного события, образующего с исходным событием полную группу.

Во-первых, ответьте точно: дополняющими или все-таки противоположными? Надеюсь, Вы согласны, что это не одно и то же.

Спорным является утверждение, что терм-множества A-E и B-D одной и той же лингвистической вероятности обязательно должны дополнять друг друга или быть противоположными.

Как можно после этого судить о содержании пунктов 4.4 - 4.7, построенных на основе отмеченных неточностей?

Заключение

Теория возможностей Л. Заде возникла на базе одной из величайших и старейших математических теорий – теории вероятностей. Именно аналогии с построениями теории вероятностей, а не "плодотворные дискуссии" послужили гарантией того, что Теория возможностей до сих пор не превратилась в "игру разума", а продолжает оставаться одним из важнейших ориентиров для настоящих естествоиспытателей.

Согласен также, что "…всегда остается возможность поставить под сомнение неограниченную познавательную активность эксперта…". Но такая активность должна в итоге приносить плоды разума! Вот тогда и могут возникнуть "плодотворные дискуссии", в которых в конце концов и возникнет свет истины.

С уважением

Николай Радионов, к.т.н., полковник запаса,
бывш. сотрудник Санкт-Петербургской военно-космической академии им. А. Ф. Можайского