ОБ АНАЛОГЕ ФОРМУЛЫ БЛЭКА-ШОУЛЗА ДЛЯ ИНВЕСТИЦИОННОЙ СТОИМОСТИ АКЦИЙ

Иванов А.М., Федеральный долговой центр при Правительстве РФ;
Иванова Н.С., консалтинговая фирма «Северо-Западный Союз»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, Тверской государственный университет

В работе рассматривается задача определения инвестиционной стоимости единичных акций в рамках доходного подхода, когда инвестор может рассчитывать только на дивидендный доход и рост курсовой стоимости акций или даже только на последнее. Получен аналог формулы Блэка-Шоулза [1] для стоимости акции при тех же предположениях относительно лог-нормальности некоторых распределений случайных величин, характеризующих изменение дивидендного дохода и курсовой стоимости акций.

Эта формула имеет в основном теоретическое значение, поскольку если известны рыночные данные, то следует использовать метод сравнения продаж. Если же рыночных данных нет, то нет данных и об изменении курсовой стоимости акций. Практическое использование полученной формулы состоит в перенесении ее на оценку стоимости бизнеса, которую можно условно представлять себе как стоимость всех его акций. При этом дивидендный доход заменяется денежным потоком на собственный акционерный капитал, а курсовая стоимость — возможной ценой продажи бизнеса в конце срока владения.

Последняя может быть приближенно оценена в рамках затратного (балансового) подхода, когда стоимость бизнеса определяется методом чистых активов. Изучение ретроспективных данных относительно изменения денежного потока и балансовой стоимости бизнеса позволяет оценить параметры соответствующих распределений. Тем самым снимается основная проблема использования модели Блэка-Шоулза — проблема информационного обеспечения.

Ранее в [2-4] изучалась детерминированная модель оценки бизнеса, когда денежный поток и возможная цена продажи меняются регулярным образом. Настоящая работа обобщает результаты [2-4] в части учета рисков, сопутствующих получению дохода и продаже бизнеса в конце срока владения и работу [5] в части учета текущей стоимости постпрогнозной цены бизнеса.

1. АНАЛОГ ФОРМУЛЫ БЛЭКА-ШОУЛЗА ДЛЯ АКЦИЙ

Рассмотрим уравнение дисконтирования дохода на единичную акцию [1]:

$$X^0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{q_t}{(1+i)^t} = \frac{X_n}{(1+i)^t}, \qquad (1)$$

где X^0 — текущая инвестиционная цена акции;

n — предполагаемый срок владения акцией (лет);

q_t — предполагаемый дивидендный доход за t-й год; i — безрисковая ставка дохода;

X_n — предполагаемая курсовая стоимость акции на момент продажи.

Представим величины q_t, X_n в виде [1]:

$$q_t = q\prod_{k=1}^{t}(1+w_k);$$

$$X_n = X_0\prod_{k=1}^{n}(1+j_k), \qquad (2)$$

где q — значение дивидендов, фактически выплаченных за последний год; w_k — относительное изменение дивидендного дохода за k-й год; X_0 — фактическая курсовая стоимость акций на начальный момент в отличие от текущей инвестиционной стоимости X акции на тот же момент; j_k — относительное изменение курсовой стоимости на k-й период.

Подставляя выражения (2) в уравнение (1), приходим к равенству:

$$X^0 = q\sum_{t=1}^{n}\prod_{k=1}^{t}\left(\frac{1+w_k}{1+i}\right) + X_0\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{1+j_k}{1+i}\right) =$$

$$= q\sum_{t=1}^{n}\frac{1}{(1+i)^t}\exp\sum_{k=1}^{t}\ln(1+w_k) +$$

$$+ X_0\frac{1}{(1+i)^n}\exp\sum_{k=1}^{n}\ln(1+j_k). \qquad (3)$$

Обозначим через $N(a,b)$ множество случайных величин (с.в.), подчиненных нормальному закону распределения с математическим ожиданием a и средним квадратическим отклонением b. Предположим, что

$$W_k = \ln(1+w_k) \in N(\ln(1+w);\ \sigma_w);$$

$$J_k = \ln(1+j_k) \in N(\ln(1+j);\ \sigma_j). \qquad (4)$$

Предположим также, что с.в. W_k, J_k, $k=1,2,...,n$, являются независимыми. Тогда независимыми будут величины

$$W^t = \sum_{k=1}^{t}W_k \in N(t\ln(1+w);\ \sigma_w\sqrt{t});$$

$$J^n = \sum_{k=1}^{t}J_k \in N(n\ln(1+j);\ \sigma_j\sqrt{n}). \qquad (5)$$

Обозначим через $M(Y)$ и $D(Y)$ математическое ожидание и дисперсию с.в. Y. Справедлива следующая лемма.

Лемма 1. Пусть $Y \in N(y,\sigma_y)$, тогда

$$M(\exp Y) = \exp(y + \frac{\sigma_y^2}{2}).$$

Доказательство:

$$M(\exp Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y-y}{\sigma_y}\right)^2}\exp Y\,dY =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y-y-\sigma_y^2}{\sigma_y}\right)^2} e^{\frac{(y+\sigma_y^2)^2-y^2}{2\sigma_y^2}}\,dY =$$

$$= e^{y+\frac{\sigma_y^2}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y-y-\sigma_y^2}{\sigma_y}\right)^2}\,dY =$$

$$= \exp\left(y + \frac{\sigma_y^2}{2}\right).$$

Лемма доказана.

Лемма 2. Пусть $Y \in N(y,\sigma_y)$, тогда

$D(\exp Y) = e^{2y+\sigma_y^2}(e^{\sigma_y^2} - 1)$.

Доказательство: $D(\exp Y) = M(e^Y)^2 - (Me^Y)^2$.

Так же как и при доказательстве леммы 1 получим $M(e^Y)^2 = e^{2y+2\sigma_y^2}$.

Подставляя полученное выражение в предыдущую формулу, получим

$$D(\exp Y) = e^{2y+\sigma_y^2} - \left(e^{y+\frac{\sigma_y^2}{2}}\right)^2 =$$

$$= e^{2y+\sigma_y^2}\left(e^{\sigma_y^2} - 1\right).$$

Лемма доказана.

Переходя к средним в уравнении (3) и воспользовавшись леммой 1, получим:

$$M(X^0) = q\sum_{t=1}^{n}\frac{1}{(1+i)^t}e^{t\left(\ln(1+w)+\frac{\sigma_w^2}{2}\right)} +$$

$$+ X_0\frac{1}{(1+i)^t}e^{n\left(\ln(1+j)+\alpha\frac{\sigma_j^2}{2}\right)} =$$

$$= q\frac{1+w}{(1+i)^t}e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}\left[\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2} - 1\right] /$$

$$/\left[\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2} - 1\right] + X_0\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}.$$

Мы доказали следующее утверждение.

Утверждение 1. При обычных предположениях о логнормальности и независимости случайных величин, характеризующих относительное изменение дивидендного дохода и курсовой стоимости акций, справедлив следующий аналог формулы Блэка-Шоулза для инвестиционной стоимости акций:

$$M(X_0) = q\left[\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2} - 1\right] /$$

$$/\left[1 - \frac{1+j}{1+w}e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}\right] + X_0\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}. \qquad (6)$$

Следствие 1. В частности, если дивиденды не выплачиваются (***q***=0) мы получим из (4) формулу Иванова-Перевозчикова:

$$M(X^0) = X_0\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}. \qquad (7)$$

Эта формула дает инвестиционную стоимость единичной акции в расчете только на возможный рост ее курсовой стоимости в будущем и представляет прямой аналог формулы Блэка-Шоулза для европейского колл-опциона. Формула (7) открывает возможность для оценки единичных акций в условиях России, когда дивиденды как правило не выплачиваются, а сами акции не котируются на фондовой бирже. В этом случае в качестве x_0 можно использовать среднюю затратную (балансовую) стоимость акции, а параметры изменения стоимости акции заменить на параметры изменения балансовой стоимости акционерного капитала, известные из ретроспективных балансовых отчетов общества.

Заметим, что формула (7) остается хорошим приближением и в том случае, когда независимые с.в. $J_t = \ln(1+j_t)$ имеют произвольное одинаковое распределение с параметрами $\left(\ln(1+j_t), \sigma_j\right)$. Действительно, в этом случае, согласно центральной предельной теореме теории вероятностей [6], их сумма $J^n = \sum_{t=1}^{n} J_t$ ведет себя как нормально распределенная величина из $N\left(n\ \ln(1+j), \sqrt{n}\sigma_j\right)$.

Таким образом, второе условие в (5) выполняется приближенно при 1=п. Остается заметить, что точное выполнение этого условия является достаточным для справедливости формулы (7). Хотелось бы в дальнейшем придать этому утверждению более точный вероятностный смысл и, если возможно, получить оценку точности формулы (7) для произвольного закона распределения с.в. J_t.

Наконец формула (7) может быть использована для оценки постпрогнозной стоимости акционерного капитала, необходимой в методе дисконтирования денежного потока общества [7], который будет рассмотрен далее. В этом случае X_0 — текущая затратная (балансовая) стоимость акционерного капитала, определяемая методом чистых активов (***ЧА***) по балансу или экономическому балансу, где стоимость активов скорректирована по их рыночной стоимости, а параметры $\left(\ln(1+j), \sigma_j\right)$ характеризуют изменение ***ЧА***, по имеющейся ретроспективной отчетности.

2. ОЦЕНКА СЛУЧАЙНОЙ ОШИБКИ

Оценим дисперсию с.в. X^0, определенную по формуле (3), которую можно представить в виде:

$$X^0 = q\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(1+i)^t}e^{W^t} + X_0\frac{1}{(1+i)^n}e^{J^n},$$

где с.в. W^t, J^n удовлетворяют условиям (5):

$$W^t = \sum_{k=1}^{t} W_k \in N(t\ \ln(1+w);\ \sigma_w\sqrt{t});$$

$$J^n = \sum_{k=1}^{t} J_k \in N(n\ \ln(1+j);\ \sigma_j\sqrt{n}).$$

Применяя лемму 2, получим:

$$D(X^0) = q^2\sum_{t=1}^{n}\frac{1}{(1+i)^{2t}}[e^{2t(\ln(1+w)+\sigma_w^2)} - e^{t(2\ln(1+w)+\sigma_w^2)}] +$$

$$\frac{X^2}{(1+i)^{2n}}[e^{2n(\ln(1+j)+\sigma_j^2)} - e^{n(2\ln(1+j)+\sigma_j^2)}] =$$

$$= q^2\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^{2t}[e^{2\sigma_w^2} - e^{\sigma_w^2}] + \left(\frac{1+j}{1+i}\right)^{2n}[e^{2\sigma_j^2} - e^{\sigma_j^2}] =$$

$$= q^2\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^2[\ e^{2\sigma_w^2}\frac{1 - \left(\frac{1+w}{1+i}\right)^{2n}e^{\sigma_w^2}}{1 - \left(\frac{1+w}{1+i}\right)^2 e^{2\sigma_w^2}} +$$

$$+ e^{\sigma_w^2} \frac{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^{2n} e^{n\sigma_w^2}}{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^{2} e^{\sigma_w^2}}] + X_0^2\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^{2n} [e^{2n\sigma_j^2} - e^{n\sigma_j^2)}] .$$

Полученная формула позволяет оценить с.к.о. $\sigma_X = \sqrt{D(X^0)}$ с.в.

$X = X^0$, характеризующее случайную ошибку, связанную с отклонением X от $M(X)$.

3. МЕТОД ПРЯМОЙ КАПИТАЛИЗАЦИИ ДИВИДЕНДА

Будем считать, что

$$M(X^0) = X_0 , \tag{8}$$

т.е. текущая инвестиционная стоимость и стоимость в обмене совпадают, и их общее значение примем за оценку рыночной стоимости акции. Рыночная стоимость акции в этой модели будет неизвестной величиной, которая определяется из уравнения (6):

$$M(X^0) = q\frac{1}{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}}\left[\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2} - 1\right] /$$

$$/\left[1-\frac{1+i}{1+w}e^{-\frac{1}{2}\sigma_w^2}\right]. \tag{9}$$

Заметим, что полученное случайное значение стоимости имеет экономический смысл только в том случае, когда знаменатель дроби в (9) положителен. Поэтому предположим, что справедливо условие:

$$\varepsilon_n = \left| q\left[\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}\right| < 1 . \tag{10}$$

Обозначим:

$$k = k_n(w, j, \sigma_w, \sigma_j) =$$

$$= \left(\frac{1+i}{1+w}e^{-\frac{1}{2}\sigma_w^2} - 1\right)\frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}}{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2}} . \tag{11}$$

Тогда (9) можно представить в виде формулы метода прямой капитализации дивиденда:

$$M(X) = \frac{q}{k} , \tag{12}$$

где k - ставка капитализации, определяемая по формуле (11).

4. ИССЛЕДОВАНИЕ СТАВКИ КАПИТАЛИЗАЦИИ

В частности, при $\sigma_w = \sigma_j = 0$, т.е. когда величины w_t , j не случайны, получим из (11):

$$k = k_n(w, j, 0, 0) =$$

$$= \frac{1-w}{1+w}\frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n}{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n} . \tag{13}$$

Эта формула была нами получена ранее в [1], где изучалась ставка капитализации дохода на безрисковой основе. Таким образом, формула (11) обобщает ранее полученную формулу (13) с учетом рисков.

Предположим дополнительно, что выполняются условия:

$$|w| < i ; \ |j| < i . \tag{14}$$

Переходя к пределу при п -^ оо, получим известную формулу Гордона [7]:

$$k = k_n(w, j, 0, 0) = \frac{i-w}{1+w} . \tag{15}$$

Исследуем теперь ставку капитализации на монотонность. Представим формулу (11) в виде:

$$k = k_n(w, j, \sigma_w, \sigma_j) =$$

$$= \frac{1+i}{1+w}\frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}}{e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}\sum_{t=0}^{n-1}\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^t e^{\frac{t}{2}\sigma_w^2}} . \tag{16}$$

В такой записи очевидно, что функция k монотонно убывает по σ_w , σ_j или, что равносильно, текущая стоимость акции, определяемая по формуле (12) метода прямой капитализации дивиденда, растет. На первый взгляд, это свойство противоречит интуитивным представлениям о том, что большему риску соответствует большая ставка капитализации, компенсирующая возросший риск. При этом допускается ошибка, которую мы попытаемся объяснить на примере текущих значений курсовой стоимости X_t . Эти величины связаны друг с другом соотношением:

$$X_t = X_{t-1}(1+j_t) , \ t = 1,2,..., n . \tag{17}$$

Предполагается, что

$$J_t = ln(1+j_t) \in N(ln(1+j); \sigma_t) . \tag{18}$$

Таким образом, (j, σ_j) - это характеристики базовой с.в. J_t . В частности, из (17),(18) следует:

$$X_t = X_{t-1}e^{J_t} . \tag{19}$$

Теперь из (18),(19) и лемм 1,2 следует:

$$M(X_t) = X_{t-1}e^{ln(1+j)+\frac{1}{2}\sigma_j^2} =$$

$$= X_{t-1}(1+j)e^{\frac{1}{2}\sigma_j^2} = X_{t-1}(1+j') ;.$$

$$D(X_t) = X_{t-1}^2 e^{2ln(1+j)+\sigma_j^2}(e^{\sigma_j^2} - 1) =$$

$$= X_{t-1}^2(1+j)^2 e^{\sigma_j^2}(e^{\sigma_j^2} - 1) . \tag{20}$$

Из (20) следует, что X_t представляет финансовый инструмент с характеристиками доходности (j', σ_j') , совпадающими с параметрам с.в. e^{J_t}, связанными с параметрами (j, σ_j) базовой с.в. J_t соотношениями:

$$j' = j'(j, \sigma_j) = (1 + j)e^{\frac{1}{2}\sigma_j^2};$$

$$\sigma'_j = \sigma'_j(j, \sigma_j) = (1 + j)e^{\frac{1}{2}\sigma_j^2}\sqrt{e^{\sigma_j^2} - 1}. \qquad (21)$$

Обе функции в (21) монотонно возрастают по σ_j. Для первой это очевидно, а для второй вытекает из положительности производной соответствующей дисперсии:

$$\frac{\partial}{\partial} D'_j = \left[(1 + j)^2 (e^{2\sigma_j^2} - e^{\sigma_j^2})\right]_{\sigma_j} =$$

$$= (1 + j)^2 (4e^{2\sigma_j^2}\sigma_j - 2e^{\sigma_j^2}\sigma_j) =$$

$$= 2(1 + j)^2 \sigma_j e^{\sigma_j^2}(2e^{\sigma_j^2} - 1) > 0.$$

Отсюда следует, что при увеличении параметра σ_j базового распределения J_t возрастут оба параметра (j', σ'_j) производного распределения e^{J_t}. В результате получится несравнимая по характеристикам доходности пара (j'', σ''_j). Точный расчет показывает, что стоимость инструмента X^ при этом увеличивается, а не уменьшается, как это можно было сначала подумать. Отметим, что этим же свойством обладает формула Блэка-Шоулза [1] для текущей стоимости европейского колл-опциона на будущую стоимость акции X_n с ценой исполнения X, которая в наших обозначениях будет иметь вид:

$$C = X_0 \Psi\left(\frac{X_0}{X(1 - j')^{-n}}; \sigma_j \sqrt{n}\right). \qquad (22)$$

Здесь обозначено для краткости:

$$\Psi(a, b) = \Phi\left(\frac{\ln a}{b} + \frac{1}{2}b\right) - \frac{1}{a}\Phi\left(\frac{\ln a}{b} - \frac{1}{2}b\right). \qquad (23)$$

Функция $\Phi(x)$ представляет функцию распределения стандартного нормального закона [6]:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \qquad (24)$$

Очевидно, что

$$\frac{d}{dx}\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Переменная σ_j входит в ***b***, которая в свою очередь входит в $\Psi(a, b)$. Поэтому:

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma_j} = \Psi'_b \, b'_{\sigma_j} = \Bigg[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\ln a}{b} + \frac{b}{2})^2}\left(-\frac{\ln a}{b} + \frac{1}{2}\right) -$$

$$- \frac{1}{a} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\ln a}{b} + \frac{b}{2})^2}\left(-\frac{\ln a}{b} - \frac{1}{2}\right)\Bigg]\sqrt{n} > 0.$$

Докажем последнее неравенство. Для этого представим его в эквивалентной форме:

$$\left(-\frac{\ln a}{b} - \frac{1}{2}\right)\exp\left(\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\ln a}{b} - \frac{b}{2}\right)^2 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left(\frac{\ln a}{b} + \frac{b}{2}\right)^2\right]\right) > -\frac{\ln a}{b} - \frac{1}{2}.$$

Последнее неравенство равносильно:

$$a^{-1}\left(\frac{\ln a^{-1}}{b^2} + \frac{1}{2}\right) > \frac{\ln a^{-1}}{b^2} - \frac{1}{2}.$$

или

$$(c - 1)\frac{\ln c}{b^2} + c > 0,$$

где $c = a^{-1}$. Остается показать, что последнее неравенство справедливо при любых $b, c > 0$. Рассмотрим два случая:

1) $0 < c < 1$;
2) $c \geq 1$.

Легко убедиться, что величины $c-1$ и $\ln c$ всегда имеют одинаковый знак, откуда и следует требуемое неравенство.

Таким образом, стоимость колл-опциона также увеличивается с ростом σ_j. Это означает, что отмеченное свойство присуще в целом модели Блэка-Шоулза, которую мы использовали для вывода формулы (7).

5. СРАВНЕНИЕ С ФОРМУЛОЙ БЛЭКА-ШОУЛЗА

Конечная формула Блэка-Шоулза не позволяет судить о близости к формуле (7). Поэтому нам придется привести доказательство формулы Блэка-Шоулза.

Лемма 3. Пусть $Y \in N(y, \sigma_y)$, тогда

$$M(\max\{X_0 e^{\gamma} - X; 0\}) =$$

$$= X_0 e^{y + \frac{1}{2}\sigma_y^2}\Phi\left(\frac{\ln\frac{X_0}{X} + y + \sigma_y^2}{\sigma_y}\right) - X\Phi\left(\frac{\ln\frac{X_0}{X} + y}{\sigma_y}\right).$$

Доказательство.

$$M(\max\{X_0 e^{\gamma} - X; 0\}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\int_{\ln X/X_0}^{\infty}(X_0 e^{\gamma} - X)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y - y}{\sigma_y}\right)} dY =$$

$$= \frac{X_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\int_{\ln X/X_0}^{\infty}\exp\left(-\frac{Y^2 - 2Yy + y^2 - 2Y\sigma_y^2}{2\sigma_y^2}\right)dY -$$

$$- \frac{X}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\int_{\ln X/X_0}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y - y}{\sigma_y}\right)^2} dY =$$

$$= \frac{X_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\exp\left(-\frac{(y + \sigma_y^2)^2 - y^2}{2\sigma_y^2}\right)\int_{\ln X/X_0}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y - (y + \sigma_y^2)}{\sigma_y}\right)^2} dY -$$

$$- X\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln\frac{X}{X_0} - y^2}{\sigma_y}\right)\right) =$$

$$= X_0 e^{y+\frac{\sigma_y^2}{2}} \left(1 - \Phi\left(\frac{\ln \frac{X}{X_0} - y - \sigma_y^2}{\sigma_y} \right) \right) -$$

$$- X \left(1 - \Phi\left(\frac{\ln \frac{X}{X_0} - y}{\sigma_y} \right) \right) =$$

$$= X_0 e^{y+\frac{\sigma_y^2}{2}} \left(\Phi\left(\frac{\ln \frac{X}{X_0} + y + \sigma_y^2}{\sigma_y} \right) \right) -$$

$$- X \left(\Phi\left(\frac{\ln \frac{X}{X_0} + y}{\sigma_y} \right) \right). \qquad (25)$$

Лемма доказана. Мы воспользовались равенством $1 - \Phi(-a) = \Phi(a)$,

справедливым для любого действительного а в силу геометрического смысла интеграла $\Phi(x)$ и симметричности подинтегральной функции относительно оси ординат. Найдем теперь текущую стоимость европейского колл-опциона:

$$C = \frac{1}{(1+i)^n} M(\max\{X_n - X; 0\}),$$

где $X_n = X_0 e^{J^n}$;

$J^n \in N(n\ln(1+j), \sqrt{n}\sigma_j)$;

Применим лемму 3:

$$C = C_n = \frac{X_0}{(1+i)^n} e^{n\ln(1+j)+\frac{n\sigma_j^2}{2}} \Phi\left(\frac{\ln\frac{X_0}{X} + n\ln(1+j) + n\sigma_j^2}{\sqrt{n}\sigma_j} \right) -$$

$$- \frac{X}{(1+i)^n} \Phi\left(\frac{\ln\frac{X_0}{X} + n\ln(1+j)}{\sqrt{n}\sigma_j} \right) =$$

$$= X_0 \left(\frac{1+j}{1+i} \right)^n \Phi\left(\frac{\ln \frac{X_0(1+j)^n(1+i)^{-n} e^{\frac{n\sigma_j^2}{2}}}{X(1+j)^{-n}}}{\sqrt{n}\sigma_j} + \frac{\sqrt{n}\sigma_j}{2} \right) -$$

$$- \frac{X}{(1+i)^n} \Phi\left(\frac{\ln \frac{X_0(1+j)^n(1+i)^{-n} e^{\frac{n\sigma_j^2}{2}}}{X(1+j)^{-n}}}{\sqrt{n}\sigma_j} - \frac{\sqrt{n}\sigma_j}{2} \right). \qquad (26)$$

В частности, при $i = j' = (1+j)e^{\frac{\sigma_j^2}{2}}$; $r = 1 + j'$, т.е. для истинной средней доходности инструмента X_n (см. п. 4), получим отсюда формулу Блэка-Шоулза:

$$C = C_n = X_0 \Phi\left(\frac{\ln \frac{X_0}{Xr^{-n}}}{\sqrt{n}\sigma_j} + \frac{\sqrt{n}\sigma_j}{2} \right) -$$

$$- Xr^{-n} \Phi\left(\frac{\ln \frac{X_0}{Xr^{-n}}}{\sqrt{n}\sigma_j} - \frac{\sqrt{n}\sigma_j}{2} \right). \qquad (27)$$

Видно, что (26) напоминает формулу (7):

$$M_n(X^0) = M(X^0) = X_0 \left(\frac{1+j}{1+i} \right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}. \qquad (28)$$

Более того, при $n \to \infty$, $\ln(1+j) > 0$, т.е. когда

$$j > 0, \qquad (29)$$

справедливы соотношения:

$$\left(\frac{\ln \frac{X_0}{Xr^{-n}}}{\sqrt{n}\sigma_j} + \frac{\sqrt{n}\sigma_j}{2} \right) \to \infty;$$

$$y_n = \left(\frac{\ln \frac{X_0}{Xr^{-n}}}{\sqrt{n}\sigma_j} - \frac{\sqrt{n}\sigma_j}{2} \right) \to \infty.$$

Отсюда следует, что:

$\Phi(x_n) \to 1$; $\Phi(y_n) \to 1$,

в силу того, что $\Phi(.)$ - функция распределения.

Таким образом,

$$C_n / M_n(X^0) \to 1 \text{ при } M_n(X^0) \to \infty, \qquad (30)$$

т.е. $C_n \approx M_n(X^0)$.

Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. При условии (29) справедливо предельное соотношение (30). Экономический смысл утверждения 2 состоит в том, что при условии (29) математическое ожидание J^n растет как линейная функция n, а с.к.о. J^n растет как линейная функция $\sqrt{n}$. По правилу «трех сигм» неравенство $J^n > \ln X / X_0$ при достаточно большом n будет выполняться с вероятностью, сколь угодно близкой к единице. Поэтому текущая стоимость такого колл-опциона будет все ближе и ближе к текущей стоимости разницы $X_n - X$. Это свойство позволяет получить асимптоту (30) для функции в формуле Блэка-Шоулза при $n \to \infty$ и, тем самым, косвенно подтвердить справедливость выведенной нами формулы (7) в предельном случае. Ранее было показано, что при $\sigma_j = 0$ формула (7) превращается в полученную нами ранее детерминированную формулу для текущей стоимости X_n:

$$M_n(X^0) = X_n(1+i)^{-n} = X_0\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n .$$

Таким образом, достоверность формулы (7) подтверждается по крайней мере в двух предельных случаях.

6. ОЦЕНКА КОНТРОЛЬНЫХ И БЛОКИРУЮЩИХ ПАКЕТОВ

До сих пор рассматривались единичные акции, позволяющие оценить стоимость миноритарных пакетов. Теперь будем изучать стоимость пакетов, претендующих на контроль или хотя бы участие в управлении обществом, т.е. стоимость мажоритарных долей. Мажоритарные доли приобретают стратегические инвесторы. В отличие от портфельных, стратегические инвесторы не расчитывают на дивидендный доход или рост курсовой стоимости акций. Они приобретают контрольный или блокирующий пакет, чтобы получить контроль над денежным потоком или хотя бы реально участвовать в его распределении путем введения своего члена в совет директоров. В настоящем разделе изучается задача определения инвестиционной стоимости пакетов акций, не имеющих устойчивых котировок, т.е. акций второго эшелона предприятий, с точки зрения стратегических инвесторов. Предложена и обоснована формула для инвестиционной стоимости доли в рамках доходного подхода, объясняющая известный эффект фондового рынка, когда малые пакеты продаются дешевле, а крупные дороже номинала. Тем самым впервые (по нашим сведениям) сделан переход от качественного описания этого явления к количественному[1]. В качестве следствия получена единая формула, позволяющая определить как скидку на миноритарность, так и премию за контроль, которая может применяться для практического определения стоимости пакетов в рамках доходного подхода, а также служить для корректировки рыночных данных в методах рынка капитала и сделок в рамках рыночного подхода. Оценка инвестиционной стоимости стратегических пакетов методом ипотечно-инвестиционного анализа в рамках доходного подхода предполагает решение двух сравнительно независимых задач:

- определение текущей стоимости 100% акционерного капитала предприятия;
- оценка фактической доли, приходящейся на оцениваемый пакет на различных этапах жизненного цикла предприятия и текущей стоимости этой доли.

7. ОЦЕНКА ТЕКУЩЕЙ СТОИМОСТИ 100% АКЦИОНЕРНОГО КАПИТАЛА

Основное уравнение метода ипотечно-инвестиционного анализа в рассматриваемом случае можно записать в виде:

$$X^0 = Y_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t - p_t}{(1+i)^t} + \frac{X_n - Y_n}{(1+i)^t}, \qquad (31)$$

где X^0 — текущая доходная стоимость инвестированного капитала;

Y_t — остаток долга по кредиту на конец t -го года;

g — ставка по кредиту;

p_t — годовые уплаты в счет погашения кредита, связанные с остатками долга соотношениями:

$$Y_t = \sum_{k=t+1}^{n} \frac{p_k}{(1+g)^{k-t}} + \frac{Y_n}{(1+g)^{n-t}},$$

$p_t = gY$, $t = 1,2,..., n$; $Y_n = Y = const$ -в простейшем случае для кредита Y с платежом основной суммы в конце срока, принятого в России, что и предполагается далее для простоты;

X_n — постпрогнозная стоимость инвестированного капитала;

Y — величина кредита;

n — предполагаемый срок владения бизнесом (лет), совпадающий с длительностью кредита;

F_t — денежный поток от бизнеса, который равен чистому доходу на посленалоговой основе плюс амортизация и другие неденежные расходы;

i — ставка дисконтирования доходов, отражающая инвестиционные предпочтения инвестора. Обозначим через $Z^0 = X^0 - Y_0$ текущую стоимость акционерного капитала. Пусть $Z_n = X_n - Y_n$ - предполагаемая продажная цена бизнеса. Предполагается, что передача имущественных прав на бизнес осуществляется продажей контрольного пакета без изменения юридического лица общества. В [3] исследован другой случай, когда передача прав собственности осуществлялась продажей активов общества с изменением юридического лица. Напомним, что необходимо отличать стоимость бизнеса и его активов. В этом основное отличие настоящей работы от предыдущей.

По аналогии с (2) представим величины F_t, Z_n в виде:

$$F_t = F\prod_{k=1}^{n}(1+w_k); \quad Z_n = Z_0\prod_{k=1}^{n}(1+j_k),$$

где

F — значение денежного потока, фактически полученного за последний год;

w_k — относительное изменение денежного потока за k -й год;

Z_0 — фактическая обменная стоимость акционерного капитала на начальный момент в отличие от текущей инвестиционной стоимости Z_0 бизнеса на тот же момент;

j_k — относительное изменение обменной стоимости на k -й период.

При отсутствии котировки акций обменную стоимость можно заменить условно затратной (балансовой), определяемой методом чистых активов по экономическому или исходному балансу. Таким образом решается проблема информационного обеспечения модели.

По аналогии с (4) предположим, что

$$W_k = ln(1+w_k) \in N(ln(1+w); \sigma_w);$$

$$J_k = ln(1+j_k) \in N(ln(1+j); \sigma_j).$$

---

[1] В полном объеме эти результаты были опубликованы авторами в журналах Вопросы оценки, № 3, 1998, с.40-45, Аудит и финансовый анализ, №3, 2000, с. 138-159 и обобщены в монографии авторов «Оценка стоимости бизнеса, пакетов акций и долевых интересов» (Тверь: изд. ТГУ. 2000).

Предположим также, что с.в. w_k, j_k, $k = 1,2,\ldots,n$, являются независимыми. Тогда по аналогии с (6) получим уравнение для средних:

$$M(Z^0) = F_0 \frac{1+w}{1+i} e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2} \frac{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2}}{1-\frac{1+w}{1+i} e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}} - gY \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + Z_0 \left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}. \qquad (32)$$

Предположим, что

$M(Z^0) = Z_0$,

т.е. текущая инвестиционная стоимость бизнеса совпадает со стоимостью в обмене. Тогда справедлива формула метода прямой капитализации:

$$M(Z^0) = \frac{F}{K_F} - \frac{gY}{K_Y},$$

где K_F, K_Y — соответствующие ставки капитализации, относящиеся к денежному потоку и платежам по обслуживанию долга. По аналогии с (11) формулы для ставок капитализации имеют вид:

$$K_F = \frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2}}{\frac{1+w}{1+i} e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}} * \frac{1-\frac{1+w}{1+i} e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}}{1-\left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2}};$$

$$K_Y = i \frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}}{1-(1+i)^{-n}}.$$

8. ОЦЕНКА ФАКТИЧЕСКИХ ДОЛЕЙ

Предположим, что известна номинальная величина пакета d_k %, выставленная k -ым акционером на продажу, $k = 1,2,\ldots,L$. Требуется оценить фактическую долю f_k, приходящуюся на долю d_k, в том смысле, что ее стоимость $C_k = f_k M(Z^0) = f_k Z_0$, т.е. в предположениях, при которых была получена формула метода прямой капитализации. Инвестиционная стоимость доли с точки зрения внешнего инвестора совпадает при одинаковых инвестиционных требованиях, выраженных в ставке дисконта i, со стоимостью доли при текущем использовании, поскольку внешний инвестор заменяет ее владельца-пользователя после покупки пакета. Стоимость доли при ее текущем использовании определяется по нашей методике как текущая стоимость фактических долей, приходящихся на оцениваемый пакет на различных этапах жизненного цикла предприятия. Это предполагает:

- выделение основных этапов жизненного цикла общества;
- определение фактической доли денежного потока в расчете на оцениваемый пакет на каждом этапе;
- определение текущей стоимости доли на момент оценки.

Основные этапы жизненного цикла

К основным этапам жизненного цикла акционерного общества относятся:

а) его учреждение, эмиссия и размещение акций, в результате которых образуются исходные номинальные доли d_k, $k = 1,2,\ldots,L$;

б) получение и дележ денежного потока, в ходе которого формируются реальные доли δ_k, приходящиеся на акционеров в зависимости от степени их участия в процессе принятия решений;

в) ликвидация бизнеса, возврат заемных средств и дележ вырученных средств, в результате чего определяются реальные доли σ_k, фактически приходящиеся на акционеров в зависимости от величины пакетов.

Определение фактической доли на различных этапах

Различным этапам жизненного цикла соответствуют различные «клубы», складывающиеся для дележа дохода. Для контроля над распределением денежного потока достаточно создать коалицию 50%+1 акция, для распределения выручки от ликвидации общества и продаже его имущества после выплаты долгов достаточно образовать коалицию 75%+1 акция. Заметим, что блокирующий пакет 25%+1 акция обязательно войдет в коалицию 75%+1, что повышает его стоимость по сравнению с меньшими пакетами в расчете на одну акцию.

Принадлежность пакета d_k к «клубу» с суммарной долей с d <100%, контролирующему дележ доходов на каком-то этапе, означает, что реальная доля, приходящаяся на этот пакет, возрастает до $100 d_k / d > d_k$ %. Например, принадлежность к клубу «50%+1» означает примерно двукратное увеличение реальной доли, а принадлежность к клубу «75%+1» увеличивает фактическую долю примерно на треть.

Вообще говоря, для исходного номинального дележа $d = (d_1,\ldots,d_L)$ существует несколько вариантов клубов «50%+1» и «75%+1». Каждому d соответствует целое множество $M_{50}(d)$ коалиций I_{50}, обладающих в совокупности контрольным пакетом и множество $M_{75}(d)$ коалиций I_{75}, имеющих квалифицированное большинство голосующих акций. Пусть $d = d(I)$ - сумма долей членов коалиции I, контролирующей денежный поток на каком-то этапе. Тода функция дележа, соответствующая «клубной» модели, может быть определена равенством:

$$\gamma_k(I) = \begin{cases} d_k / d(I), & d_k \in I; \\ 0, & d_k \notin I. \end{cases}$$

Смысл этого дележа состоит в том, что внутри коалиции денежный поток делится пропорционально номинальным долям, а аутсайдерам коалиции не достается ничего.

Существует по крайней мере четыре подхода к определению фактических долей на каждом этапе с учетом неоднозначности управляющей коалиции I:

- вероятностный;
- игровой;
- на основе теории исследования операций;
- на основе теории нечетких множеств.

Рассмотрим их кратко.

Вероятностный подход. Если известны вероятностные меры $\omega_{50}(d)$, $\omega_{75}(d)$ на конечных множествах

$M_{50}(d)$, $M_{75}(d)$, то следует определить δ_k, σ_k по формулам:

$$\delta_k = M_{\omega_{50}(d)}\gamma_k(I_{50});\ \sigma_k = M_{\omega_{75}(d)}\gamma_k(I_{75}),$$

где M_ω — оператор взятия математического ожидания по вероятностной мере ω.

Основная проблема использования рассмотренной вероятностной модели состоит в получении соответствующих мер. Обычно такие данные отсутствуют и декларируется равномерное распределение $I \in M(d)$.

Игровой подход. В качестве оценки δ, σ можно взять какой-либо дележ классической коалиционной теории: вектор Шепли либо какой-то определенный дележ из ядра или N-ядра. Соответствующую характеристическую функцию ν_{50}, ν_{75}, заданную на множестве подмножеств I множества $\{1,2,\dots, L\}$, можно определить равенством:

$$\nu_{50} = \min_{I_{50} \in M_{50}(d)} \sum_{m \in I \cap I_{50}} \gamma_m(I_{50});$$

$$\nu_{75} = \min_{I_{75} \in M_{75}(d)} \sum_{m \in I \cap I_{75}} \gamma_m(I_{75}).$$

Содержательно функция ν определяет гарантированную долю, приходящуюся на соответствующую коалицию при любых действиях игроков, не вошедших в данную коалицию. Характеристическая функция называется супераддитивной, если ее значение на любой коалиции не меньше суммы значений для отдельных участников. Можно показать, что введенная характеристическая функция, соответствующая «клубной» модели дележа, является супераддитивной.

Недостатком этого подхода, который можно назвать игровым, является формальный подход к определению коалиций, при котором каждое подмножество игроков следует рассматривать как возможную коалицию. В результате для определения «справедливого» дележа приходится рассматривать 2^L коалиций. В то же время содержательно должны изучаться только все возможные коалиции акционеров с акционером, пакет которого выставлен на продажу, состоящие в том, что этот пакет покупается соответствующим акционером.

Подход на основе теории исследования операций. Этот подход преодолевает недостаток игрового и основан на гарантированных оценках, характерных для теории исследования операций. В этом случае следует положить:

$$\delta_k(d) = \min_{I_{50} \in M_{50}(d)} \gamma_k(I_{50});\ \sigma_k(d) = \min_{I_{75} \in M_{75}(d)} \gamma_k(I_{75}).$$

Заметим, что наборы δ, σ и f в этом случае не являются дележами в силу существенной асимметрии формальной постановки задачи, которая отражает асимметрию содержательной постановки. Действительно, оценивается один k-й пакет, выставленный на продажу с точки зрения других акционеров и внешних инвесторов. Недостатком рассматриваемого подхода является то обстоятельство, что многие гарантированные оценки могут оказаться нулевыми.

Подход на основе теории нечетких множеств. В этом случае содержательно определяется нечеткое большинство «50%+1» и квалифицированное большинство «75%+1». Каждому участнику приписывается вес в соответствии с некоторым нечетким распределением возможностей, который и принимается за величину долей δ_k, σ_k.

Недостатком этого подхода, так же, как и вероятностного, является отсутствие обычно содержательной информации для построения распределения возможностей. Кроме того, аксиоматика распределения возможностей, на наш взгляд, менее соответствует интуитивным представлениям, чем аксиоматика распределения вероятностей.

Стоимость доли при текущем использовании. Требуется оценить стоимость c_k доли d_k для ее владельца-пользователя. Стоимость 100% акционерного капитала получается из уравнения (32). Стоимость c_k доли d_k при текущем использовании определяется формулой:

$$c_k = \sigma_k \{ F_0 \frac{1+w}{1+i} e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2} \frac{1 - \left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2}}{1 - \frac{1+w}{1+i} e^{\frac{1}{2}\sigma_w^2}} -$$

$$- gY \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \} + \sigma_k Z_o \left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}.$$

Деля c_k на $M(Z_0) = Z_0$ и учитывая, что коэффициенты при δ_k, σ_k в сумме будут равны единице, приходим к формуле Иванова-Перевозчикова для стоимости в использовании доли:

$$f_k = \delta_k [\ 1 - \left(\frac{1+w}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2}\ ] +$$

$$+ \sigma_k \left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_w^2} \in [\delta_k, \sigma_k]. \qquad (33)$$

Инвестиционная стоимость доли с точки зрения внешнего инвестора. Стоимость доли для внешнего покупателя совпадает с стоимостью для ее владельца, если заменить инвестиционные требования пользователя, выраженные в желаемой норме дохода на вложенный капитал 1, на типичные требования внешнего инвестора. Предполагая, что такая замена уже произведена, будем считать, что формула (33) выражает фактическую стоимость доли для внешнего покупателя, который заменит владельца в случае покупки оцениваемого пакета.

Полученная формула объясняет известный эффект фондового рынка, согласно которому крупные пакеты продаются с премией, а мелкие с дисконтом к номиналу. Крупные пакеты имеют шанс попасть во все престижные «клубы» по дележу доходов. Их доля в каждом «клубе» будет больше исходной. Поэтому общая инвестиционная стоимость таких пакетов будет больше номинала. Малые пакеты наоборот могут попасть только в представительные «клубы», а в узких престижных клубах их фактическая доля будет равна нулю. Фактическая доля пакета по формуле (33) будет в этом случае меньше номинальной, а в некоторых случаях даже равна нулю.

Формула для корректировки $r_k = f_k - d_k$ номинальной стоимости пакета получается уменьшением фактической доли на номинальную величину пакета:

$$r_k = (\delta_k - d_k)\left[1 - \left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_j^2}\right] +$$

$$+ (\sigma_k - d_k)\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^n e^{\frac{n}{2}\sigma_W^2}. \qquad (34)$$

Если величина r_k >0, то она представляет премию за контроль, а если r_k <0, то — скидку на миноритарность. Мы воспользовались тем, что сумма коэффициентов при δ_k, σ_k в формуле (33) равна единице. Таким образом, получена единая формула для премии за контроль и скидки на миноритарность, которая может быть использована, кроме доходного, в рамках рыночного подхода для корректировки данных.

Инвестиционная стоимость пакета с точки зрения внутреннего инвестора. Предположим, что оцениваемый пакет d_k продается одним лотом и его купит l-й акционер, $l = 1,2,..., L$. Обозначим номинальный дележ после торгов через $d^l = d^l(d)$. Тогда относительной инвестиционной стоимостью пакета d_k с точки зрения 1-го акционера естественно считать величину:

$$f_{k,l} = f_{k,l}(d) = f_l(d^l(d)) - f_l(d),\ l \neq k.$$

Мы использовали здесь идею построения компонент вектора Шепли, когда за стоимость доли с точки зрения l-го акционера принимается возрастание его фактической доли после приобретения оцениваемого пакета.

По определению положим:

$$f_{k,k} = f_{k,k}(d) = f_k(d).$$

Это верно, поскольку внешний инвестор заменит k-го акционера и может быть формально с ним отождествлен. Выше уже упоминалось, что характеристическая функция, соответствующая «клубной» модели дележа, лежащая в определении δ_k, σ_k в рамках игрового подхода, является супераддитивной. Последнее в силу линейной зависимости фактического дележа от δ, σ влечет неравенство:

$$f_{k,l} \geq f_{k,k} = f_k,\ .\ l = 1,2,..., L.$$

Можно доказать, что это неравенство остается справедливым и для трех других моделей дележа. Таким образом, инвестиционная стоимость доли с точки зрения любого внутреннего инвестора не меньше, чем стоимость той же доли с точки зрения внешнего инвестора при одинаковых инвестиционных требованиях, выраженных в желаемой норме дохода i на вложенный капитал. Инвестиционная стоимость доли с точки зрения внутренних инвесторов может быть использована для определения возможной цены продажи доли при выходе из бизнеса. Она непосредственно связана с рыночной стоимостью доли.

Рыночная стоимость доли. Если все акционеры имеют свободные денежные средства и желание купить оцениваемый пакет, то его рыночная стоимость определяется максимальной ценой, которую могут предложить инвесторы:

$$f_k^* = f_k^*(d) = \max_l f_{k,l}(d).$$

Действительно, в этом случае один из покупателей может предложить цену (35), а другие — меньшую цену. Покупатель продаст пакет инвестору, предложившему максимальную цену. В том случае, когда некоторые инвесторы не имеют средств или желания покупать пакет, формула (35) останется справедливой, если брать максимум в ней только по состоятельным инвесторам. Абсолютное значение стоимости получается умножением относительной стоимости на величину акционерного капитала:

$$Z_k = f_k^* M(Z^0) = f_k^* Z_0.$$

Ликвидационная стоимость пакета может быть оценена по формуле:

$$f_k^{**} = f_k^{**}(d) = \max_l f_{k,l}(d) = f_k.$$

Это верно в том смысле, что по такой цене пакет купит хотя бы один инвестор, имеющий средства и желание его купить. Мы видим, что ликвидационная стоимость пакета совпадает с инвестиционной с точки зрения внешнего покупателя, поскольку последняя не превосходит инвестиционной стоимости для любого внутреннего покупателя.

Какой именно подход из четырех предложенных выбрать для определения фактических долей δ_k, σ_k в базовой формуле (32), зависит от конкретной ситуации, сложившейся в АО. Вероятностный подход и подход на основе распределения возможностей лучше подходит для крупных «конфликтных» ОАО с большим количеством акционеров. Игровой подход отражает точку зрения на справедливость дележа управляющего ядра в «бесконфликтном» ЗАО. Подход, основанный на теории исследования операций, дает адекватные результаты применительно к небольшим ООО, где имеется конфликт интересов учредителей.

Следует отметить, что в ЗАО и ООО стратегические инвесторы денег обычно не вкладывают. Акционеры ЗАО по закону об акционерных обществах 1995 года имеют преимущественное право приобретения акций, продаваемых акционерам этого общества по цене, предложенной внешними покупателями. Уставом общества может быть предусмотрено преимущественное право общества на приобретение акций, если акционеры не использовали свое преимущественное право приобретения. Акции ЗАО свободно не обращаются на рынке. В силу этих обстоятельств сделки с ними нельзя признать рыночными.

Еще более ограничительные правила действуют в ООО. Согласно Федеральному Закону об ООО 1998 года, доля при выходе одного из учредителей переходит к ООО с правом выкупа остальными учредителями без изменения относительной величины их долей. Действительная стоимость доли определяется по ее номинальной величине от нормативной стоимости 100% собственного капитала общества, которая определяется по балансу на конец текущего года методом чистых активов. В случае выкупа доли оставшимися учредителями выкупная стоимость возвращается ее бывшему владельцу. В противном случае невыкупленная доля с согласия общества может быть предложена внешнему покупателю по той же нормативной цене. Поскольку цена доли определяется по балансу нормативным образом, продавец доли отчужден от покупателя и доля не выставляется на открытом рынке, то такие сделки нельзя считать рыночными. Нельзя говорить и о рыночной стоимости доли в этом случае. Однако можно говорить о стоимости при текущем использовании и об инвестиционной стоимости доли для внешнего инвестора. Если нормативная цена доли оказывается меньше инвестиционной, то сделка может состояться. В противном случае -нет. В этом суть услуги, которую оценщик может оказать потенциальному инвестору. Действуя в этом случае в качестве консультанта, он может определить приемлемый уровень стоимости доли с учетом инвестиционных требований, которые предъявляет покупатель.

Необходимо отметить, что в соответствии с законом об оценочной деятельности 1998 года ненормативный термин «действительная стоимость» следует трактовать как рыночную стоимость. Номинальная доля может быть заменена на фактическую, определенную выше. Стоимость 100% собственного капитала определяется по экономическому балансу либо в рамках доходного подхода, как это сделано выше. Имеются конкретные прецеденты, когда суд принял именно такую трактовку закона об ООО. Во всех этих случаях использовался стандарт рыночной стоимости доли. Вот краткое изложение основных проблем оценки пакетов акций (долей) и определения места оценщика при их решении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меньшиков И.С. Финансовый анализ ценных бумаг. - М.: Финансы и статистика, 1988.-254 с.
2. Иванов А.М., Иванова Н.С., Перевозчиков А.Г. Оценка стоимости бизнеса, пакетов акций и долевых интересов.- Тверь: ТГУ, 2000, 131 с.
3. Иванов А.М., Иванова Н.С., Перевозчиков А.Г. Оценка стоимости пакетных инвестиций и долевых интересов. Аудит и финансовый анализ, №3, 2000, с.138-159.
4. Иванов А.М., Маркин И.В., Перевозчиков А.Г. Доходный подход для определения стоимости пакетов акций (долей) в акционерных обществах различного типа. Вопросы оценки, №3, 1998, с.40-45.
5. Иванов А.М., Иванова Н.С., Перевозчиков А.Г. Опционные риски и их учет в ставке капитализации дохода. Финансы и кредит, №6, 2000,с.19-22.
6. Ширяев А.Н. Вероятность: Учеб.пособ. для вузов.-М.: Наука, 1989.-640 с.
7. Оценка бизнеса: Учебник/ Под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой.-М.: Финансы и статистика, 1998.-512 с.
8. Международные стандарты оценки: Руководство по применению и исполнению №4. Оценка бизнеса. Российский оценщик, №9-10, 2000, с. 14-23.
9. Дюбин Г.Н., Суздаль В.Г. Введение в прикладную теорию игр.-М.: Наука, 1981.