ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСАМИ

СДВИГ СПРОСА И РАВНОВЕСИЕ В МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ С ПОСТОЯННЫМИ ЗАТРАТАМИ

Бегларян А. В., зам. начальника отдела АКБ «Интрастбанк», аспирант ЦЭМИ РАН

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается зависимость равновесной цены в модели олигополии, приведенной в работе [1], от сдвига спроса. Освещаются эффекты переключения равновесной цены (скачка) с «перехлестом». Такой эффект получается при изменении ступенчатой функции спроса. Подобный эффект получен также в [2]; там для несколько иной модели сконструированы режимы производства, благодаря которым при вариации кривой спроса также получается эффект инерционности системы.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим экономику, в которой производится один однородный продукт. Производство в целом характеризуется функцией затрат

$$f(X) = c_0 + c_1 X,$$

где X – объем производства всей экономики;

c_0 – затраты, которые необходимо производить для обслуживания всех производственных мощностей экономики;

c_1 – затраты, связанные с производством продукции (издержки на производство единицы продукции). Предполагается, что

$c_1 = f'(0) > 0$ и $c_0 = f(0) > 0$.

Производственные мощности экономики поделены между n собственниками средств производства. Каждый, из которых имеет долю $\alpha_i > 0,\ i = 1, \ldots, n$. При этом

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1.$$

Таким образом, доля i-го собственника в общем выпуске составляет $x_i = \alpha_i X$, а его затраты составляют

$$\alpha_i c_0 + c_1 x_i.$$

Спрос индивидуально не рассматривается: большое количество потребителей характеризуется функцией спроса

$$G(p),\ \ p \geq 0,$$

где

$G(p)$ – объём продукции, который потребители готовы купить по цене p.

Основные требования к функции $G(p)$ – её неотрицательность ($G(p) \geq 0$) и невозрастание ($G'(p) \leq 0$). Какого-то постоянного внешнего спроса не предполагается, так что существует наименьшее $p_{max} > 0$, при котором $G(p_{max}) = 0$, и, следовательно, $G(p) = 0$ при $p > p_{max}$.

Каждый собственник средств производства определяет для себя величину желаемой прибыли на единицу произведенной им продукции (т.е. имеет некоторую гипотезу о её величине). Обозначим эту величину через $v_i,\ i = 1, \ldots, n$. Поскольку выручка, прибыль и затраты участника связаны равенством

$$\alpha_i c_0 + c_1 x_i + v_i v_i = p x_i, \qquad i = 1, \ldots, n,$$

то каждый участник определяет свой объём производства при цене p по формуле

$$x_i = \frac{\alpha_i c_0}{p - v_i - c_1}, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Этот объём войдет в общий выпуск экономики

$$X = \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i c_0}{p - v_i - c_1}.$$

На рынке устанавливается баланс спроса и предложения (быстрое равновесие) в предположении, что величины желаемых прибылей на единицу продукции участников v_i изменяются медленно. Балансовое равенство имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i c_0}{p - v_i - c_1} = G(p). \qquad (1.1)$$

Из балансового равенства (1.1) определяется равновесная цена как функция гипотез участников $v_i,\ i = 1, \ldots, n$,

$$p^* = p^*(v_1, \ldots, v_n).$$

Объемы выпуска участников производства при равновесной цене на рынке p^* также являются функциями гипотез $v_1, \ldots, v_n$:

$$x_i = \frac{\alpha_i c_0}{p^*(v_1, \ldots, v_n) - v_i - c_1}, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Общее равновесие в модели реализуется, когда для каждого участника производства его прибыль оказывается максимальной по v_i, в предположении, что остальные $v_j,\ j \neq i$ неизменны.

Таким образом, общее равновесие в рассматриваемой модели соответствует равновесию Нэша для функций выигрыша

$$\pi_i(v_1, \ldots, v_n) = v_i x_i(v_1, \ldots, v_n), \qquad i = 1, \ldots, n,$$

так что, если $(v_1^*, \ldots, v_n^*)$ – точка равновесия, то

$$\pi_i(v_i^*, v_{-i}^*) = \max_{v_i} \pi_i(v_i, v_{-i}^*), \qquad i = 1, \ldots, n.$$

При равновесии $(v_1^*, \ldots, v_n^*)$ равновесная цена общего равновесия равна

$$p^*(v_1^*, \ldots, v_n^*),$$

а объемы выпуска участников экономики

$$x_i^* = x_i(v_1^*, \ldots, v_n^*) \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Соответствующий общий выпуск экономики равен

$$X^* = \sum_{i=1}^{n} x_i^*.$$

В настоящей работе рассматривается случай, когда все участники производства имеют одинаковые доли и, следовательно, одинаковые ожидания прибыли на единицу произведенной продукции в равновесном состоянии, т.е.

$$v_1^* = v_2^* = \ldots = v_n^* = v.$$

Чтобы не усложнять формулы, равновесную цену будем обозначать через p.

Согласно [1] условие общего равновесия в этом случае при гладкой функции $G(p),\ p \in [0, p_{max}]$ выглядит следующим образом:

$$c_0(p-c_1)+(p-c_1)\frac{c_0^2}{G^2}G'(p)=$$

$$=\frac{c_0}{n}(p-c_1)-\frac{c_0^2}{nG},$$

или

$$\frac{n-1}{n}(p-c_1)+c_0(p-c_1)\frac{G'(p)}{G^2}+\frac{1}{n}\frac{c_0}{G}=0,$$

или

$$G'(p)=-\frac{(n-1)(p-c_1)G+c_0}{nc_0(p-c_1)}G. \qquad (1.2)$$

Из балансового равенства при одинаковых участниках получим

$$v=p-c_1-\frac{c_0}{G(p)}. \qquad (1.3)$$

Заметим, что в состоянии равновесия $p-c_1>0$.

2. РАВНОВЕСИЕ ПРИ СТУПЕНЧАТОЙ ФУНКЦИИ СПРОСА

Характер изменения равновесного состояния при изменении спроса удобно иллюстрировать на примере ступенчатой функции спроса. В случае гладкого спроса наблюдаются те же эффекты, но они несколько сглажены. Мы рассмотрим случай, когда функция спроса имеет две ступеньки, а в остальном постоянна.

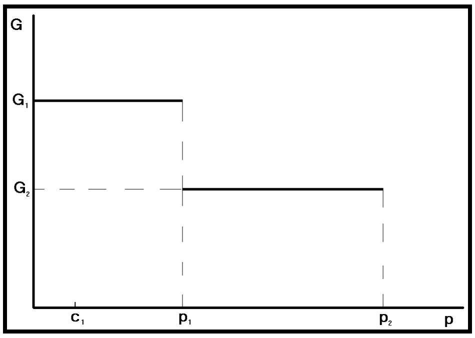

Рис. 1. Вид функции спроса

Таким образом,

$$G(p)=G_1, \qquad 0<p\le p_1,$$
$$G(p)=G_2, \qquad p_1<p\le p_2,$$
$$G(p)=0, \qquad p<p_2.$$

Что касается точек разрыва $p=p_1$ и $p=p_2$, то предполагается, что в равновесии могла бы реализоваться любая величина спроса между G_1 и G_2 или между G_2 и нулем, соответственно. Поэтому мы соединим вертикальными отрезками точки разрыва графика функции $G(p)$ и полученную уже непрерывную линию примем за кривую спроса.

Если рассматривать ступенчатую кривую спроса как предел графиков гладких функций с крутыми ступеньками, то для $p=p_1$ и $p=p_2$ балансовое равенство (1.1) следует заменить на пары неравенств

$$G_1\ge\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_i c_0}{p_1-v_i-c_1}\ge G_2,$$

$$G_2\ge\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_i c_0}{p_1-v_i-c_1}\ge 0. \qquad (2.1)$$

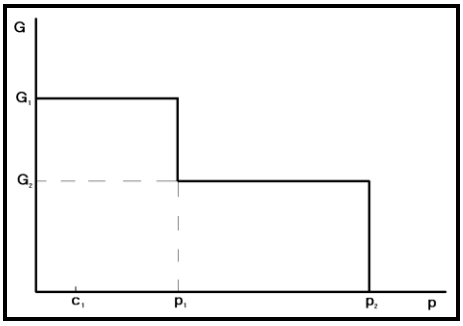

Рис. 2. Вид исследуемой кривой спроса

Для случая одинаковых участников эти неравенства принимают вид

$$G_1\ge\frac{c_0}{p_1-v-c_1}\ge G_2, \qquad G_2\ge\frac{c_0}{p_1-v-c_1}\ge 0.$$

В (1.3) под $G(p)$ для случая $p=p_1$ или $p=p_2$ следует понимать любой объем из промежутков $[G_2, G_1]$ и $[0, G_2]$, соответственно.

Кроме того, в условии равновесия (1.2) величину $G'(p)$ при $p=p_1$ или $p=p_2$ следует принять равной $-\infty$, если $G(p)$ лежит строго между верхней и нижней границей. Если же объем $G(p)$ принимается равным верхней или нижней границе соответствующей ступеньки, то под $G'(p)$ логично подразумевать любое число из полубесконечного отрезка $(-\infty, 0]$.

Исследуем данный вид спроса на возможность существования равновесных точек. Используем уравнение равновесия в случае одинаковых участников производства (1.2).

Допустим, решение находится на горизонтальных участках кривой спроса ($G'(p)=0$). Тогда из (1.2) получим

$$(n-1)(p-c_1)G(p)+c_0=0,$$

что невозможно так как $n\ge 1,\ p-c_1>0,\ G(p)\ge 0$ и $c_0>0$. Следовательно, равновесие не может быть на горизонтальных участках кривой спроса.

На вертикальных участках, как уже говорилось, $G'(p)=-\infty$, что также невозможно, т.е. и здесь не может быть равенства (1.2).

Таким образом, равновесие может быть только на углах кривой спроса. Заметим, однако, что нижний угол ступеньки не может быть точкой равновесия. Действительно, в этом случае при увеличении v_i некоторого участника сохраняется цена, при которой имеет место балансовое соотношение (2.1), а объем производства этого участника растет. Таким образом, нижний угол ступеньки не является равновесием по Нэшу. Точкой равновесия служит верхний угол ступеньки. Причем, в этом случае, известен спрос (G_1 или G_2) и соответствующая равновесная цена (p_1 или p_2). Величина «производной» G' в точке равновесия вычисляется при этом из (1.2).

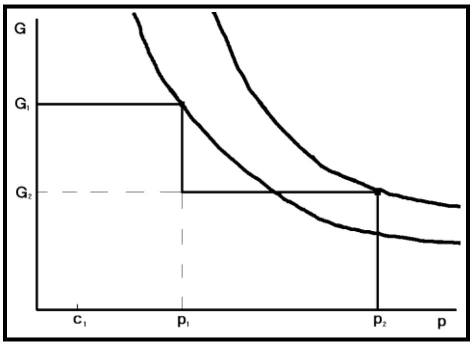

Рис. 3. Места возможного возникновения равновесных точек

На приведенном рисунке помимо ступенчатой кривой спроса изображены кривые предложения, соответствующие двум равновесиям. Для любой точки равновесия $p = p_1$ имеем

$$v^1 = p_1 - c_1 - \frac{c_0}{G_1}.$$

При этом значении прибыли на единицу продукции кривая предложения имеет уравнение

$$S_1(p) = \frac{c_0}{p - v^1 - c_1} = \frac{c_0 G_1}{c_0 + G_1(p - p_1)}.$$

Аналогично для правой точки равновесия

$$v^2 = p_2 - c_1 - \frac{c_0}{G_2}, \qquad S_2(p) = \frac{c_0 G_2}{c_0 + G_2(p - p_2)}.$$

Заметим, что $S_k(p) \to +\infty$ при

$$p \to p_k - \frac{c_0}{G_k}, \; k = 1, 2 .$$

Подчеркнем, что указанные точки можно считать точками равновесия лишь в случае, если прибыль производства оказывается положительной, т.е. в случае, когда

$$p_1 > c_1 + \frac{c_0}{G_1} = p_1^{krit}, \qquad p_2 > c_1 + \frac{c_1}{G_2} = p_2^{krit}. \qquad (2.2)$$

3. ЗАВИСИМОСТЬ РАВНОВЕСНОЙ ЦЕНЫ ОТ СДВИГА СПРОСА

Исследуем характер поведения равновесной цены в зависимости от изменения спроса. Нас будет интересовать эффект «переключения» между двумя равновесными состояниями в случае ступенчатого вида спроса при изменении цены p_1.

Как мы уже выяснили, равновесие может существовать только в точках p_1 и p_2 (Рис.4.). Причем в этих точках известны значения спроса G_1 и G_2, значения их «производных» G_1' и G_2' (см. (1.2)) и прибыли на единицу продукции v^1, v^2 (см. (1.3)).

Пусть мы находимся в точке A. Предположим, что точка A движется влево, т. е. происходит «обеднение бедных». Равновесная цена p_1 тоже двигается влево начиная с $p = p^0$ (Рис.4.). Меняется и v^1 (решение находится уже на других кривых предложения). Прибыль каждого участника равна

$$\pi = \frac{1}{n}\left[(p_1 - c_1)G_1 - c_0\right].$$

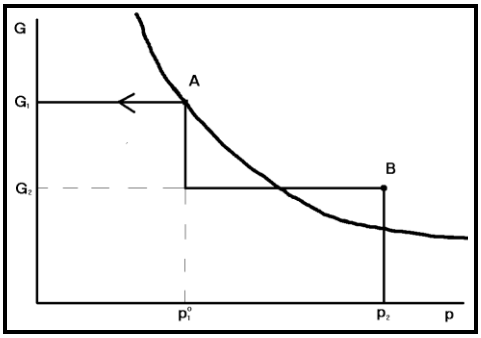

Рис. 4. Движение из первоначального состояния

При движении наступает момент, когда при $p = p_1^{krit}$ прибыль π равна нулю. После этого она стала бы отрицательной (очевидно, это произойдет раньше, чем равновесная цена p_1 дойдет до c_1).

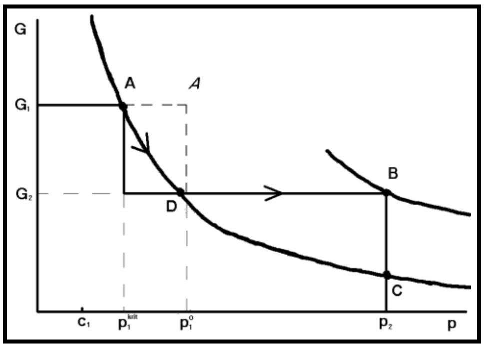

Рис. 5. Перескок из состояния А при достижении критической равновесной цены

Обнаружив это, участники первым делом будут менять объем производства для исправления ситуации, поскольку дальнейшее нахождение в точке A невозможно. На графике это соответствует движению вниз по кривой предложения с текущим постоянным значением v (пока не меняется значение прибыли на единицу произведенной продукции). В точке D объемы предложения и спроса сравниваются, однако эта точка не может быть точкой равновесия, т.к. лежит на горизонтальном участке кривой спроса. Начнется рост цены при постоянном предложении и соответствующий рост v. Дальнейшее движение будет в сторону равновесия к точке B, которая соответствует другой кривой предложения с большим значением $v = v^2$ и большим значением прибыли.

Рассмотренный вариант изменения объема предложения соответствует случаю, когда участники производства осторожно увеличивают цену предложения. Фактически, не обязательно считать, что p_1^{krit} вычисляется в соответствии с (2.2). Реально должно быть

$$p_1^{krit} > c_1 + \frac{c_0}{G_1}$$

и перестройка ситуации должна начаться при достижении некоторого критического значения

$$v_1^{krit} = p_1^{krit} - c_1 - \frac{c_0}{G_1} > 0.$$

Пронаблюдаем «обратное» движение. Пусть мы находимся в точке B с равновесной ценой p_2. Точка A двигается вправо (бедные «богатеют») и в момент

$p_1 = p_1^{krit}$ кривая спроса приходит в состояние, при котором произошло переключение.

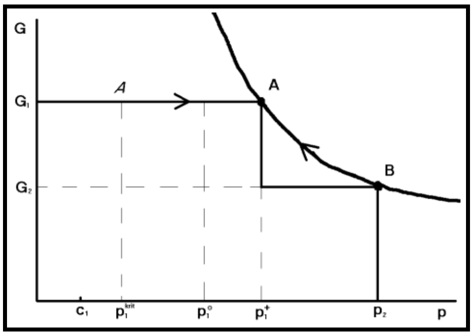

Рис. 6. Возвратное движение

Однако экономика находится в точке B, кривая предложения лежит выше точки (p_1^{krit}, G_1), и обратного переключения не происходит. Не происходит переключения и при прохождении начального значения $p_1 = p_1^0$ (по той же причине). При дальнейшем движении точки A вправо наступает момент, когда она выходит на кривую предложения, проходящую через точку B. Здесь участники, если они внимательно следят за своей прибылью, перейдут в точку A, т.к. прибыль в ней больше, чем в точке B при том же значении v, а именно

$$v\frac{G_1}{n} > v\frac{G_2}{n}.$$

Это произойдет, когда окажется $S_2(p_1^+) = G_1$, т.е.

$$\frac{c_0 G_2}{c_0 + G_2(p_1^+ - p_2)} = G_1$$

или

$$p_1^+ = p_2 - \left(\frac{c_0}{G_2} - \frac{c_0}{G_1}\right) = \hat{p}_1.$$

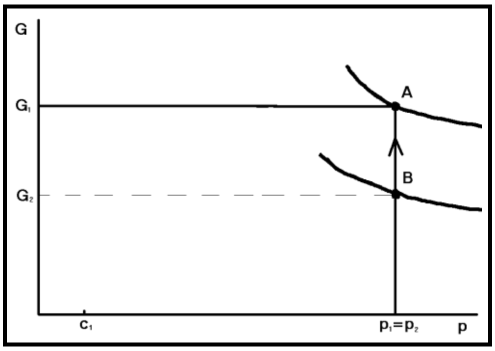

Рис. 7. Случай крайнего состояния (модель перестает быть равновесной)

При очень хорошем анализе переход возможен и раньше, как только окажется $p_1G_1 > p_2G_2$. Однако для этого скачком должны измениться представления участников производства о желаемой удельной прибыли.

Таким образом, второе переключение на обратном ходу происходит не в тот момент, когда произошло первое. Наблюдается некоторая инертность системы при взаимообратных движениях спроса, что выражается в «нахлесте» цен.

Если участники не «интеллектуальны», то при движении точки A вправо (когда бедные «богатеют»), они могут предпочесть не двигаться из равновесного состояния B. Точка A при этом дойдет до состояния, в котором $p_1 = p_2$:

Тогда точка B перестает быть равновесной, и система перейдет в новую равновесную точку A.

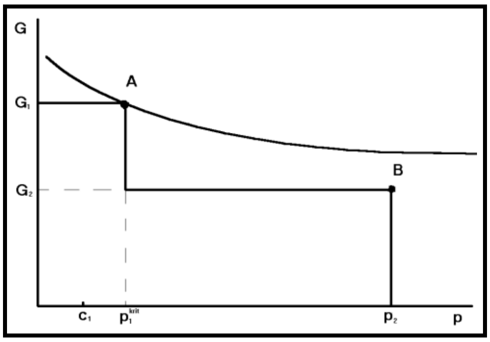

Рис. 8. Случай, когда необходимо переходить на другую технологию

Переключение может произойти и в любом месте на пути точки A из состояния, когда переключились бы «интеллектуалы», до крайнего состояния, когда B перестает быть равновесной. Это может произойти, если участники по каким-то причинам или случайно наткнутся на равновесную точку A, где прибыль больше, чем в B ($p_1 > \hat{p}_1$).

Заметим, что при первичном движении точки A влево, если реализуется ситуация, когда существуют две точки равновесия A и B перескока из точки A в точку B не произойдет даже при «интеллектуальных участниках» (четко следящих за равновесиями и прибылями), т. к. предполагается, что затраты v_i не меняются скачком. Если же реализуется ситуация, когда точка A дошла уже до нулевой прибыли, а точка B все еще находится ниже кривой предложения (Рис.8.), то положительную прибыль реализовать невозможно.

Объем производства упадет до нуля, а цена будет иметь тенденцию неограниченно расти. В этой ситуации постоянные затраты слишком велики, и нужно переходить на менее совершенную технологию.

Литература

1. А. В. Бегларян, В. А. Булавский. Модель олигополии при наличии постоянных затрат // Экономика и математические методы, в печати.
2. А. В. Бегларян. О влиянии распределения доходов на рыночную цену в рамках модели олигополии // Аудит и финансовый анализ, № 4, 2002.

Бегларян Андраник Владимирович