ПРОБЛЕМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВЫБОРЕ МОМЕНТОВ НАЧАЛА И ПРЕКРАЩЕНИЯ ПРОЕКТА[1]

Смоляк С.А., д.э.н.

Центральный экономико-математический институт РАН

Где начало того конца....

В ряде случаев, рассматривая инвестиционный проект, необходимо не только оценить его эффективность, но и обосновать рациональные моменты его начала и/или прекращения. В данной статье рассматриваются несколько простых задач такого рода. Оказывается, что в подобных задачах известные критерии эффективности проекта должны быть несколько модифицированы.

1. ОПТИМИЗАЦИЯ НАЧАЛА ПРОЕКТА

Предположим, что проект предусматривает единовременное осуществление инвестиций и последующую эксплуатацию вводимых фондов, обеспечивающую получение некоторых доходов. К тому же примем, что этот проект может быть начат в любой момент времени *T*.

Обычной причиной, по которой реализация проекта откладывается, является то обстоятельство, что цены на выполнение строительно-монтажных работ и оборудование, так же как и цены на производимую продукцию и потребляемые при этом ресурсы, с течением времени меняются. Если ценовая конъюнктура в перспективе будет улучшаться (с точки зрения инвестора), то выгоднее отложить реализацию проекта до улучшения конъюнктуры. Такой аргумент выглядит довольно привлекательно, но требует серьезных пояснений. С одной стороны, если проект эффективен, то более позднее его начало приведет к более позднему получению доходов, т.е. снизит интегральный дисконтированный доход проекта за счет влияния фактора времени. С другой стороны, фактор времени проявляется и в том, что характеристики экономического окружения проекта, в том числе и цены товаров и услуг, со временем меняются. Однако эффективность проекта в конечном счете оценивается в реальном, а не номинальном выражении (скажем, если завтра все цены вырастут в 10 раз, мы не сможем утверждать, что наш проект стал в 10 раз более эффективным). Поэтому фактор общей инфляции при оценке эффективности проекта и оптимизации момента его начала должен элиминироваться.

Зато структурная инфляция играет здесь существенную роль. Коль скоро влияние общей инфляции исключено путем перехода к дефлированным ценам (т.е. путем дефлирования разновременных затрат и результатов), средний уровень цен в экономике теперь оказывается постоянным. Однако в пределах этого среднего уровня цены одних товаров и услуг будут расти, других — падать. И вот в том случае, если, например, будут падать дефлированные цены на капитальное строительство, а цены на производимую продукцию будут расти быстрее, чем на расходуемые в производстве ресурсы, некоторая задержка начала реализации проекта будет вполне обоснованной.

Выяснить влияние различных факторов на решение об “оптимальном откладывании” реализации проекта помогут следующие простые экономико-математические модели. В них процесс реализации проекта рассматривается в непрерывном времени, и основными характеристиками проекта являются не только единовременно осуществляемые затраты, но и *интенсивности* текущих доходов и расходов. Смысл этих величин довольно прост. Например, выражение, что интенсивность доходов в момент t составляет $f(t)$, означает, что за малый отрезок времени $(t,t+dt)$ эти доходы составят $f(t)dt$.

Рассмотрим проект, который предусматривает строительство объекта в течение s лет и последующее использование его для производства некоторой продукции в течение неограниченного срока. Предположим, что инвестиционные расходы осуществляются в начале строительства[2], а технико-экономические показатели объекта (производительность, расход сырья и т. п.) меняются в процессе его функционирования.

В целях учета инфляции расчеты проводятся в дефлированных ценах. В то же время, при стабильном среднем уровне цен, с течением времени снижаются цены на строительно-монтажные работы и оборудование и одновременно меняются цены на производимую продукцию и потребляемые ресурсы. Поэтому расходы на производство продукции и выручка от ее продажи (в дефлированных ценах) зависят как от момента производства продукции, так и от момента начала строительства τ. В этих условиях может оказаться выгодным начать реализацию проекта не в начальный момент $t=0$, а позднее, в некоторый момент τ, поскольку при такой задержке снизятся инвестиционные расходы и повысится рентабельность производства. Для такого проекта обозначим:

$K(\tau)$ — инвестиционные расходы, совпадающие с первоначальной стоимостью основных фондов объекта;

$B(t,\tau)$ — интенсивность поступления выручки от реализации продукции в момент t;

$И(t,\tau)$ — интенсивность чистых (без амортизации и налога на прибыль и на имущество) текущих издержек в момент t;

n и p — ставки налога соответственно на прибыль и на имущество.

Примем, что амортизация начисляется методом уменьшающегося остатка по непрерывной норме ω (то есть, что за малую единицу времени начисляется амортизация в размере $100\omega\%$ от остаточной стоимости фондов). Тогда остаточная стоимость имущества в момент t будет равна $K(\tau)e^{-\omega(t-\tau-s)}$, а налогооблагаемая прибыль по объекту за время от t до $t+dt$ составит

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект № 01-02-00430).

[2] Это предположение сделано для упрощения. Полученные выводы в целом остаются в силе, если считать распределение инвестиций по периоду строительства произвольным, а под s понимать время от среднего момента инвестирования до начала производства продукции.

$$\{e(t,\tau) - C(t,\tau) - (\omega + p)K(\tau)e^{-\omega(t-\tau-s)}\}dt \ .$$

Вычитая отсюда налог на прибыль и добавляя амортизацию, получим чистый доход по проекту за период (***t,t+dt***):

$$(1-n)\{e(t,\tau) - C(t,\tau) - (\omega + p)K(\tau)e^{\omega(\tau+s-t)}\}dt \ +$$
$$+ \ \omega K(\tau)e^{\omega(\tau+s-t)}dt \ =$$
$$= (1-n)\{e(t,\tau) - C(t,\tau)\}dt \ + [n\omega - (1-n)p]K(\tau)e^{\omega(\tau+s-t)}dt \ .$$

Входящая в эту формулу разность ***B(t,τ) - И(t,τ)*** близка по своему содержанию к используемому в западной литературе показателю “переменной прибыли” (т. е. прибыли без учета затрат, не зависящих от объемов производства). Обозначим ее через ***П(t,τ)***.

Отсюда, учитывая инвестиционные расходы, можно получить и выражение для чистого дисконтированного (приведенного к моменту ***t***=0 по непрерывной норме дисконта ***r***) дохода или интегрального эффекта проекта, который мы обозначим через ***Φ(τ)***:

$$\Phi(\tau) = -K(\tau)e^{-r\tau} + dt \ +$$
$$+ \int_{\tau+s}^{\infty} \{(1-n)п(t,\tau) + [n\omega - (1-n)p]K(\tau)e^{\omega(\tau+s-t)}\}e^{-rt}dt \ .$$

Оптимальный момент начала проекта определим из условия максимума ***Φ(τ)***. При этом дополнительно предположим, что:

1) дефлированные цены на строительно-монтажные работы и оборудование с течением времени *снижаются* с постоянным темпом α, так что

$$K(\tau) = K_0 e^{-\alpha\tau};$$

2) объемы производства продукции и расход материальных и трудовых ресурсов с течением времени не меняется, а дефлированные цены на производимую продукцию и потребляемые ресурсы меняются так, что “переменная прибыль” с течением времени *растет* с постоянным темпом β, не превышающим нормы дисконта $п(t,\tau) = п_0 e^{\beta t}$.

В этом случае после интегрирования получаем:

$$\Phi(\tau) = \frac{1-n}{r-\beta}п_0 e^{-(r-\beta)(\tau+s)} - K_0\left\{1 - \frac{n\omega - (1-n)p}{r+\omega}e^{-rs}\right\}e^{-(r+\alpha)\tau} .$$

Максимум этого выражения может достигаться при τ=0 или при таком положительном τ, для которого производная $\Phi'(\tau) = 0$. После необходимых выкладок получаем следующий результат. Пусть

$$D = \frac{п_0}{ж_0}; Z = \frac{r+\alpha}{1-n}\left\{e^{rs} - \frac{n\omega - (1-n)p}{r+\omega}\right\}e^{-\beta s}; J = \frac{D}{Z}$$

(величина *D* при этом отражает доходность инвестиций в начале реализации проекта). Тогда при ***J≥1*** проект необходимо начинать как можно раньше (τ=0), в противном случае оптимальный момент начала проекта (τ_0) дается формулой: $\tau_0 = -\frac{\ln J}{\alpha+\beta}$. Легко видеть, что τ_0 уменьшается при повышении доходности проекта ***D***, сокращении продолжительности строительства ***s***, снижении ставок налога на прибыль и на имущество. Смысл полученной формулы станет более наглядным, если сравнить значения интегрального эффекта проекта при оптимальном τ и при τ=0. Вычисления дают:

$$\Phi(0) = \frac{(1-n)(\alpha+\beta)}{(r+\alpha)(r-\beta)}K_0 Z e^{-(r-\beta)s}\left\{1 + \frac{r+\alpha}{\alpha+\beta}(J-1)\right\},$$

$$\Phi(\tau_0) = \frac{(1-n)(\alpha+\beta)}{(r+\alpha)(r-\beta)}K_0 Z e^{-(r-\beta)s} J^{\frac{r+\alpha}{\alpha+\beta}} .$$

Поэтому, если ***D<Z (J<1)*** и начинать проект в момент 0 эффективно, то при оптимальном начале его интегральный эффект увеличивается в

$$\frac{\Phi(\tau_0)}{\Phi(0)} = \frac{J^{\frac{r+\alpha}{\alpha+\beta}}}{1 + \frac{r+\alpha}{\alpha+\beta}(J-1)} \text{ раз.}$$

Заметим также, что при оптимальном начале проекта индекс доходности первоначальных инвестиций (отношение интегрального эффекта к дисконтированным первоначальным инвестициям, увеличенное на 1) будет равен

$$PI = 1 + \frac{\Phi(\tau_0)}{K_0 e^{-\alpha\tau_0}e^{-r\tau_0}} = 1 + \frac{(1-n)(\alpha+\beta)}{(r+\alpha)(r-\beta)}Ze^{-(r-\beta)s} =$$
$$= 1 + \frac{\alpha+\beta}{r-\beta}\left\{1 - \frac{n\omega - (1-n)p}{r+\omega}e^{-rs}\right\} .$$

Некоторые значения этого индекса при ω=0,06, ***n***=0,3, ***p***=0,02, приведены в табл. 1.

Таблица 1

ИНДЕКС ДОХОДНОСТИ ПЕРВОНАЧАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

α	0,02	0,02	0	0,02	0,02	0,02	0,02
β	0,02	0,02	0,02	0	0,02	0,02	0,02
r	0,06	0,06	0,06	0,06	0,08	0,1	0,12
s	1	2	2	2	2	2	2
PI	1,969	1,970	1,485	1,323	1,650	1,490	1,393

Предположим теперь, что, не зная всех предыдущих рассуждений, мы каждый день решаем, стоит ли начать проект сегодня, для чего оцениваем его эффективность с учетом соответствующего изменения цен. Пусть на самом деле величина *D* мала, и, выполнив расчет, мы убеждаемся, что начать проект сегодня нецелесообразно. Тогда мы откладываем решение на следующий день и т.д. Границей, когда решение о начале проекта становится целесообразным, является тот момент времени, когда интегральный эффект проекта обращается в нуль, а индекс доходности первоначальных инвестиций (отношение интегрального эффекта к дисконтированным первоначальным инвестициям, увеличенное на 1) становится равным 1. Казалось бы, и так требуют все действующие методики, включая и [1], начинать проект целесообразно. Между тем, это не так — здесь выгодно отложить начало проекта на более поздний момент времени, когда индекс доходности достигнет более высокого уровня, определенного приведенной выше формулой.

Таким образом, с учетом динамики цен для принятия решения о начале проекта недостаточно, чтобы его интегральный эффект был положителен, а индекс доходности превышал 1 — предельное значение индекса доходности может существенно превышать 1. Это в известной мере подтверждает распространенную практику, когда инвесторы не соглашаются на участие в проекте, если индекс его доходности близок к 1 —

такое поведение оправдано, если инвесторы ожидают дальнейшего улучшения рыночной конъюнктуры.

Предыдущие рассуждения требуют небольшого уточнения. Дело в том, что мы сравнивали варианты начала проекта в разное время, но не рассмотрели возможности отказа от реализации проекта. Такой отказ был бы целесообразен, если бы проект, когда бы его ни начать, давал отрицательный интегральный эффект. Однако, как видно из полученных формул, такая ситуация при $\beta<r$ и $\alpha+\beta>0$ невозможна.

2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЕКРАЩЕНИЯ ПРОЕКТА

Прежде чем описывать постановку задач об оптимальном прекращении проекта, обратим внимание на одно важное обстоятельство. Мы ведем речь о реальных (а не финансовых) инвестиционных проектах. Такие проекты обычно продолжаются длительное время и потому, оптимизируя момент их прекращения, мы волей-неволей должны предполагать, что и та экономика, в которой эти проекты реализуются, будет существовать достаточно длительное время и, следовательно, перестанет быть переходной. Поэтому в соответствующих задачах нельзя ориентироваться на сложившееся в настоящее время поведение инвесторов. Например, завершая эксплуатацию объектов или разработку месторождений, предприниматели нередко не осуществляют ни рекультивацию земель, ни трудоустройство работников с ликвидируемых объектов (скажем, шахт). Естественно, в расчетах на длительную перспективу такого поведения закладывать нельзя. Поэтому постановка соответствующих задач отвечает в большей мере реалиям стабильно развивающейся, а не переходной экономики.

Когда рубить лес?

Следующая задача заимствована нами из [2]. Предположим, что фирма хочет приобрести участок земли по цене K с тем, чтобы выращивать там лес на продажу. Требуется определить оптимальный момент T рубки деревьев в предположениях, что:

1) затраты на высаживание деревьев равны C;

2) затраты на содержание участка незначительны и ими можно пренебречь;

3) доход от продажи срубленных деревьев (продажная цена за вычетом затрат на вырубку и налогов) зависит от того, в каком возрасте T они срублены (как из-за качества древесины, так и из-за относительного роста цен на нее) — эта зависимость выражается функцией $f(T)$;

4) после вырубки деревьев участок может быть продан по той же цене K.

Легко видеть, что интегральный эффект реализации данного проекта составляет:

$$\Phi = -K - C + \left[f(T) + K\right]e^{-rT}.$$

Максимум этого выражения, как легко проверить, достигается при $f'(T) = r\left[f(T) + K\right]$. Это равенство имеет простой экономический смысл:

дополнительный доход от увеличения срока рубки на малую единицу времени (предельный или маржинальный доход) должен совпадать с упущенной выгодой от более поздней (задержанной на ту же малую единицу времени) рубки и продажи участка.

Простой критерий прекращения проекта

Рассмотрим теперь несколько иную ситуацию, характерную для проектов использования оборудования или разработки месторождений. Допустим, что проектировщики рассмотрели вариант эксплуатации объекта в течение неограниченного срока и установили, что затраты на сооружение (или приобретение объекта) составляют K, а чистый доход от его эксплуатации в интервале времени $(t,t+dt)$ составляет $f(t)dt$. Тогда при завершении эксплуатации в момент T интегральный эффект проекта составит

$$\Phi(T) = -K + \int_0^T f(t)e^{-rt}\,dt,$$

где r — норма дисконта. Легко видеть, что максимальный эффект будет достигнут при одном из тех значений T, в которых график функции $f(t)$ пересекает ось абсцисс в направлении "сверху вниз". Иными словами, в момент окончания проекта интенсивность чистого дохода $f(T)$ должна быть равна нулю, в немного более ранние моменты она должна быть положительна, а в немного более поздние — отрицательна. Примерно такой критерий предусмотрен Регламентом [3], которым руководствуются при проектировании разработки нефтяных и газонефтяных месторождений.

Однако полученное нами необходимое "локальное" условие оптимального прекращения проекта отнюдь не является достаточным, поскольку график функции $f(t)$ может пересекать ось абсцисс в направлении "сверху вниз" несколько раз. Чтобы решить, в какой именно из соответствующих моментов прекращать проект, необходимо сравнить соответствующие варианты "непосредственно".

Когда прекращать эксплуатацию объекта? Учет ликвидационного сальдо

Полученный выше критерий является чрезмерно упрощенным. Дело в том, что в нашей модели пока не был учтен эффект, связанный с ликвидацией объекта. В общем случае такой эффект именуется ***ликвидационным сальдо*** и определяется как разность между выручкой от продажи тех элементов (частей) объекта, которые могут быть реализованы, и затратами, связанными с демонтажом объекта, извлечением из него пригодных для продажи частей и (при необходимости) приведением в порядок (рекультивацией) территории, занятой объектом. Ликвидационное сальдо оборудования обычно положительно и составляет 4-7% его балансовой стоимости[3], у автотранспорта оно несколько выше и доходит до 10%. В то же время ликвидационное сальдо нефтяных месторождений отрицательно и составляет по абсолютной величине 7-10% балансовой стоимости имеющихся на месторождении скважин и других сооружений. Поэтому мы можем считать, что в момент прекращения эксплуатации объекта его владелец получает единовременный чистый доход в размере ликвидационного сальдо L (положительные L отвечают доходу от ликвидации, отрицательные — расходам).

В этой ситуации интегральный эффект проекта, завершающегося в момент T, составит

[3] В оборудовании всегда найдется определенное количество запасных частей, пригодных к дальнейшей эксплуатации, а все остальные узлы и детали можно сдать в металлолом, что обычно не требует больших затрат.

$$\Phi(T) = -K + \int_0^T f(t)e^{-rt}dt + Le^{-rT}.$$

Необходимые условия оптимальности можно получить и обычным способом, однако нам удобнее преобразовать полученное выражение так, чтобы задача свелась к рассмотренной ранее. А именно, используя тождество $e^{-rT} = 1 - \int_0^T re^{-rt}dt$, интегральный эффект проекта можно представить так:

$$\Phi(T) = -K + \int_0^T [f(t) - rL]e^{-rt}dt + L.$$

Таким образом, оптимальный момент прекращения проекта должен определяться так, как если бы интенсивность чистых доходов составляла не ***f(t)***, а ***f(t)-rL***. Таким образом, в момент прекращения эксплуатации объекта интенсивность чистых доходов должна составлять ***rL***, в немного более ранние моменты она должна быть больше ***rL***, в немного более поздние — меньше ***rL***.

С экономической точки зрения полученный результат означает, что из “обычного” чистого дохода по проекту в любом отрезке времени следует исключать процент на ту часть капитала (***L***), которая вернется к владельцу после прекращения проекта.

Выясним, как повлияет указанное уточнение на срок эксплуатации объекта. Для этого рассмотрим условный объект первоначальной стоимостью *K*, дающий в первую малую единицу времени ***dt*** своей эксплуатации чистый доход ***Ddt***. Поэтому в начале эксплуатации объекта рентабельность активов составит ρ***=D/K***. Будем считать, что за счет объективных факторов (физический износ или ухудшение условий добычи) интенсивность чистых доходов далее снижается по линейному закону, так что

f(t)=D(1-t/S).

Легко видеть, что без учета ликвидационного сальдо прекратить эксплуатацию объекта целесообразно в момент ***S***. Если же ликвидационное сальдо учесть, то момент прекращения эксплуатации определится из уравнения:

rL=D(1-T/S).

Поэтому ***T=S(1-rL/D).***

Обозначив через λ отношение ликвидационного сальдо к первоначальной стоимости объекта, запишем полученную формулу иначе: $T=S(1-r\lambda/\rho)$. При разумных значениях λ=0,07, ρ=0,25, ***r***=0,1 отсюда следует, что влияние данного фактора изменяет срок эксплуатации объекта примерно на 3%, что даже при ***S***=40 составит около 1 года (положительное ликвидационное сальдо уменьшает оптимальный срок эксплуатации, отрицательное — увеличивает). Казалось бы, это свидетельствует о нецелесообразности детального учета ликвидационного сальдо в подобных расчетах. К сожалению, такой вывод оказывается ошибочным. Одна из основных причин этого в том, что динамика чистых доходов обычно далека от линейной. Разберемся с этим подробнее.

Когда прекращать эксплуатацию объекта? Учет ремонтов

Начнем с задачи оптимизации сроков эксплуатации оборудования. Чаще всего в проектах, предусматривающих применение нового или дорогостоящего технологического оборудования, срок его эксплуатации принимается равным амортизационному. Между тем, такое решение не всегда оправдано. Начнем с того, что амортизационные сроки службы установлены директивно и усредненно — они обычно не учитывают конкретных условий эксплуатации оборудования и не являются оптимальными с точки зрения интересов его собственника или пользователя. Далее, важно учесть, что любое оборудование требует ремонтов. Среди них можно выделить капитальные (что это такое, определить довольно трудно, поскольку состав соответствующих ремонтных работ не носит нормативного характера и на практике может варьироваться). Такие ремонты производятся относительно редко и стоят сравнительно дорого (обычно стоимость ремонта составляет 20-40% первоначальной стоимости оборудования). С экономической точки зрения важно, что после ремонта технико-экономические показатели оборудования существенно улучшаются. В результате динамика чистых доходов приобретает пилообразный характер: в каждом межремонтном цикле чистые доходы прогрессивно уменьшаются, а после ремонта увеличиваются до уровня, немного меньшего, чем в начале цикла. К тому же каждый следующий цикл “в нормальных условиях” немного меньше предыдущего. Поэтому, как показывают оптимизационные расчеты, прекращать эксплуатацию оборудования целесообразно только в тот момент, когда альтернативой ликвидации может быть только капитальный ремонт. Грубо говоря, оптимальный срок службы оборудования должен составлять целое число межремонтных циклов. Поэтому, какие бы факторы мы ни стали учитывать дополнительно, они могут изменить оптимальный срок эксплуатации оборудования также на целое число межремонтных циклов. Однако длительность межремонтного цикла составляет обычно не менее 3-5 лет, поэтому ни о каком *небольшом* сокращении оптимального срока речи быть не может: небольшое ликвидационное сальдо вообще не изменит этого срока. Другое дело, если ликвидационное сальдо велико — в этом случае оптимальный срок эксплуатации оборудования может измениться сразу на длительность не меньше чем одного межремонтного цикла.

С другой стороны, длительность межремонтного цикла тоже не является чисто техническим параметром — она также может оптимизироваться по экономическим критериям. Это значит, что корректной является задача оптимизации не только срока эксплуатации оборудования, но и всего графика его капитальных ремонтов[4]. Отсюда, между прочим, вытекает важное следствие. Предположим, что амортизационный срок службы оборудования составляет 10 лет. Допустим, что обычно капитальный ремонт такого оборудования (в тех условиях, в которых оно будет эксплуатироваться по проекту) проводится через 6-7 лет. Тогда проект должен предусматривать проведение ремонта через 7 лет и ликвидацию оборудования

[4] Для корректного решения такой задачи необходимо иметь информацию о динамике производительности оборудования и затрат по его эксплуатации в каждом межремонтном цикле. Получение такого рода информации требует проведения серьезных исследований, и в прежнее время они проводились, например, по некоторым видам станков и строительных машин. В настоящее время сбором и анализом соответствующей информации занимаются фирмы-изготовители оборудования, и эта информация составляет их коммерческую тайну.

примерно на 13-м, а не на 10-м году. Таким образом, ориентироваться на амортизационные сроки службы при разработке проектов необходимо с большой осторожностью.

Из сказанного вытекает, что задачу оптимизации срока службы объекта целесообразно рассматривать как частный случай более общей задачи оптимизации режима ее эксплуатации, ремонта и модернизации (некоторые задачи такого рода рассмотрены в главе II фундаментальной книги [4]). Приведем три постановки такой задачи.

В первой из них ищется оптимальная политика технического обслуживания и текущего ремонта (ТОиР). Рассмотрим объект стоимостью K с нулевым ликвидационным сальдо, у которого “при нормальной эксплуатации” динамика интенсивности чистого дохода меняется по линейному закону $f(t)=D(1-t/S)$. Предположим, что, кроме “нормального”, имеются и другие режимы эксплуатации, различающиеся, например, “интенсивностью ТОиР”. Естественно считать, что более интенсивное ТОиР увеличивает срок службы S, но требует больших затрат, т.е. уменьшает коэффициент D. Таким образом, срок службы S становится переменным и каждому его значению отвечает соответствующее значение $D=D(S)$, являющееся убывающей функцией S, и соответствующая динамика интенсивности чистого дохода $f(t)=D(S)(1-t/S)$. Задача определения оптимального режима эксплуатации теперь принимает вид:

$$\Phi(q) = -K + \int_0^S D(S)\left[1-\frac{t}{S}\right]e^{-rt}dt \Rightarrow \max .$$

Дифференцируя по S, получим условие экстремума:

$$\int_0^S \left\{D'(S)\left[1-\frac{t}{S}\right]+\frac{D(S)t}{S^2}\right\}e^{-rt}dt = 0 .$$

Рассмотрим частный случай, когда $D(S)=bS^{-\alpha}$. Величина α здесь отражает процентное уменьшение дохода при увеличении срока службы на 1%. Поскольку общая сумма доходов от эксплуатации машины за весь срок службы в нашей модели составляет $bS^{1-\alpha}$, естественно считать, что при малых S эта сумма мала. Поэтому мы можем ограничиться случаем $\alpha<1$. Тогда условие оптимальности принимает вид: $\frac{1}{1-e^{-rS}} - \frac{1}{rS} = \frac{1}{\alpha+1}$. Его решение представлено на рис. 1. Легко убедиться, что оптимальный срок службы убывает с ростом α.

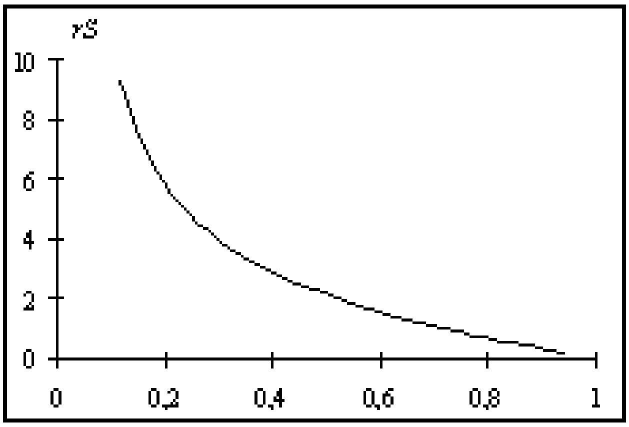

Рис. 1. Оптимальные решения

Обратим внимание также на то, что оптимальный срок службы убывает с ростом нормы дисконта — чем выше доходность операций на фондовом рынке, тем чаще следует обновлять основные фонды и, наоборот, в условиях, когда альтернативные и доступные направления инвестирования дают низкую доходность, эти фонды следует эксплуатировать как можно дольше.

Во второй модели ищется оптимальная политика модернизации объекта. Как и раньше, мы имеем дело с объектом стоимости K и нулевым ликвидационным сальдо, у которого “при нормальной эксплуатации” интенсивность чистого дохода меняется по линейному закону $f(t)=D(1-t/S)$. Предположим, что в процессе эксплуатации можно провести частичное обновление объекта (модернизацию, замену отдельных узлов), что требует дополнительных инвестиций M, но одновременно дает прирост интенсивности чистого дохода h, величина которого тем больше, чем позднее производится частичное обновление. Обозначим через τ момент частичного обновления и примем, что в этом случае $h=k\tau$, где k — некоторый коэффициент пропорциональности. Естественно предположить также, что, произведя частичное обновление объекта в самом конце его “нормальной” эксплуатации, т.е. в момент S, мы получим объект, несколько худший по сравнению с аналогичным новым, так что полученная интенсивность чистого дохода kS будет меньше аналогичного показателя у нового объекта (D). Поэтому $\lambda = \frac{kS}{D} < 1$ и $h = \frac{\lambda D\tau}{S}$.

Если частичного обновления не производить, оптимальный срок службы объекта составит S, а интегральный эффект реализации такой политики будет равен

$$\Phi = -K + \int_0^S D(1-t/S)e^{-rt}dt .$$

Если же произвести частичное обновление в момент τ и прекратить проект позднее, в момент $\tau+q$, интегральный эффект будет иным:

$$\Psi(\tau,q) = -K + \int_0^{\tau+q} D(1-t/S)e^{-rt}dt - Me^{-r\tau} + \int_\tau^{\tau+q}\frac{\lambda D\tau}{S}e^{-rt}dt .$$

Найдем оптимальные значения τ и q при естественных ограничениях $\tau \geq 0$ и $q \geq 0$. Для этого вначале зафиксируем τ и рассмотрим $\Psi(\tau,q)$ как функцию от q. Тогда $\frac{\partial\Psi(\tau,q)}{\partial q} = \frac{D}{S}e^{-r(\tau+q)}[S-(1-\lambda)\tau-q]$, откуда легко выводится, что максимальное значение $\Psi(\tau,q)$ будет достигаться при $q=\max\{0,S-(1-\lambda)\tau\}$. Однако решение $q=0$ явно не оптимально — здесь частичное обновление приводит только к дополнительным затратам. Поэтому заслуживает рассмотрения только ситуация, когда

$$q=S-(1-\lambda)\tau,\ \tau \leq S/(1-\lambda).$$

При этом $\tau+q=S+\lambda\tau$ и

$$\Psi(\tau,q) = -K + \int_0^{S+\lambda\tau} D(1-t/S)e^{-rt}dt - Me^{-r\tau} + \int_\tau^{S+\lambda\tau}\frac{\lambda D\tau}{S}e^{-rt}dt = F(\tau).$$

Легко проверить, что

$$F'(\tau)=\left[Mr+\frac{\lambda D}{rS}(1-r\tau)\right]e^{-r\tau}-\frac{\lambda D}{rS}e^{-r(S+\lambda\tau)}=$$
$$=e^{-r\tau}\left\{Mr+\frac{\lambda D}{rS}\left[1-r\tau-e^{-rS+r(1-\lambda)\tau}\right]\right\}.$$

Выражение, стоящее здесь в квадратных скобках, убывает от $+\infty$ до $-\infty$, когда τ растет от $-\infty$ до $+\infty$. Поэтому уравнение $F'(\tau)=0$ имеет единственное решение и оно отвечает максимальному значению $F(\tau)$. Более того, $F'(0)=Mr+\frac{\lambda D}{rS}\left[1-e^{-rS}\right]>0$, так что оптимальное τ заведомо положительно. Легко видеть также, что оптимальное τ возрастает с ростом M. Однако оно может оказаться большим или равным $S/(1-\lambda)$. Такой ситуации не возникнет, если и только если $F'(S/(1-\lambda))<0$, что, как легко видеть, эквивалентно следующему ограничению: $M<\lambda D/[r(1-\lambda)]$.

Таким образом, при $M\geq\lambda D/[r(1-\lambda)]$ частичное обновление заведомо нецелесообразно, в противном случае τ определится из уравнения:

$$M=\frac{\lambda D}{r^2S}\left[r\tau+e^{-rS+r(1-\lambda)\tau}-1\right].$$

Легко проверяется, что такое τ лежит в интервале $(0,S/(1-\lambda))$ и в этом случае частичное обновление эффективно, так как $F(\tau)>\Phi$.

Третья задача такого рода была, по существу, поставлена и приближенно решена в работе [5], написанной по итогам разработки проекта норм амортизационных отчислений по строительным машинам. Приведем соответствующую модель в современной постановке.

Срок службы машины в модели оптимизируется одновременно с графиком проведения ее капитальных ремонтов. Если принять условно, что стоимость ремонта и состояние машины после ремонта зависит только от порядкового номера ремонта, то критерий оптимальной политики ремонтов примет вид:

$$\sum_{i=1}^{n}e^{-rt_i}\left\{-K_i+\int_0^{t_{i+1}-t_i}f_i(t)e^{-rt}dt\right\}\Rightarrow max\quad,$$

где n — (неизвестное) количество ремонтов;

t_i — момент начала i-го межремонтного цикла (t_1=0, t_{n+1} — срок службы машины);

K_i — затраты на i-ый ремонт (K_0 — затраты на приобретение машины), $f_i(t)$ — интенсивность чистых доходов от эксплуатации машины в i-м межремонтном цикле через время после его начала.

При более точном моделировании следует учесть, что и затраты на ремонт, и показатели машины после ремонта зависят от того технического состояния, в котором оказалась машина перед ремонтом (т.е. учесть зависимость K_i и $f_i(t)$ от t_{i-1}).

Когда прекращать эксплуатацию объекта? Учет динамики ликвидационного сальдо

Выше мы предполагали, что ликвидационное сальдо оборудования не зависит от его возраста. Разумеется, на самом деле это не так, и ликвидационное сальдо объекта зависит от его технического состояния, которое в процессе эксплуатации меняется (это особенно хорошо видно на примере легковых автомобилей). Учет зависимости ликвидационного сальдо от срока предшествующей эксплуатации существенно изменяет полученные ранее выводы. Если обозначить ликвидационное сальдо оборудования возраста t через $L(t)$, то интегральный эффект от его приобретения, эксплуатации и ликвидации через T лет составит:

$$\Phi(T)=-K+\int_0^T f(t)e^{-rt}dt+L(T)e^{-rT}.$$

Необходимое условие максимума этого выражения теперь изменится:

$$f(T)=rL(T)-L'(T).$$

Поскольку функции $f(t)$ и $L(t)$ убывающие, то оптимальный срок службы за счет указанного обстоятельства уменьшится. Приведем простой пример.

Пример 1. Рассмотрим оборудование, у которого K=100, $f(t)$=40-4t. Пусть норма дисконта r=0,1. Без учета ликвидационного сальдо оптимальный срок службы оборудования составляет, очевидно, 10 лет. Если считать ликвидационное сальдо постоянным и равным 6, этот срок определится из уравнения: 40-4T=0,1×6, и составит 9,85 года. Пусть теперь ликвидационное сальдо уменьшается в зависимости от возраста оборудования по линейному закону[5]: $L(t)$=56-5t. Тогда уравнение для оптимального срока службы примет вид:

$$40-4T=0{,}1\times(56-5T)+5,$$

откуда T=8,4 года. Тот же результат можно получить, максимизируя интегральный эффект от приобретения оборудования, его эксплуатации и ликвидации через T лет:

$$\Phi(T)=-K+\int_0^T f(t)e^{-rt}dt+L(T)e^{-rT}=$$
$$=-100+\frac{40\left(1-e^{-rT}\right)}{r}-\frac{4\left[1-(1+rT)e^{-rT}\right]}{r^2}+(56-5T)e^{-rT}.$$

С оптимизацией срока службы оборудования связана и еще одна проблема. Оборудование, в отличие от, скажем, автомобилей, работает в каких-либо зданиях или сооружениях. Поэтому соответствующий проект, помимо приобретения оборудования, предусматривает строительство соответствующих зданий или сооружений. Однако рациональный срок их службы обычно существенно больше, чем срок службы оборудования. Это значит, что в подобных проектах по истечении срока службы оборудования должно предусматриваться либо его замена (обновление), либо прекращение проекта, причем оба решения создают определенные сложности.

Чтобы заменить старое оборудование новым, необходимы инвестиции. Однако к концу срока службы старого оборудования эффективность его эксплуатации снижается, и получаемой прибыли может оказаться недостаточно для финансирования замены. В этой ситуации необходимо предусматривать либо привлечение внешнего финансирования, либо создание специ-

[5] Цифры в приведенной зависимости, разумеется, условные, однако здесь учтено, что при прекращении эксплуатации *недавно* приобретенного оборудования оно может быть реализовано по относительно высокой цене, тогда как *после длительной эксплуатации* для дальнейшего использования будут пригодны лишь некоторые узлы и детали, а всё остальное придется реализовывать как металлолом.

ального фонда, в котором накапливались бы необходимые для замены оборудования средства.

Если же прекратить проект по истечении срока службы старого оборудования, то с этим будет связано получение ликвидационного дохода, и величина его будет весьма велика (ибо цена возможной продажи зданий и сооружений будет намного выше первоначальной стоимости размещенного в нем оборудования). Учет ликвидационного сальдо приведет в этом случае к тому, что срок прекращения проекта выгоднее будет сократить (получив, тем самым, эффект от более раннего получения ликвидационного дохода).

Таким образом, для правильного определения момента прекращения проекта здесь надо сопоставлять варианты, различающиеся количеством замен оборудования и сроками эксплуатации каждой единицы такого оборудования. Характер получаемого решения здесь можно установить следующими рассуждениями.

Пусть за время эксплуатации объекта целесообразно произвести несколько замен оборудования. Рассмотрим момент последней замены. В этот момент ликвидируется старое оборудование и устанавливается новое. Эффект, который при этом достигается (если привести его к моменту замены), включает не только ликвидационное сальдо выбывающего оборудования, но и чистый дисконтированный доход от установки, эксплуатации и ликвидации заменяющего. Поэтому оптимальный срок службы выбывающего оборудования можно было бы определить, если принять его ликвидационное сальдо в соответственно увеличенном размере. Легко видеть, что при этом срок службы заменяемого оборудования окажется больше, чем у заменяющего. Те же рассуждения применимы и к предыдущим заменам. Таким образом, **после каждой замены оборудования оптимальный срок его службы должен увеличиваться**! В качестве иллюстрации продолжим рассмотрение примера 1.

Пример 2. Оборудование, рассмотренное в примере 1, устанавливается на объекте, срок службы которого составляет 16 лет. Естественно предположить, что за этот период должна быть произведена одна замена оборудования. Если такая замена будет произведена в момент *S*, то интегральный эффект от реализации соответствующей политики обновления оборудования составит

$$\Phi(S) + \Phi(16 - S)e^{-0,1S},$$

где $\Phi(T)$ — интегральный эффект от приобретения, эксплуатации и ликвидации оборудования при сроке его службы T лет, указанный в примере 1.

Нетрудно проверить, что полученное выражение будет максимальным при S=7,14 года. Срок службы заменяющего оборудования при этом составит 8,86 года. Мы видим, таким образом, что включение оборудования в единый производственный комплекс существенно изменяет срок его службы.

Оптимизация сроков разработки нефтегазовых месторождений имеет свои особенности. В этих задачах обычно сопоставляются варианты разработки, различающиеся количеством скважин[6], их расположением и сроками ввода. При этом в первые годы разработки производится бурение новых скважин, так что капитальные вложения растягиваются на относительно длительный срок, объемы добычи и прибыль постепенно возрастают. Далее проекты предусматривают постепенный переход с одних горизонтов на другие, вовлечение в разработку более сложных пластов или залежей. Наконец, в последние годы происходит постепенное уменьшение дебитов (объемов) скважин, сокращение количества действующих скважин. В результате чистые доходы от разработки месторождения в первые годы растут, а затем начинают медленно снижаться. В соответствии с Регламентом [3] экономически рациональным считается такой срок разработки, по истечении которого чистый доход обратится в нуль. Этот срок зависит от характеристик месторождения и обычно составляет от 20 до 50 лет. Однако, если учесть ликвидационное сальдо (а оно, напомним, отрицательно и составляет примерно 7% от стоимости основных фондов), то указанный срок надо определять, сопоставляя годовые чистые доходы не с нулем, а с rL (см. выше). Расчеты показывают, что это приводит к увеличению рациональных сроков разработки на 2-4 года и позволяет увеличить объем извлекаемых запасов на 3-5%[7].

В соответствующих расчетах допускаются и ошибки иного рода. Известно, что рациональный срок службы скважины обычно не менее 15 лет, а ее капитальные ремонты проводятся через 5-7 лет. На крупных месторождениях скважин много (хотя к концу разработки их количество сокращается), графики их ремонтов на стадии проектирования разработки месторождений обычно не составляются, а в расчет затрат по каждой скважине включаются среднегодовые затраты на капитальный ремонт. В конечном счете это приводит к тому, что в “оптимальном” варианте скважины либо вводятся, либо капитально ремонтируются в последние 1-3 года разработки месторождения, что неграмотно и с экономической, и с технической точки зрения. Расчеты показывают, что в такой ситуации разумная корректировка графика ввода и ремонта скважин позволяет увеличить рациональный срок разработки месторождения и объем извлекаемых запасов.

3. ОПТИМАЛЬНЫЙ СРОК СЛУЖБЫ ОБОРУДОВАНИЯ, ВЫПОЛНЯЮЩЕГО ОТДЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Специфическая проблема возникает при оптимизации срока службы машин и оборудования, выполняющих отдельные технологические операции и потому не производящие “конечной”, реализуемой на рынке продукции. Примером здесь могут служить башенные краны, используемые при производстве конечной строительной продукции — зданий или сооружений, или металлообрабатывающие станки, выполняющие отдельные операции по обработке деталей. Суть проблемы здесь в том, что производимая подобными машинами продукция (работы, услуги) обычно не имеет рыночной цены. Казалось бы, указанной трудности можно избежать, если включить в рассмотрение конечную продукцию предприятия (для этого придется, например, оценить эффективность строительства зда-

[6] Скважины, как один из видов основных фондов, относятся к сооружениям, а не к машинам или оборудованию.

[7] При более точных расчетах следовало бы учесть возможность дальнейшего использования в производстве труб, узлов и деталей находящегося на ликвидируемой площадке оборудования.

ний по вариантам с разными сроками службы используемых при строительстве башенных кранов), однако реализовать такой подход на практике оказалось практически невозможным в связи с существенными различиями в технологии, организации и стоимости строительства разных объектов (даже жилых домов одной и той же серии).

В этой связи приходится поступать иначе, рассматривая задачу оптимизации срока службы машины как частный случай более общей задачи оптимизации режима ее эксплуатации (включая сюда и проведение технического обслуживания и ремонтов). В такой задаче всегда есть какой-то исходный, базисный вариант (например, предусматривающий “нормальную” эксплуатацию машины в течение амортизационного срока). Естественно тогда считать некоторый режим эксплуатации машины оптимальным, если эффект от этого больше или, во всяком случае, не меньше, чем при базисном режиме. При таком подходе показатели эффективности становятся сравнительными и имеется идейно простой метод их расчета. Изложим его применительно к дискретному описанию процесса эксплуатации машины.

Обозначим через K затраты на приобретение, доставку и монтаж машины, $\boldsymbol{T}$ — срок ее службы, $\boldsymbol{C_t}$ — расходы по ее эксплуатации на $\boldsymbol{t}$-ом году работы, $\boldsymbol{L_T}$ — ликвидационное сальдо машины, списываемой после $\boldsymbol{T}$ лет работы (т.е. в начале $\boldsymbol{T+1}$-го года). Будем считать, что в период эксплуатации машина выполняет определенную работу. Годовой объем такой работы характеризует производительность машины, и мы обозначим эту производительность в $\boldsymbol{t}$-ом году через $\boldsymbol{R_t}$. Практически производительность машины может измеряться как в физических единицах (скажем, в кубометрах грунта, разработанного экскаватором), так и в часах полезной работы (станко- или машино-часах). При этом в общем случае производительность машины с течением времени меняется, имея тенденцию к снижению.

Условимся теперь, что введенные выше обозначения относятся к некоторому предлагаемому режиму эксплуатации машины, а те же показатели (кроме $\boldsymbol{K}$), относящиеся к базисному режиму, будем отмечать верхним индексом ^{0}.

Допустим на минуту, что цена единицы работы нам известна и составляет $\boldsymbol{p}$. Тогда эффект от использования машины в предлагаемом режиме определяется формулой:

$$\Phi = -K + \sum_{t=1}^{T} \frac{pV_t - C_t}{(1+E)^{t-1}}\alpha_t + \frac{L_T}{(1+E)^T} = pV_\Sigma - R_\Sigma,$$

где $\boldsymbol{E}$ — годовая норма дисконта,

$$R_\Sigma = K + \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+E)^{t-1}} - \frac{L_T}{(1+E)^T}, V_\Sigma = \sum_{t=1}^{T} \frac{V_t}{(1+E)^{t-1}} \text{ —}$$

соответственно интегральные дисконтированные затраты по приобретению, эксплуатации и ликвидации машины и интегральная производительность машины.

Аналогичный вид имеет и эффект от использования машины в базисном режиме:

$$\Phi^0 = -K + \sum_{t=1}^{T^0} \frac{pV_t^0 - C_t^0}{(1+E)^{t-1}}\alpha_t + \frac{L_{T^0}^0}{(1+E)^{T^0}} = pV_\Sigma^0 - R_\Sigma^0.$$

Обратим теперь внимание на то, что базисный режим эксплуатации машины является “нормальным”, и его реализация не предполагает получения какого-либо эффекта (или, точнее, обеспечивает доходность вложенного капитала на уровне нормы дисконта). В такой ситуации $\Phi^0=0$, что позволяет определить неизвестную величину $\boldsymbol{p}$:

$$p = \frac{V_\Sigma^0}{R_\Sigma^0}.$$

Иными словами, цена единицы производимой работы равна удельным приведенным затратам — отношению интегральных дисконтированных затрат по эксплуатации машины в базисном режиме к ее интегральному дисконтированному объему выполненных машиной работ.

Подставив эту цену в уравнение для Φ, находим окончательно выражение для эффекта предлагаемого режима эксплуатации машины:

$$\Phi = pV_\Sigma - R_\Sigma = \frac{V_\Sigma^0}{R_\Sigma^0}V_\Sigma - R_\Sigma = \left(\frac{V_\Sigma^0}{R_\Sigma^0} - \frac{V_\Sigma}{R_\Sigma}\right)R_\Sigma.$$

Иными словами, эффект от предлагаемого режима равен достигаемой при этом режиме экономии удельных приведенных затрат в расчете на интегральный дисконтированный объем работ, выполняемый машиной в данном режиме. Этот результат практически полностью соответствует методике определения эффективности новой техники [6], действовавшей в советское время.

Из полученной формулы следует прежде всего, что предлагаемый режим эксплуатации будет эффективным, только если он обеспечивает экономию удельных приведенных затрат. Кроме того, используя полученную формулу, можно отобрать наиболее эффективный из различных технически допустимых режимов эксплуатации машины и, в частности, определить отвечающий ему срок службы машины[8]. Такой прием был использован в свое время при разработке (с участием автора) проекта норм амортизационных отчислений по некоторым строительным машинам.

[8] Здесь важно иметь в виду, что сам показатель удельных приведенных затрат критериальным не является — режиму с минимальными такими затратами может отвечать меньший интегральный объем выполняемых работ и меньший интегральный эффект.

Литература

1. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов: (Вторая редакция). М.: ОАО “НПО “Издательство “Экономика”, 2000.
2. Бирман Г., Шмидт С. Экономический анализ инвестиционных проектов. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
3. Регламент составления проектных технологических документов на разработку нефтяных и газонефтяных месторождений (РД 153-39-007-96).
4. Массе П. Критерии и методы оптимального определения капиталовложений. М.: Статистика, 1971.
5. Канторер С.Е. Амортизация и сроки службы машин и оборудования в строительстве. М.: Стройиздат, 1975.
6. Методика (основные положения) определения экономической эффективности новой техники, изобретений и рационализаторских предложений. Утв. постановлением Госкомитета СССР по науке и технике, Госплана СССР, Академии наук СССР и Государственного комитета СССР по делам изобретений и открытий от 14 февраля 1977 года. М.: Экономика, 1977.

Смоляк Сергей Абрамович