УПРАВЛЕНИЕ ФИНАНСАМИ

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ К ЗАДАЧАМ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСАМИ

Недосекин А.О., к.т.н., ведущий эксперт
ООО «Консультационная группа «Воронов и Максимов»

ВВЕДЕНИЕ

Управление финансовыми активами преследует цель достижения определенного экономического эффекта в будущем времени. Будущее неясно, и управление протекает в условиях неопределенности относительно будущего состояния как самих финансовых активов, так и их экономического окружения. Неопределенность порождает **риск** неэффективного управления - такого, что намеченные цели управления не достигаются. Например, решение об инвестициях, первоначально признанное экономически обоснованным, может перестать быть таковым вследствие ухудшения рыночной конъюнктуры (снижение фактической выручки по сравнению с плановой, или рост затрат по сравнению с планом, или то и другое).

Поэтому задача минимизации риска неэффективного управления финансами замыкается на задачу всемерной борьбы с неопределенностью.

Исторически первым способом учета неопределенности было изобретение **вероятностей**. Лица, специализирующиеся на азартных играх, были заинтересованы в оценке частот тех или иных исходов выпадания игральных костей или комбинаций карт, чтобы, реализуя серию из достаточного числа игр, придерживаться определенных фиксированных игровых стратегий ради достижения некоторого (пусть даже небольшого) выигрыша. При этом с самого начала было ясно, что исследованная частота тех или иных исходов не есть характеристика *единичного* события (одной игры), а *полного их множества*, позднее названного генеральной совокупностью событий.

Успешное применение вероятностных методов в статистике конца XIX века (при исследовании массовых и статистически однородных демографических процессов) сделало методы теории вероятностей широко распространенными во всех сферах жизни, особенно с развитием технической кибернетики во второй половине XX века. Использование вероятностей при учете случайности, неопределенности, ожидаемости событий приобрело эксклюзивный характер. Наиболее оправданным такое применение оказалось там, где речь шла об однородных событиях массового характера, а именно - в теории массового обслуживания и в технической теории надежности.

Однако, начиная с 50-х годов, в академической науке появились работы, ставящие под сомнение тотальную применимость вероятностной теории к учету неопределенности. Авторы этих работ закономерно отмечали, что классическая вероятность аксиоматически определена как характеристика генеральной совокупности статистически однородных случайных событий. В том случае, если статистической однородности нет, то применение классических вероятностей в анализе оказывается незаконным.

Реакцией на эти вполне обоснованные замечания стали фундаментальные работы Сэвиджа, Пойа, Кайберга, Фишберна, де Финетти и других, где обосновывалось введение неклассических вероятностей, не имеющих частотного смысла, а выражающих познавательную активность исследователя случайных процессов или лица, вынужденного принимать решения в условиях дефицита информации. Так появились субъективные (аксиологические) вероятности. При этом подавляющее большинство научных результатов из классической теории вероятностей перекочевало в теорию аксиологических вероятностей - и, в частности, логико-вероятностные схемы дедуктивного вывода интегральных вероятностей сложных событий на основе перебора полного множества исходных гипотез о реализации простых событий, входящих составными частями в исследуемое сложное событие. Эти схемы были названы *импликативными.*

Подробно о развитии теории вероятностей в XX веке см. блестящую, на мой взгляд, монографию [1].

Однако появление неклассических вероятностей не было единственной реакцией на возникшую проблему. Необходимо отметить также всплеск интереса к минимаксным подходам, а также зарождение теории нечетких множеств. Рассмотрим по порядку.

Минимаксные подходы ставят своей целью отказаться от учета неопределенности «весовым методом». То есть, когда оценивается некий ожидаемый интегральный эффект, его формула не представляет собой свертки единичных эффектов, когда в качестве весов такой свертки выступают экспертные оценки или вероятности реализации этих эффектов. Из всего поля допустимых реализаций (*сценариев*) минимаксные методы выбирают два, при которых эффект принимает последовательно максимальное или минимальное значение. При этом лицу, принимающему решения (ЛПР), ставится в обязанность отреагировать на ситуацию таким образом, чтобы добиться наилучших результатов в наихудших условиях. Считается, что такое поведение ЛПР является наиболее оптимальным.

Оппонируя минимаксным подходам, исследователи замечают, что ожидаемость наихудших сценариев может оказаться крайне низкой, и настраивать систему принятия решений на наихудший исход означает производить неоправданно высокие затраты и создавать необоснованные уровни всевозможных резервов. Компромиссным способом применять минимаксные подходы является использование метода Гурвица [2, 3], когда два экстремальных сценария (наихудший и наилучший) учитываются совместно, а в качестве веса в свертке сценариев выступает параметр I , уровень которого задается ЛПР. Чем больше I **,** тем оптимистичнее настроено ЛПР. Модифицированный интервально-вероятностный метод Гурвица учитывает дополнительную информацию о соотношении вероятностей сценариев, с учетом того, что точное значение сценарных вероятностей неизвестно.

Поговорим теперь о теории нечетких множеств, заложенной в фундаментальных работах Лофти Заде [4]. Первоначальным замыслом этой теории было построить функциональное соответствие между нечеткими лингвистическими описаниями (типа «высокий», «теплый» и т.д.) и специальными функциями, выражающими степень принадлежности значений измеряемых параметров (длины, температуры, веса и т.д.) упомянутым нечетким описаниям. Там же в [4] были введены так называемые *лингвистические вероятности* - вероятности, заданные не количественно, а при помощи нечетко-смысловой оценки.

Впоследствии диапазон применимости теории нечетких множеств существенно расширился. Сам Заде определил нечеткие множества как инструмент построения теории возможностей [5]**.** С тех пор научные категории случайности и возможности, вероятности и ожидаемости получают теоретическое разграничение.

Следующим достижением теории нечетких множеств является введение в обиход так называемых *нечетких чисел* как нечетких подмножеств специализированного вида, соответствующих высказываниям типа «значение переменной *примерно равно* а». С их введением оказалось возможным прогнозировать будущие значения параметров, которые ожидаемо меняются в установленном расчетном диапазоне. Вводится набор операций над нечеткими числами, которые сводятся к алгебраическим операциям с обычными числами при задании определенного интервала достоверности (уровня принадлежности).

Прикладные результаты теории нечетких множеств не заставили себя ждать. Для примера: сегодня зарубежный рынок так называемых нечетких контроллеров (разновидность которых установлена даже в стиральных машинах широко рекламируемой марки LG) обладает емкостью в миллиарды долларов. Нечеткая логика, как модель человеческих мыслительных процессов, встроена в системы искусственного интеллекта и в автоматизированные средства поддержки принятия решений (в частности, в системы управления технологическими процессами).

Начиная с конца 70-х годов, методы теории нечетких множеств начинают применяться в экономике. Отметим здесь монографию [6]**,** в которой представлен широкий спектр возможных применений этой теории - от оценки эффективности инвестиций до кадровых решений и замен оборудования, приводятся соответствующие математические модели.

Позволю себе высказать мнение относительно перспектив применения теории вероятностей и теории нечетких множеств в экономических задачах.

Существенным преимуществом теории вероятностей является многовековой исторический опыт использования вероятностей и логических схем на их основе. Однако, когда неопределенность относительно будущего состояния объекта исследования теряет черты статистической неопределенности, классическая вероятность, как измеримая в ходе испытаний характеристика массовых процессов, уходит в небытие. Ухудшение информационной обстановки вызывает к жизни субъективные вероятности, однако тут же возникает проблема достоверности вероятностных оценок. ЛПР, присваивая вероятностям точечные значения в ходе некоего виртуального пари, исходит из соображений собственных экономических или иных предпочтений, которые могут быть деформированы искаженными ожиданиями и пристрастиями. Это же замечание справедливо и в том случае, когда оценкой вероятностей занимается не ЛПР, а сторонний эксперт.

При выборе оценок субъективных вероятностей часто ссылаются на известный принцип Гиббса-Джейнса: среди всех вероятностных распределений, согласованных с исходной информацией о неопределенности соответствующего показателя, рекомендуется выбирать то, которому отвечает наибольшая энтропия. Многие исследователи, в том числе и автор настоящей работы, прибегали к этому принципу для обоснования вероятностных гипотез в структуре допущений исходной модели (назовем работы [7], [8]). Однако законным возражением против этого принципа, выдвинутым в последнее время, является то, что принцип максимума энтропии не обеспечивает автоматически монотонности критерия ожидаемого эффекта [3]. Отсюда следует, что принцип максимума энтропии должен дополняться граничными условиями применимости этого критерия при выборе вероятностных распределений.

В случае же применения нечетких чисел к прогнозу параметров от ЛПР требуется не формировать точечные вероятностные оценки, а задавать *расчетный коридор* значений прогнозируемых параметров. Тогда ожидаемый эффект оценивается экспертом так же, как нечеткое число со своим расчетным разбросом (степенью нечеткости). Здесь возникают инженерные преимущества метода, основанного на нечеткостях, т.к. исследователь оперирует не косвенными оценками (куда относим и вероятности), а прямыми проектными данными о разбросе параметров, что есть хорошо известная практика интервального подхода к проектным оценкам.

Что же касается оценки риска принятия решения в условиях неопределенности, то вероятностные и нечетко-множественные методы предоставляют исследователю здесь примерно одинаковые возможности. Степень устойчивости решений верифицируется в ходе анализа чувствительности решения к колебаниям исходных данных, и эта устойчивость может оцениваться аналитически.

Итак, на стороне вероятностных методов оказывается традиция, а на стороне нечетко-множественных подходов - удобства в инженерном применении и повышенная степень обоснованности, поскольку в нечетко-множественный расчет попадают **все возможные сценарии** развития событий (вообще говоря, образующие непрерывный спектр), чего не скажешь, например, о схеме Гурвица, настроенной на конечное дискретное множество сценариев.

Целью настоящей работы является познакомить читателя с тем, как кардинальная смена подхода к учету неопределенности в задачах финансового менеджмента может привести к появлению качественно новых способов управления финансами. Мы рассмотрим заявляемый здесь нечетко-множественный подход на четырех примерах: комплексный финансовый анализ предприятия, анализ риска инвестиций, управление фондовым портфелем в условиях нормального риска и с учетом дефолтов.

1. АНАЛИЗ РИСКА БАНКРОТСТВА ПРЕДПРИЯТИЯ [9]

1.1. Описание проблемы и подход к ее разрешению

Задача определения степени риска банкротства является актуальной как для собственников предприятия, так и для его кредиторов. Поэтому вызывают интерес любые научно обоснованные методики оценки риска банкротства.

В практике финансового анализа очень хорошо известен ряд показателей, характеризующих отдельные стороны текущего финансового положения предприятия. Сюда относятся показатели ликвидности, рентабельности, устойчивости, оборачиваемости капитала, прибыльности и т.д. По ряду показателей известны некие нормативы, характеризующие их значение положительно или отрицательно. Например, когда собственные средства предприятия превышают половину всех пассивов, соответствующий этой пропорции коэффициент автономии больше 0.5, и это его значение считается «хорошим» (соответственно, когда оно меньше 0.5 - «плохим»). Но в большинстве случаев показатели, оцениваемые при анализе, однозначно нормировать невозможно. Это связано со спецификой отраслей экономики, с текущими особенностями действующих предприятий, с состоянием экономической среды, в которой они работают.

Тем не менее, любое заинтересованное положением предприятия лицо (руководитель, инвестор, кредитор, аудитор и т.д.), далее именуемое лицом, принимающим решения (ЛПР), не довольствуется простой количественной оценкой показателей. Для ЛПР важно знать, приемлемы ли полученные значения, хороши ли они, и в какой степени. Кроме того, ЛПР стремится установить логическую связь количественных значений показателей выделенной группы с риском банкротства. То есть ЛПР не может быть удовлетворено бинарной оценкой «хорошо - плохо», его интересуют оттенки ситуации и экономическая интерпретация этих оттеночных значений. Задача осложняется тем, что показателей много, изменяются они зачастую разнонаправленно, и поэтому ЛПР стремится «свернуть» набор всех исследуемых частных финансовых показателей в один комплексный, по значению которого и судить о степени благополучия («живучести») фирмы, и наука пытается идти навстречу подобным запросам.

В анализе хорошо известны так называемые Z- показатели, сопряженные с вероятностью предполагаемого банкротства:

$$Z = \sum_{(i)} \alpha_i X_i , \qquad \textbf{(1)}$$

где X_i - функции показателей бухгалтерской отчетности,

α_i - веса в свертке, получаемые на основе так называемого дискриминантного анализа выборки предприятий, часть из которых обанкротилась.

Также устанавливаются пороговые нормативы Z_1 и Z_2: когда $Z < Z_1$, вероятность банкротства предприятия высока, когда $Z > Z_2$ - вероятность банкротства низка, $Z_1 < Z < Z_2$ - состояние предприятия не определимо. Этот метод, разработанный в 1968 г. Э. Альтманом, получил широкое признание на всех континентах [10] и продолжает широко использоваться в анализе, в том числе и в России (например, [11]).

Сопоставление данных, полученных для ряда стран, показывает, что веса в ***Z***-свертке и пороговый интервал $[Z_1, Z_2]$ сильно разнятся не только от страны к стране, но и от года к году в рамках одной страны (можно сопоставить выводы Альтмана о положении предприятий США за 10 лет анализа). Получается, что Z - методы Альтмана не обладают устойчивостью к вариациям в исходных данных. Статистика, на которую опирается Альтман и его последователи, возможно, и репрезентативна, но она не обладает важным свойством *статистической однородности* выборки событий. Одно дело, когда статистика применяется к выборке радиодеталей из одной произведенной партии, а другое, - когда она применяется к фирмам с различной организационно-технической спецификой, со своими уникальными рыночными нишами, стратегиями и целями, фазами жизненного цикла и т.д. Здесь невозможно говорить о статистической однородности событий, и, следовательно, допустимость применения вероятностных методов, самого термина «вероятность банкротства» ставится под сомнение. «Понятия случайности и неопределенности имеют тенденцию смешиваться в разговорном языке, но в языке науки уже давно произошло разграничение их значений» [6].

Однако в ходе использования методов Альтмана возникают передержки. В переводной литературе по финансовому анализу, а также во всевозможных российских компиляциях часто встретишь формулу Альтмана образца 1968 года, и ни слова не говорится о допустимости этого соотношения в анализе ожидаемого банкротства. С таким же успехом в формуле Альтмана могли бы стоять *любые другие* веса, и это было бы столь же справедливо в отношении российской специфики, как и исходные веса. Такой подход иначе как неквалифицированным и не назовешь.

Словом, подход Альтмана имеет право на существование, когда в наличии (или обосновываются модельно) однородность и репрезентативность событий выживания/банкротства. Но ключевым ограничением этого метода является даже не проблема качественной статистики. Дело в том, что классическая вероятность - это характеристика не отдельного объекта или события, а характеристика **генеральной совокупности событий**. Рассматривая отдельное предприятие, мы вероятностно описываем его отношение к полной группе. Но уникальность всякого предприятия в том, что оно может выжить и при очень слабых шансах, и, разумеется, наоборот. Единичность судьбы предприятия подталкивает исследователя присмотреться к предприятию пристальнее, расшифровать его уникальность, его специфику, а не «стричь под одну гребенку»; не искать похожести, а, напротив, диагностировать и описывать отличия. При таком подходе статистической вероятности места нет. Исследователь интуитивно это чувствует и переносит акцент с *прогнозирования* банкротства (которое при отсутствии полноценной статистики оборачивается гаданием на кофейной гуще) на *распознавание* сложившейся ситуации с определением дистанции, которая отделяет предприятие от состояния банкротства.

В работах, относящихся к выявлению природы вероятности, появляются неклассические вероятности различных типов (подробнее см. [1]). Отметим лишь два типа: валентные и аксиологические вероятности. *Валентная* вероятность выражает ожидаемость реализации гипотезы ***H*** с учетом наличного контекста фактических свидетельств об объекте исследования ***E*** (в частном случае, когда *E* - это репрезентативная выборка однородных событий, тогда вероятность является статистической). *Аксиологическая* вероятность выражает ожидаемость реализации гипотезы ***H*** с учетом контекста субъективных оценок ***S*** об объекте исследования, выдвинутых одним из экспертов - квалифицированных наблюдателей объекта исследования, или совокупностью экспертов. Такого рода вероятности уже можно применять в финансовом анализе, как это уже широко делается в экспертных системах [12] и при принятии решений в условиях неопределенности (например, [7, 8, 13]). Здесь понятие случайности замещается понятием ожидаемости. Однако обозначим еще один аспект, который делает применение неклассических вероятностей неудобным в принципе, когда есть гораздо более пригодный математический аппарат для исследований.

Речь, разумеется, идет о нечетких множествах и нечеткой логике. Чем глубже исследуется предприятие, тем больше обнаруживается новых источников неопределенности. Декомпозиция исходной, обычно грубой и приблизительной, модели анализа сопряжена с растущим дефицитом количественных и качественных исходных данных. Сплошь и рядом мы сталкиваемся с неопределенностью, которая в принципе не может быть раскрыта однозначно и четко. Ряд параметров оказывается недоступным для точного измерения, и тогда в его оценке неизбежно появляется субъективный компонент, выражаемый нечеткими оценками типа «высокий», «низкий», «наиболее предпочтительный», «весьма ожидаемый», «скорее всего», «маловероятно», «не слишком» и т.д. Появляется то, что в науке описывается как **лингвистическая переменная** со своим терм-множеством значений [4], а связь количественного значения некоторого фактора с его качественным лингвистическим описанием задается так называемыми **функциями принадлежности**_фактора нечеткому множеству. Например [6], связь возраста работника со значением «оптимальный возраст работающего» лингвистической переменной «**Возраст**» может иметь вид рис. 1.

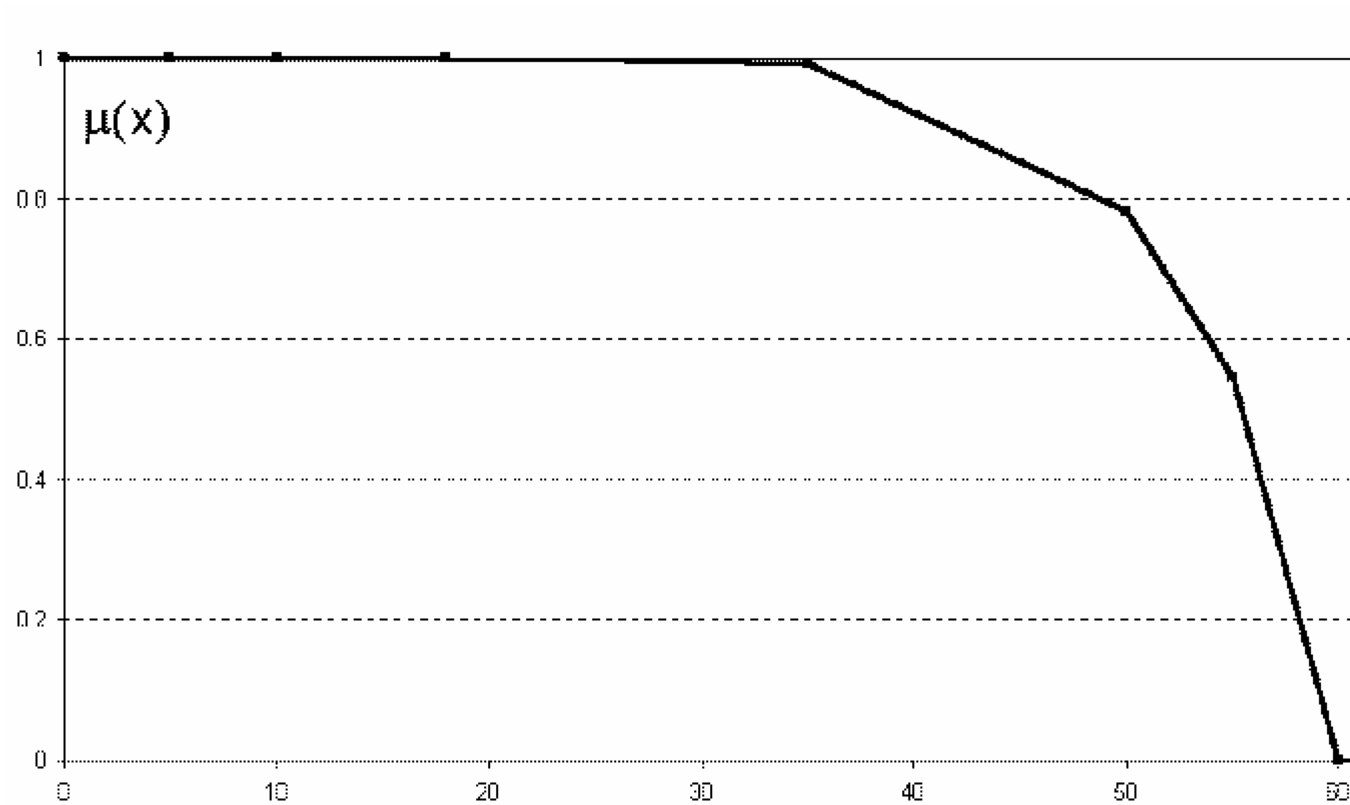

Рис. 1. Функция принадлежности нечеткого множества «Оптимальный возраст работающих»

Обозначения:

x - параметр возраста (лет), **x Î** [18,70],

A - нечеткое подмножество «оптимальный возраст работающего» - отрезок [18,70],

m $_A$(x) - функция принадлежности, m $_A$**(x)** Î [0,1].

Когда μ = 1, устанавливается 100%-я принадлежность возраста **x** множеству **A**. Напротив, при μ = 0 однозначно констатируется непринадлежность (абсолютная неоптимальность возрастов).

При 35<**x**<60 мы имеем оттеночное отношение вида: при $\mu > 0.5$ - «скорее «да» чем «нет»», при $\mu < 0.5$ - «скорее «нет» чем «да»», и эта оттеночность имеет силу («контрастность»), количественно задаваемую функцией μ .

Кривая μ строится на основании:

- данных объективных тестов для работников различных возрастных групп, с выявлением психофизиологических особенностей этих групп (контекст наблюдений такого рода есть контекст свидетельств E);
- интуитивных представлений экспертов (контекст S).

Подробно о требованиях к виду функций μ и к процедурам их построения см. [14,15].

Таким образом, функции принадлежности параметров нечетким множествам обладают теми же достоинствами в анализе, что и неклассические типы вероятностей, и вдобавок к этому они являются количественной мерой наличной информационной неопределенности в отношении анализируемых параметров, значение которых описывается в лингвистически нечеткой форме.

1.2. Постановка задачи комплексного анализа риска банкротства

1. Пусть заданы два временных интервала I и II, по которым проводится сопоставительный финансовый анализ. Пусть предприятие в каждом из периодов характеризуется набором **N** финансовых показателей, построенных на основании бухгалтерской отчетности за период. В периоде I это показатели $\mathbf{X_1, \dots, X_N}$ со значениями $\mathbf{x_{I1}, \dots, x_{IN}}$, в периоде II - те же показатели со значениями $\mathbf{x_{II1}, \dots, x_{IIN}}$, причем предполагается, что система показателей {**X**} достаточна для достоверного анализа (для классификации и сопоставления состояний предприятия).

2. Полное множество состояний **A** предприятия разбито на пять (в общем случае пересекающихся) нечетких подмножеств вида:

$\mathbf{A_1}$ - нечеткое подмножество состояний «предельного неблагополучия (фактического банкротства)»;
$\mathbf{A_2}$ - нечеткое подмножество состояний «неблагополучия»;
$\mathbf{A_3}$ - нечеткое подмножество состояний «среднего качества»;
$\mathbf{A_4}$ - нечеткое подмножество состояний «относительного благополучия»;
$\mathbf{A_5}$ - нечеткое подмножество состояний «предельного благополучия».

То есть терм-множество лингвистической переменной «Состояние предприятия» состоит из пяти компонентов. Каждому из подмножеств $\mathbf{A_1} \dots \mathbf{A_5}$ соответствуют свои функции принадлежности $\mu_{\mathbf{1}}\mathbf{(V)} \dots \mu_{\mathbf{5}}\mathbf{(V)}$, где **V** - комплексный показатель финансового состояния предприятия, причем чем выше **V**, тем «благополучнее» состояние предприятия. Качественный вид функций $\mu_{\mathbf{i}}\mathbf{(V)}$ представлен на рис. 2.

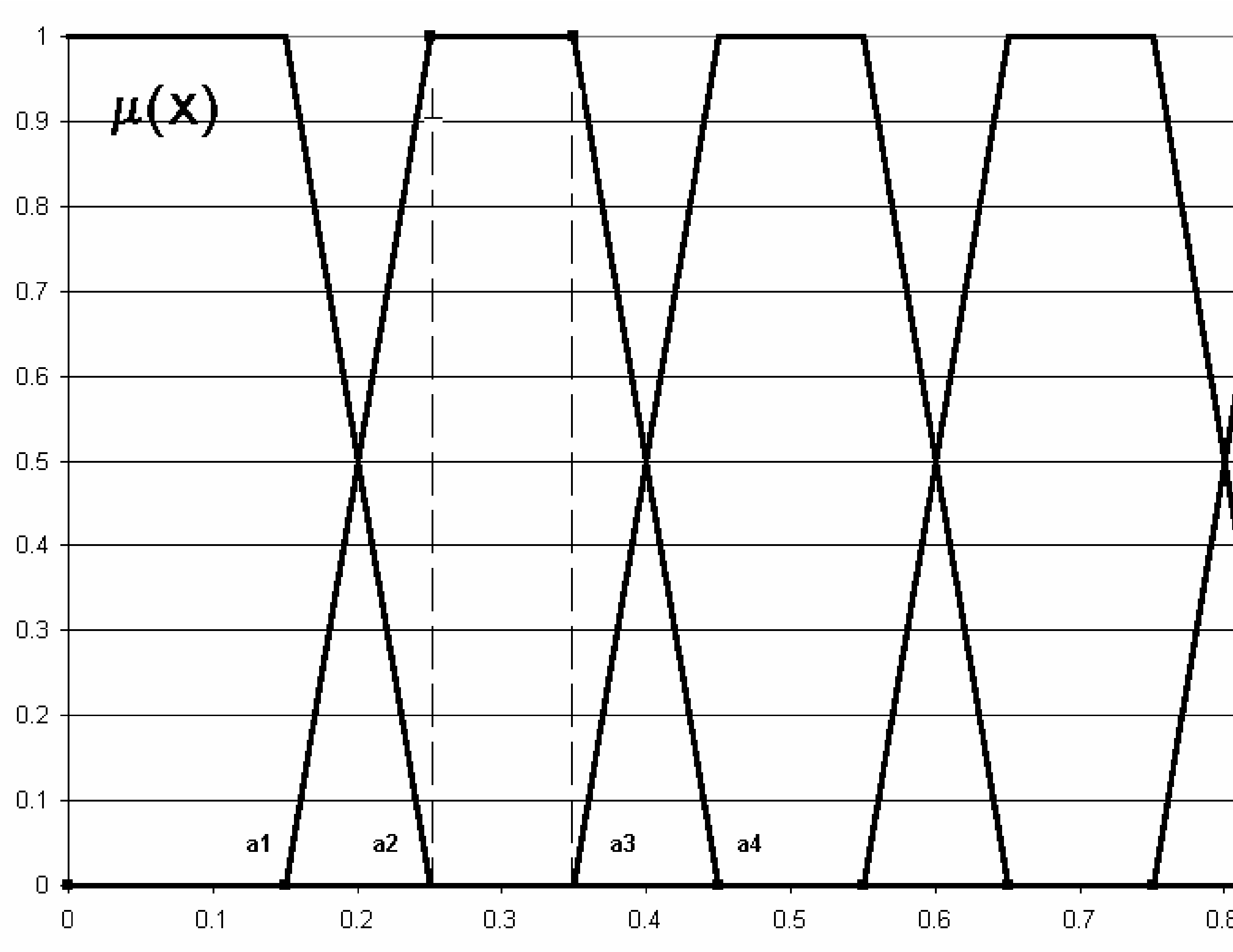

Рис. 2. Качественный вид функции принадлежности

Замечание. В дальнейшем по ходу статьи мы часто будем ссылаться на вид функций принадлежности, поэтому, во избежание изобилия графиков, введем некий математический формализм, позволяющий компактное описание этих функций. Поставим в однозначное соответствие функции принадлежности m **(V)** *нечеткое число*

$$\beta(a_1, a_2, a_3, a_4), \qquad (2)$$

где a_1 и a_4 - абсциссы нижнего основания, а a_2 и a_3 - абсциссы верхнего основания трапеции (рис. 2), задающей m в области с ненулевой принадлежностью *носителя* **V** соответствующему нечеткому подмножеству (вся терминология в части нечетких чисел заимствована в [14, 15, 16]). Назовем числа b *трапециевидными* или, кратко, **Т**-числами.

Вернемся к комплексному показателю **V**. Ясно, что он функционально или алгоритмически связан с набором исходных финансовых показателей:

$$V_I = \Psi(X_{I1}, \dots, X_{IN});$$
$$V_{II} = \Psi(X_{II1}, \dots, X_{IIN}), \qquad (3)$$

но вид Ψ неизвестен и подлежит установлению.

3. В отношении каждого показателя $X_1, \dots, X_N$ известно, как его изменение влияет на изменение **V**. Например, с ростом доли заемных средств в структуре пассивов коэффициент автономии уменьшается, что ухудшает и комплексный показатель. Это можно обозначить $x_i\downarrow \to v\downarrow$ **.** Если верно это, то справедливо и обратное: $x_i\uparrow \to v\uparrow$ **.** В функциональной записи:

$$r(V) = \delta_I r(X_I), \qquad (4)$$

где

$$r(\bullet) = \begin{cases} 1, & \text{если параметр } (\bullet) \text{ растет;} \\ -1, & \text{если параметр } (\bullet) \text{ падает;} \end{cases} \qquad (5)$$

$$\delta_I = \begin{cases} 1, & \text{если рост } X_I \text{ сопровождается ростом } V_I; \\ -1, & \text{если рост } X_I \text{ сопровождается уменьшением } V_I. \end{cases} \qquad (6)$$

Замечание. В финансовом анализе обыкновением является то, что рост финансового показателя сопровождается улучшением состояния предприятия (δ_I = = 1). Однако есть и исключения: например, цена обслуживания обязательств или стоимость рабочей силы. Рост этих показателей сопряжен с ухудшением самочувствия предприятия.

4. В качестве оценки риска банкротства введем лингвистическую переменную «Степень риска банкротства» со значениями {Наивысшая, Высокая, Средняя, Низкая, Незначительная}. Взаимно однозначное соответствие лингвистических переменных «Состояние предприятия» и «Степень риска банкротства» задана табл. 1.

Таблица 1

СООТВЕТСТВИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ «Состояние предприятия» и «Степень риска банкротства»

Значение переменной «Состояние предприятия»	Значение переменной «Степень риска банкротства»
Предельное неблагополучие	Наивысшая
Неблагополучие	Высокая
Среднее качество	Средняя
Относительное благополучие	Низкая
Предельное благополучие	Незначительная

Тогда задача комплексного анализа может быть сформулирована следующим образом:

1. Определить процедуру Ψ (функцию или алгоритм), связывающую набор показателей {**X**} с комплексным показателем **V**. Тогда, по мере получения количественных значений **V** и на основании функций **{μ}** конструируется следующее утверждение: **«Текущее состояние предприятия:**

> **предельно благополучно** с уровнем соответствия **μ_1(V),**
> **относительно благополучно** с уровнем соответствия **μ_2(V),**
> **среднего качества** с уровнем соответствия **μ_3(V),**
> **неблагополучно** с уровнем соответствия **μ_4(V),**
> **предельно неблагополучно** с уровнем соответствия **$\mu_($ (V)».**

Это утверждение придает определенный вес каждой из гипотез принадлежности текущего состояния предприятия к одному из нечетких подмножеств {**A**}. Лицо, принимающее решение в отношении предприятия, может удовлетвориться той гипотезой, для которой значение μ **(V) максимально**, и таким образом для себя качественно оценить состояние фирмы.

2. Определить, улучшилось или ухудшилось положение предприятия за период II по отношению к периоду I. Эта задача решается попутно с предыдущей:

> если $V_{II} > V_I$, то состояние **улучшилось**,
> если $V_{II} < V_I$ - то **ухудшилось**.

Качественно положительная или отрицательная динамика предприятия распознается с анализом изменений значений {μ }, переместился ли максимум {μ } из подмножества в подмножество, и если да, то в каком направлении.

3. Оценить риск банкротства по значению показателей V_I ,V_{II} и на основании табл. 1. С ростом значения показателя **V** риск банкротства снижается, и наоборот.

1.3. Одно из возможных решений задачи комплексного анализа в заявленной постановке

1.3.1. Классификация значений X_i.

Пусть **D(X_i)** - область определения параметра X_i, несчетное множество точек оси действительных чисел. Определим лингвистическую переменную «**Уровень показателя** X_i» с введением пяти нечетких подмножеств множества **D(X_i)**:

> B_1 - нечеткое подмножество «**очень низкий** уровень показателя X_i»,
> B_2 - нечеткое подмножество «**низкий** уровень показателя X_i»,
> B_3 - нечеткое подмножество «**средний** уровень показателя X_i»,
> B_4 - нечеткое подмножество «**высокий** уровень показателя X_i»,
> B_5 - нечеткое подмножество «**очень высокий** уровень показателя X_i».

Задача описания подмножеств {**B**} - это задача формирования соответствующих функций принадлежности $\lambda_{1\text{-}5}(x_i)$.

Пример классификации. Коэффициент автономии предприятия рассчитывается по балансу предприятия на отчетную дату и определяется формулой

$$K_a = \frac{\textit{Собственные средства}}{\textit{Валюта баланса}} \quad . (7)$$

Область определения K_a $D(K_a) = (0,1)$. Способ классификации уровня K_a , произведенного ЛПР, представлен табл. 2.

Граничные значения интервалов во второй колонке табл. 2 задают абсциссы трапециевидных Т-чисел γ i(a1i, a2i, a3i, a4i) (i = 1, …, 5) вида (2). Например, подмножеству «средний уровень показателя» соответствует Т-число с координатами (0.25, 0.3, 0.45, 0.5).

Таблица 2

КЛАССИФИКАЦИЯ УРОВНЯ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТА АВТОНОМИИ

Наименование показателя	Интервал значений	Классификация уровня параметра	Степень оценочной уверенности (функция принадлежности)
K_a	$0 \le K_a \le 0.1$	«очень низкий»	1
	$0.1 < K_a < 0.2$	«очень низкий»	$\lambda_1 = 10 \times (0.2 - K_a)$
		«низкий»	$1- \lambda_1 = \lambda_2$
	$0.2 \le K_a \le 0.25$	«низкий»	1
	$0.25 < K_a < 0.3$	«низкий»	$\lambda_2 = 5 \times (0.3 - K_a)$
		«средний»	$1- \lambda_2 = \lambda_3$
	$0.3 \le K_a \le 0.45$	«средний»	1
	$0.45 < K_a < 0.5$	«средний»	$\lambda_3 = 5 \times (0.5 - K_a)$
		«высокий»	$1- \lambda_3 = \lambda_4$
	$0.5 \le K_a \le 0.6$	«высокий»	1
	$0.6 < K_a < 0.7$	«высокий»	$\lambda_4 = 10 \times (0.7 - K_a)$
		«очень высокий»	$1- \lambda_4 = \lambda_5$
	$0.7 \le K_a \le 1.0$	«очень высокий»	1

Выстраивая функции принадлежности $\{\lambda\}$ (соответствующие им **Т**-числа $\{\gamma\}$), эксперт руководствуется:

а) специфическими особенностями **интервала анализа**. То, что было типичным для 1994 года, вовсе не является таковым, скажем, для 1998 года. Так, например, в связи с несовпадением уровней инфляции, разнится стоимость обслуживания кредитов и средний вес этой стоимости в структуре текущих затрат; также разнятся оценки типичного соотношения уставного и добавленного капиталов и т.д.;

б) особенностями положения **отрасли**, к которой относится предприятие. Например, по данным статистики крупных акционерных компаний США и Западной Европы [17], типичным значением коэффициента автономии для текстильной промышленности является 0.40, для банков - 0.09, для ресторанов - 0.66. Указанные значения являются средними и могут быть взяты за основу при построении функций принадлежности $\{\lambda\}$. Аналогичная статистика в России пока еще слабо представлена, а за прошедшие годы практически не публиковалась (исключение составляли крупные банки). Это серьезно осложняет работу эксперта и перемещает его внимание из области фактов E в область интуитивных предположений S, основанных, например, на многолетнем опыте финансового анализа различных компаний;

в) особенностями положения **предприятия** относительно других предприятий данной отрасли (рыночная ниша, тип стратегии и т.д.). Скажем, предприятие, располагающее широкими каналами сбыта своей продукции, может гораздо увереннее пользоваться привлеченными средствами, и то невысокое значение $\mathbf{K_a}$, которое является вполне приемлемым для этого предприятия, является критичным для предприятия со слабым рынком сбыта.

Таким образом, набор функций $\lambda_{\mathbf{1\text{-}5,i}}$ по каждому параметру $\mathbf{X_i}$, построенный как развернутая экспертная оценка, является **эксклюзивной квалификацией** предприятия, учитывающей не только специфику собственно бизнеса предприятия, но и его отраслевую принадлежность, а также специфику периода, за который проводится анализ. Переходя от значения $\mathbf{K_a}$ к набору $\{\lambda\}$, соответствующему данному $\mathbf{K_a}$, мы сглаживаем фактор «сезонности» при оценке параметра и тем самым создаем предпосылки для грамотного сопоставления ситуаций периодов **I** и **II**. Этот переход представлен табл. 3.

Таблица 3

ПЕРЕХОД ОТ ЗНАЧЕНИЙ $\mathbf{K_A}$ К НАБОРУ $\{\lambda\}$

Наименование	$\mathbf{X_1}$	**,,,**	$\mathbf{X_N}$
Период I	x_{I1}	,,,	x_{IN}
	λ_{11}^{I}	,,,	λ_{1N}^{I}
	λ_{21}^{I}	,,,	λ_{2N}^{I}
	λ_{31}^{I}	,,,	λ_{3N}^{I}
	λ_{41}^{I}	,,,	λ_{4N}^{I}
	λ_{51}^{I}	,,,	λ_{5N}^{I}
Период II	x_{II1}	,,,	x_{IIN}
	λ_{11}^{II}	,,,	λ_{1N}^{II}
	λ_{21}^{II}	,,,	λ_{2N}^{II}
	λ_{31}^{II}	,,,	λ_{3N}^{II}

	λ_{41}^{II}	,,,	λ_{4N}^{II}
	λ_{51}^{II}	,,,	λ_{5N}^{II}

1.3.2. Построение функций принадлежности {μ } нечетких подмножеств {A}

Анализируя опыт различных квалификаций лингвистической переменной «Состояние», мы задаемся набором **{μ },** которому отвечает пятерка нечетких **T**-чисел **{β }** вида (2):

$\beta_1 = (0.0, 0.0, 0.15, 0{,}25),$
$\beta_2 = (0.15, 0.25, 0.35, 0{,}45),$
$\beta_3 = (0.35, 0.45, 0.55, 0{,}65),$
$\beta_4 = (0.55, 0.65, 0.75, 0{,}85),$
$\beta_5 = (0.75, 0.85, 1.0, 1{,}0).$ ***(8)***

Из данного описания следует, что комплексный показатель состояния **V** должен принимать значения от нуля до единицы.

1.3.3. Оценка значимостей показателей для комплексной оценки

Каждому i-му показателю в отношении каждого k-го уровня состояния предприятия можно сопоставить оценку p_{ki} значимости данного показателя для распознавания данного уровня состояния предприятия. Например, ряд банков, анализируя кредитоспособность заемщика, присваивает большую значимость показателям финансовой устойчивости и ликвидности, и меньшую - показателям прибыльности и оборачиваемости. В то же время, этот критерий не может считаться приемлемым в отношении приватизированных предприятий, ранее находящихся в собственности государства. Обыкновением для таких предприятий является то, что значительный вес основных средств в структуре активов (здания, сооружения и т.д.) соседствует с низкой рентабельностью или даже убыточностью. То есть построение системы весов p_{ik} должно проводиться по каждому предприятию строго индивидуально.

Систему оценок значимостей {**p**} целесообразно пронормировать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{N} p_{ik} = 1, \quad k = 1,\dots,5 \qquad (9)$$

Тогда, если показатели могут быть проранжированы по убыванию значимости для анализа:

$$X_1 \succ X_2 \succ \dots \succ X_N, \qquad (10)$$

то для оценки значимостей может быть использована шкала Фишберна [7, 13]:

$$p_i = 2 \times (N - i + 1)/(N \times (N + 1)),\ i = 1,\dots,N, \qquad (11)$$

которая соответствует принципу максимума наличной информационной неопределенности о значениях $\underline{p_i}$. Если система предпочтений отсутствует, то показатели являются равнозначными, и

$p_i = 1/N$.

1.3.4. Построение показателя *V*

Выстроим показатели X_i по порядку убывания значимости для анализа. Далее мы считаем, что набор функций принадлежности $\lambda_{1\text{-}5,i}$ по каждому показателю X_i построен. Этому набору отвечает система **Т**-чисел $\{\gamma\}$. Получим промежуточные коэффициенты:

$$Y_k^I = \frac{\sum_{l=1}^{N} \delta_l p_{lk}^I \lambda_{kl}^I}{\sum_{l=1}^{N} \delta_l p_{lk}^I} \le 1,$$

$$Y_k^{II} = \frac{\sum_{l=1}^{N} \delta_l p_{lk}^{II} \lambda_{kl}^{II}}{\sum_{l=1}^{N} \delta_l p_{lk}^{II}} \le 1, \quad k = 1, \dots, 5, \qquad (12)$$

где δ_i имеет вид (6), а $p_{ik}^{I,II}$ строится по схеме (11).

Оптимальным способом построения V является его согласование с выбранной системой чисел $\{\beta\}$. Это предполагает поиск V в нечеткой форме:

$$V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = \sum_{k=1}^{5} Y_k \otimes \beta_k, \qquad (13)$$

где знак «$\otimes$» выражает операцию умножения действительного числа на нечеткое число.

Замечание. Операции с нечеткими числами подробно описаны в [6, 16]. Отметим для целей настоящей работы, что линейная комбинация Т-чисел есть Т-число. Операция сложения Т-чисел, таким образом, представима совокупностью операций стандартного покомпонентного сложения действительных чисел.

Переход от нечеткого числа V к действительному виду, пригодному для использования ЛПР, можно осуществить следующим образом, используя (10):

$V\&M = (v_2 + v_3)/2$. (14)

1.3.5. Распознавание текущего состояния предприятия

Вариант 1. Принадлежность **Т**-числа V одному из нечетких подмножеств **{А}** состояний фирмы определяется с использованием формул пересечения и объединения нечетких подмножеств. Тогда степень принадлежности состояния предприятия одному из состояний $\mathbf{A_k}$ определяется по формуле:

$$\text{Степень соответствия} = \frac{\text{площадь } (V \cap A_k)}{\text{площадь } (V \cup A_k)}, \qquad (15)$$

где площади определяются как соответствующие площади, ограниченные трапециевидными кривыми функций принадлежности.

Таблица 4
ПРАВИЛО РАСПОЗНАВАНИЯ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

Наименование показателя	Интервал значений	Классификация уровня параметра	Степень оценочной уверенности (функция принадлежности)
V&M	$0 \le V\&M \le 0.15$	«предельное неблагополучие»	1
	$0.15 < V\&M < 0.25$	«предельное неблагополучие»	$\mu_1 = 10 \times (0.25 - V\&M)$
		«неблагополучие»	$1 - \mu_1 = \mu_2$
	$0.25 \le V\&M \le 0.35$	«неблагополучие»	1
	$0.35 < V\&M < 0.45$	«неблагополучие»	$\mu_2 = 10 \times (0.45 - V\&M)$
		«среднего качества»	$1 - \mu_2 = \mu_3$
	$0.45 \le V\&M \le 0.55$	«среднего качества»	1
	$0.55 < V\&M < 0.65$	«среднего качества»	$\mu_3 = 10 \times (0.65 - V\&M)$
		«относительное благополучие»	$1 - \mu_3 = \mu_4$
	$0.65 \le V\&M \le 0.75$	«относительное благополучие»	1
	$0.75 < V\&M < 0.85$	«относительное благополучие»	$\mu_4 = 10 \times (0.85 - V\&M)$
		«предельное благополучие»	$1 - \mu_4 = \mu_5$
	$0.85 \le V\&M \le 1.0$	«предельное благополучие»	1

Вариант 2. Приближенный способ распознавания, более удобный в расчетах, есть попросту определение функций $\mu_к$**(*V&M*)** по виду чисел **{**β **}** (8), где ***V&M*** определяется (14). Если полученное в ходе анализа значение $\mu_к$**(*V&M*)** > 0, **к**=1,…,5, то считаем, что состояние предприятия описывается лингвистическим значением подмножества $A_к$ с уровнем соответствия $\mu_к$**(*V&M*)**. В прочих случаях принадлежности ***V&M*** другим

подмножествам A_K **нет.** Вообще говоря, при нашем выборе системы **{μ }** принадлежность возможна не более чем двум пересекающимся подмножествам.

И тогда, с учетом (8), (13) и (14):

$$V\&M = 0.075 \times Y_1 + 0.3 \times Y_2 + 0.5 \times Y_3 + 0.7 \times Y_4 + 0.925 \times Y_5 \quad (16)$$

Правило для распознавания состояния предприятия, построенное на основе (8), имеет вид табл. 4. В соответствии с результатом распознавания по табл. 1 оценивается степень риска банкротства предприятия.

На этом изложение ***V&M***-метода анализа риска банкротства завершено. Рассмотрим порядок его применения на трех расчетных примерах.

1.4. Примеры комплексного анализа

Предприятия, рассматриваемые в нижеследующих примерах 1 - 3, имеют свои реальные аналоги. В течение длительного времени они наблюдаются специалистами консультационной группы «Воронов и Максимов» (г. Санкт-Петербург). Экспертами этой группы была произведена нечеткая классификация величины параметров, которая учитывала период анализа и отраслевую специализацию предприятий «АВ» (машиностроение), «CD» (пищевая промышленность) и «EF» (производство средств связи). Эксперты установили, что на основании группы из шести отдельных показателей, имеющих равную значимость для анализа, можно проводить комплексный анализ выбранных предприятий с очень высокой степенью достоверности.

Таблица 5

РЕЗУЛЬТАТЫ КЛАССИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ X_1 - X_6

Шифр показателя	**Т-числа {γ } для значений лингвистической переменной «Величина параметра»:**				
	«очень низкий»	**«низкий»**	**«средний»**	**«высокий»**	**«очень высокий**
X_1	(0,0,0.1, 0.2)	(0.1,0.2, 0.25,0.3)	(0.25,0.3,0.45,0.5)	(0.45,0.5,0.6,0.7)	(0.6,0 1
X_2	(-1,-1, -0.005, 0)	(-0.005, 0,0.09, 0.11)	(0.09,0.11,0.3, 0.35)	(0.3,0.35,0.45,0.5)	(0.45,0.5,1
X_3	(0,0,0.5, 0.6)	(0.5,0.6, 0.7,0.8)	(0.7,0.8, 0.9,1)	(0.9,1, 1.3,1.5)	(1.3,1.5,∞
X_4	(0,0,0.02,0.03)	(0.02,0.03,0.08, 0.1)	(0.08,0.1,0.3,0.35)	(0.3,0.35,0.5,0.6)	(0.5,0.6,∞
X_5	(0,0,0.12,0.14)	(0.12,0.14, 0.18,0.2)	(0.18,0.2,0.3,0.4)	(0.3,0.4, 0.5,0.8)	(0.5,0.8,∞
X_6	(-∞ , -∞ ,	(0,0,	(0.006,0.01,0.06,	(0.06,0.1,0.225,	(0.22

	0,0)	0.006, 0.01)	0.1)	0.4)	0 ∞ ,

Эти показатели следующие:

- ***X_1*** - коэффициент автономии,
- ***X_2*** - коэффициент обеспеченности оборотных активов собственными средствами (отношение чистого оборотного капитала к оборотным активам),
- ***X_3*** - коэффициент промежуточной ликвидности (отношение суммы денежных средств и дебиторской задолженности к краткосрочным пассивам),
- ***X_4*** - коэффициент абсолютной ликвидности (отношение суммы денежных средств к краткосрочным пассивам),
- ***X_5*** - оборачиваемость всех активов в годовом исчислении (отношение выручки от реализации к средней за период стоимости активов),
- ***X_6*** - рентабельность всего капитала (отношение чистой прибыли к средней за период стоимости активов).

Результаты классификации параметров ***X_1* - *X_6***, выраженные соответствующими ***T***-числами, сведены в табл. 5.

1.4.1. Пример 1. Рассмотрим предприятие «АВ», которое анализируется по двум периодам - III-ий и IV-ый кварталы 1998 года (соответственно, периоды **I** и **II** анализа) и характеризуется значениями финансовых показателей, представленными в табл. 6.

Таблица 6
ЗНАЧЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕДПРИЯТИЯ «АВ»

Шифр показателя X_i	**Наименование показателя X_i**	**Значение X_i в период I ($x_{I,i}$)**	**Значение X_i в период II ($x_{II,i}$)**
X_1	Коэффициент автономии	0.839	0.822
X_2	Коэффициент обеспеченности	0.001	-0.060
X_3	Коэффициент промежуточной ликвидности	0.348	0.208
X_4	Коэффициент абсолютной ликвидности	0.001	0.0001
X_5	Оборачиваемость всех активов (в годовом исчислении)	0.162	0.221
X_6	Рентабельность всего капитала	- 4%	-4.3%

Таблица 7
ЗНАЧЕНИЯ {λ } И $Y_K^{I,II}$ ПО ПРЕДПРИЯТИЮ «АВ»

Период	I

$\{\lambda\}$	$\lambda_1(x_{I,i})$	$\lambda_2(x_{I,i})$	$\lambda_3(x_{I,i})$	$\lambda_4(x_{I,i})$	$\lambda_5(x_{I,i})$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	1	0	0	0
X_3	1	0	0	0	0
X_4	1	0	0	0	0
X_5	0	1	0	0	0
X_6	1	0	0	0	0
Y_k^I	0.500	0.333	0	0	0.166
Период	**II**				
$\{\lambda\}$	$\lambda_1(x_{II,i})$	$\lambda_2(x_{II,i})$	$\lambda_3(x_{II,i})$	$\lambda_4(x_{II,i})$	$\lambda_5(x_{II,i})$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	1	0	0	0	0
X_3	1	0	0	0	0
X_4	1	0	0	0	0
X_5	0	0	1	0	0
X_6	1	0	0	0	0
Y_k^{II}	0.666	0	0.166	0	0.166

Использование формулы (16) дает значение комплексного показателя ***V&M*** для двух периодов анализа:

$V\&M_I = 0.291$, $V\&M_{II} = 0.287$,

откуда заключаем, что произошло **некоторое ухудшение** состояния предприятия.

Из табл. 7 видно, что качественный рост оборачиваемости перекрыт качественным падением обеспеченности оборотных активов собственными средствами.

Распознавание состояния по табл. 4 дает $\mu_2(V\&M_{I,II}) = =1$, $\mu_k(V\&M_{I,II}) = 0$, **к = 1,3,4,5,** т.е. предприятие в обоих периодах признается **неблагополучным**, а степень риска банкротства (в соответствии с табл. 1) - **высокой**. Фактического банкротства не наступает, т.к. существуют способы погашать свои обязательства за счет продажи активов, а также привлекать новые заемные средства под залог необремененных активов.

Применение данных табл. 5 к показателям табл. 6 дает значения функций принадлежности $\{\lambda\}$, они сведены в табл. 7. Туда же отнесены значения $Y_k^{I,II}$, рассчитанные на основе (12).

1.4.2. Пример 2. Рассмотрим предприятие «CD», которое анализируется по двум периодам - IV-ый квартал 1998 г. и I-ый кварталы 1999 года (соответственно, периоды I и II анализа) и характеризуется значениями финансовых показателей, сведенными в табл. 8.

Таблица 8

ЗНАЧЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕДПРИЯТИЯ «CD»

Шифр показателя X_i	Наименование показателя X_i	Значение X_i в период I ($x_{I,i}$)	Значение X_i в период II ($x_{II,i}$)
X1	Коэффициент автономии	0.619	0.566
X2	Коэффициент обеспеченности	0.294	0.262
X3	Коэффициент промежуточной ликвидности	0.670	0.622
X4	Коэффициент абсолютной ликвидности	0.112	0.048
X5	Оборачиваемость всех активов (в годовом исчислении)	2. 876	3.460
X6	Рентабельность всего капитала	11.3%	0.8%

Применение данных табл. 5 к показателям табл. 8 дает значения функций принадлежности {λ }, они сведены в табл. 9. Туда же отнесены значения $\mathbf{Y_K^{I,II}}$**,** рассчитанные на основе (12).

Использование формулы (16) дает значение комплексного показателя ***V&M*** для двух периодов анализа:

V&M$_I$ = 0.611, V&M$_{II}$ = 0.520,

откуда заключаем, что произошло **серьезное ухудшение** состояния предприятия (резкий количественный рост оборачиваемости не сопровожден качественным ростом, зато наблюдается качественный спад автономности и абсолютной ликвидности). Более детальный финансовый анализ позволяет сделать вывод, что рост продаж (измеряемый по отгрузке продукции) был сопровожден существенным ростом дебиторской задолженности, запасов и готовой продукции (с одной стороны) и ростом объема заемных средств (с другой стороны).

Таблица 9
ЗНАЧЕНИЯ {λ } И $Y_K^{I,II}$ ПО ПРЕДПРИЯТИЮ «CD»

Период	**I**				
{λ }	$\lambda_1(x_{I,i})$	$\lambda_2(x_{I,i})$	$\lambda_3(x_{I,i})$	$\lambda_4(x_{I,i})$	$\lambda_5(x_{I,i})$
$\mathbf{X_1}$	0	0	0	0.81	0.19
$\mathbf{X_2}$	0	0	1	0	0
$\mathbf{X_3}$	0	1	0	0	0
$\mathbf{X_4}$	0	0	1	0	0

X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	0	0	1	0
$Y_K^{I,II}$	0.0	0.166	0.333	0.302	0.198
Период	**II**				
{λ }	**λ $_1(x_{II,i})$**	**λ $_2(x_{II,i})$**	**λ $_3(x_{II,i})$**	**λ $_4(x_{II,i})$**	**λ $_5(x_{II,i})$**
X_1	0	0	0	1	0
X_2	0	0	1	0	0
X_3	0	1	0	0	0
X_4	0	1	0	0	0
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	0.5	0.5	0	0
$Y_K^{I,II}$	0.0	0.417	0.25	0.166	0.166

Распознавание состояния по табл. 4 дает:

$\mu_3(V\&M_I) = 0.39,\ \mu_4(V\&M_I) = 0.61,\ \mu_3(V\&M_{II}) =1,\ \mu_4(V\&M_{II}) =0,\ \mu_к(V\&M_{I,II}) = 0,\ к = 1,2,5,$

т.е. состояние предприятия в первом периоде распознается с большей степенью соответствия как **относительно благополучное** и с меньшей степенью как состояние **среднего качества**, а во втором периоде оно однозначно признается **состоянием среднего качества**. Также и степень риска банкротства: в первом периоде она оценочно колеблется между **низкой** и **средней**, а во втором периоде однозначно признается **средней.**

1.4.3. Пример 3. Рассмотрим предприятие «EF», которое анализируется по двум периодам - III-ий и IV-ый кварталы 1998 г. (соответственно, периоды **I** и **II** анализа) и характеризуется значениями финансовых показателей, приведенными в табл. 10.

Применение данных табл. 5 к показателям табл. 10 дает значения функций принадлежности {λ }, они сведены в табл. 11. Туда же отнесены значения $Y_K^{I,II}$, рассчитанные на основе (12).

Использование формулы (16) дает значение комплексного показателя ***V&M*** для двух периодов анализа:

$V\&M_I = 0.553,\ V\&M_{II} = 0.512,$

откуда заключаем, что произошло **некоторое ухудшение** состояния предприятия (некоторый количественный рост оборачиваемости сопровождается качественным спадом рентабельности и промежуточной ликвидности). Более детальный финансовый анализ позволяет сделать вывод, что качество покрытия обязательств на предприятии является низким, т.к. более 50% в структуре оборотных средств составляет низколиквидное незавершенное производство.

Таблица 10

ЗНАЧЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕДПРИЯТИЯ «EF»

Шифр показателя X_i	**Наименование показателя X_i**	**Значение X_i в период I ($x_{I,i}$)**	**Значение X_i в период II ($x_{II,i}$)**
X1	Коэффициент автономии	0.794	0.806
X2	Коэффициент обеспеченности	0.534	0.572
X3	Коэффициент промежуточной ликвидности	0.751	0.696
X4	Коэффициент абсолютной ликвидности	0.005	0.003
X5	Оборачиваемость всех активов (в годовом исчислении)	0. 205	0.327
X6	Рентабельность всего капитала	2.1%	0.4%

Таблица 11

ЗНАЧЕНИЯ {λ } И $Y_K^{I,II}$ ПО ПРЕДПРИЯТИЮ «EF»

Период	**I**				
{λ }	**$\lambda_1(x_{I,i})$**	**$\lambda_2(x_{I,i})$**	**$\lambda_3(x_{I,i})$**	**$\lambda_4(x_{I,i})$**	**$\lambda_5(x_{I,i})$**
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0.51	0.49	0	0
X_4	1	0	0	0	0
X_5	0	0	1	0	0
X_6	0	0	1	0	0
$Y_K^{I,II}$	0.166	0.085	0.415	0.0	0.333
Период	**II**				
{λ }	**$\lambda_1(x_{II,i})$**	**$\lambda_2(x_{II,i})$**	**$\lambda_3(x_{II,i})$**	**$\lambda_4(x_{II,i})$**	**$\lambda_5(x_{II,i})$**
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	1	0	0	0
X_4	1	0	0	0	0
X_5	0	0	0.73	0.27	0
X_6	0	1	0	0	0
$Y_K^{I,II}$	0.166	0.333	0.122	0.044	0.333

Распознавание состояния по табл. 4 дает:

$\mu_3(V\&M_I)=0.97$, $\mu_4(V\&M_I)=0.03$, $\mu_3(V\&M_{II}) = 1$,

$\mu_4(V\&M_{II})=0$, $\mu_\kappa(V\&M_{I,II}) = 0$, $\kappa = 1,2,5$,

т.е. состояние предприятия в первом периоде признается **состоянием среднего качества** с очень высокой степенью соответствия, во втором периоде то же распознавание делается однозначно. Степень риска банкротства также оценивается нами как **средняя**.

Выводы

Итак, мы предлагаем изменить подход к анализу риска банкротства, заместив вероятностный анализ риска на анализ с применением нечетких множеств. Сегодня эта отрасль математики, заложенная 30 лет назад работами профессора Лофти Заде, бурно развивается, и применение нечетких множеств в системах принятия решения уже имеет немалую экономическую отдачу. Появление полноценной статистики позволит вернуться к использованию вероятностей в анализе риска и одновременно улучшить качество нечеткой классификации финансовых параметров предприятия.

Предложенная методика, на самом-то деле, воспроизводит мыслительные человеческие процессы, основанные на субъективных суждениях. Мы добиваемся, чтобы предложенная модель была адекватна не только реалиям объекта исследования, но и специфическим особенностям познающего субъекта, а также формально очерченным границам наличной информационной неопределенности. То, **что** мы знаем об объекте исследования, и то, **как** мы это знаем, - все это находит отражение в логико-математических формализмах, на которых основан метод. Мы не пытаемся строить сомнительные свертки на финансовых показателях, тем самым как бы складывая килограммы с километрами, а осуществляем свертку *сопоставимых* компонентов принадлежности показателей к тем или иным нечетким классам и этим обеспечиваем корректность модели.

Распознавание и классификация состояний предприятий - задача, которая вне идеологии нечетких множеств вообще не может быть решена удовлетворительно, потому что прежде чем говорить «плохое» или «хорошее», необходимо принять соглашение, как различать эти субъективные высказывания.

Заявленный здесь подход - не окончательный, и он может быть улучшен для задач, где финансовые показатели образуют иерархию, где усложняются условия классификации состояний предприятия, там, где появляется динамика критериев распознавания и т.д. Метод, названный нами **V&M - метод комплексного финансового анализаÓ** , и предложенный здесь комплексный показатель финансового состояния предприятия, названный нами **V&M - показатель комплексного финансового анализаÓ** , используются в разработанной консультационной группой «Воронов и Максимов» программной модели «МАСТЕР ФИНАНСОВ: Анализ и планирование», проходя апробацию на широком перечне обследуемых предприятий.

2. АНАЛИЗ РИСКА ИНВЕСТИЦИЙ [18]

2.1. Описание проблемы и подход к ее разрешению

Начнем наше изложение с двух базовых определений.

Инвестиции - временный отказ экономического субъекта от потребления имеющихся в его распоряжении ресурсов (капитала) и использование этих ресурсов для увеличения в будущем своего благосостояния.

Инвестиционный проект - план или программа мероприятий, связанных с осуществлением капитальных вложений с целью их последующего возмещения и получения прибыли.

Инвестиционный процесс - развернутая во времени реализация инвестиционного проекта. Началом инвестиционного процесса является принятие решения об инвестициях, а концом - либо достижение всех поставленных целей, либо вынужденное прекращение осуществления проекта.

Инвестиционный проект предполагает планирование во времени трех основных денежных потоков: потока инвестиций, потока текущих (операционных) платежей и потока поступлений. Ни поток текущих платежей, ни поток поступлений не могут быть спланированы вполне точно, поскольку нет и не может быть полной определенности относительно будущего состояния рынка. Цена и объемы реализуемой продукции, цены на сырье и материалы и прочие денежно-стоимостные параметры среды по факту их осуществления в будущем могут сильно разниться с предполагаемыми плановыми значениями, которые оцениваются с позиций сегодняшнего дня.

Неустранимая информационная неопределенность влечет столь же неустранимый **риск** принятия инвестиционных решений. Всегда остается возможность того, что проект, признанный состоятельным, окажется de-facto убыточным, поскольку достигнутые в ходе инвестиционного процесса значения параметров отклонились от плановых, или же какие-либо факторы вообще не были учтены. Инвестор никогда не будет располагать всеобъемлющей оценкой риска, так как число разнообразий внешней среды всегда превышает управленческие возможности принимающего решения лица [19], и обязательно найдется слабоожидаемый сценарий развития событий (любая катастрофа, к примеру), который, будучи неучтен в проекте, тем не менее, может состояться и сорвать инвестиционный процесс. В то же время инвестор обязан прилагать усилия по повышению уровня своей осведомленности и пытаться измерять рискованность своих инвестиционных решений как на стадии разработки проекта, так и в ходе инвестиционного процесса. Если степень риска будет расти до недопустимых значений, а инвестор не будет об этом знать, то он обречен действовать вслепую.

Способ оценки риска инвестиций прямо связан со способом описания информационной неопределенности в части исходных данных проекта. Если исходные параметры имеют **вероятностное** описание (например, см. [2, 3]), то показатели эффективности инвестиций также имеют вид случайных величин со своим импликативным вероятностным распределением (понятие импликативной вероятности см. в [**1**]). Однако чем в меньшей степени статистически обусловлены те или иные параметры, чем слабее информационность контекста свидетельств о состоянии описываемой рыночной среды и чем ниже уровень интуитивной активности экспертов, тем менее может быть обосновано применение любых типов вероятностей в инвестиционном анализе.

Альтернативный способ учета неопределенности - так называемый **минимаксный** подход. Формируется некий класс ожидаемых сценариев развития событий в инвестиционном процессе и из этого класса выбирается два сценария, при которых процесс достигает максимальной и минимальной эффективности соответственно. Затем ожидаемый эффект оценивается по формуле Гурвица [2, 3] с параметром согласия l . При l =0 (точка Вальда) за основу при принятии решения выбирается наиболее пессимистичная оценка эффективности проекта, когда в условиях реализации самого неблагоприятного из сценариев сделано все, чтобы снизить ожидаемые убытки. Такой подход, безусловно, минимизирует риск инвестора. Однако в условиях его использования большинство проектов, даже имеющих весьма приличные шансы на успех, будет забраковано. Возникает опасность паралича деловой активности, с деградацией инвестора как лица, принимающего решения.

Вот наглядный пример. Любой игрок в преферанс (даже такой захудалый, как я) знает, что в ходе торговли за прикуп игрок с высокой степенью повторяемости должен заявлять на одну-две взятки больше, чем у него есть на руках, в расчете на добрый прикуп. Иначе, по результатам множества игр он окажется в проигрыше или, в лучшем случае, «при своих», потому что его соперники склонны к разумной агресии, т.е. к оправданному риску. Понимая инвестиции как разновидность деловой игры, мы скажем по аналогии: инвестору вменяется в обязанность рисковать, но рисковать рационально, присваивая каждому из потенциальных сценариев инвестиционного процесса свою степень ожидаемости. В противном случае он рискует потерпеть убыток от непринятия решения - **убыток чрезмерной перестраховки**. В карточной игре приличная карта, приличный прикуп приходят не так часто. В том же преферансе игрок, объявивший шесть взяток и сыгравший по факту восемь, вызывает всеобщее недовольство вероятным «перезакладом». Становится обидно за партнера, за его неумение играть, когда по-настоящему приличная карта приходит так редко.

Инструментом, который позволяет измерять возможности (ожидания), является теория нечетких множеств. Впервые мы находим ее применение к инвестиционному анализу в [6]. Используя предложенный в этой работе подход, построим метод оценки инвестиционного риска, как на стадии проекта, так и в ходе инвестиционного процесса.

2.2. Описание метода анализа эффективности инвестиций в нечеткой постановке

В литературе по инвестиционному анализу (например, в [20, 21, 22]) хорошо известна формула чистой современной ценности инвестиций

(NPV - Net Present Value). Возьмем один важный частный случай оценки NPV, который и будем использовать в дальнейшем рассмотрении:

1. Все инвестиционные поступления приходятся на начало инвестиционного процесса.

2. Оценка ликвидационной стоимости проекта производится post factum, по истечении срока жизни проекта.

Тогда соотношение для NPV имеет следующий вид:

$$NPV = -I + \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta V}{(1+r_i)^i} + \frac{C}{(1+r_{N+1})^{N+1}}, \quad (17)$$

где

I - стартовый объем инвестиций,

N - число плановых интервалов (периодов) инвестиционного процесса, соответствующих сроку жизни проекта,

ΔV_i - оборотное сальдо поступлений и платежей в ***i***-ом периоде,

r_i - ставка дисконтирования, выбранная для ***i***-го периода с учетом оценок ожидаемой стоимости используемого в проекте капитала (например, ожидаемая ставка по долгосрочным кредитам),

C - ликвидационная стоимость чистых активов, сложившаяся в ходе инвестиционного процесса (в том числе остаточная стоимость основных средств на балансе предприятия).

Инвестиционный проект признается **эффективным**, когда ***NPV***, оцененная по (17), больше определенного проектного уровня ***G*** (в самом распространенном случае ***G = 0***).

Замечания.

1. NPV оценивается по формуле (17) в постоянных (реальных) ценах.

2. Ставка дисконтирования планируется такой, что период начислений процентов на привлеченный капитал совпадает с соответствующим периодом инвестиционного процесса.

3. (***N+1***)-й интервал не относится к сроку жизни проекта, а выделен в модели для фиксации момента завершения денежных взаиморасчетов всех сторон в инвестиционном процессе (инвесторов, кредиторов и дебиторов) по кредитам, депозитам, дивидендам и т.д., когда итоговый финансовый результат проекта сделается однозначным.

Если все параметры в (17) обладают «размытостью», т.е. их точное планируемое значение неизвестно, тогда в качестве исходных данных уместно использовать так называемые **треугольные нечеткие числа** с функцией принадлежности следующего вида (рис. 3).

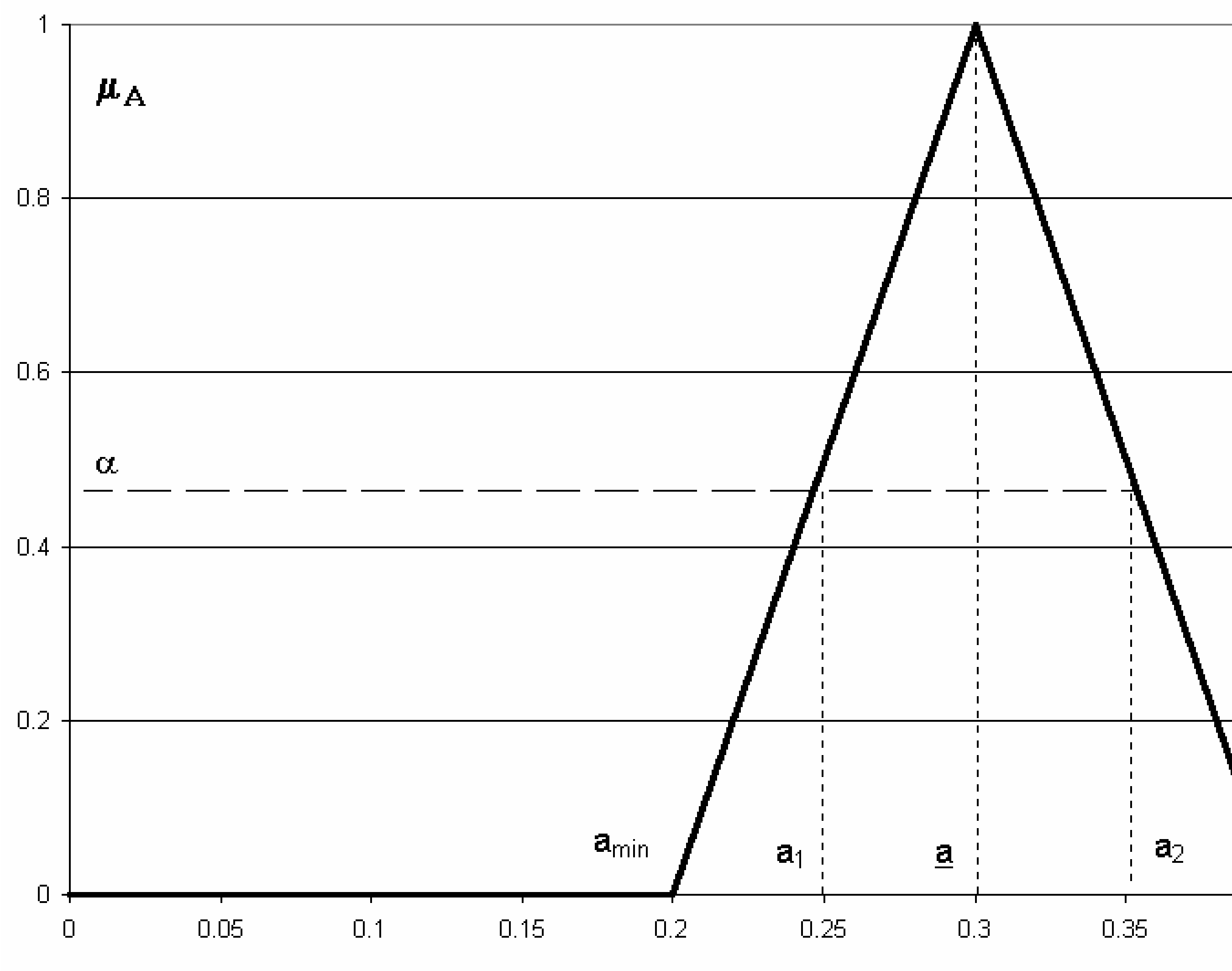

Рис. 3. Функция принадлежности треугольного нечеткого числа **А**

Эти числа моделируют высказывание следующего вида: «параметр **А** *приблизительно равен* $\bar{a}$ и однозначно находится в диапазоне ***[a_{min}, a_{max}]***».

В общем случае под нечетким числом понимается нечеткое подмножество универсального множества действительных чисел, имеющее нормальную и выпуклую функцию принадлежности [6]. Такое описание позволяет разработчику инвестиционного проекта взять в качестве исходной информации интервал параметра ***[a_{min}, a_{max}]*** и наиболее ожидаемое значение $\bar{a}$, и тогда соответствующее треугольное число $\underline{A} = (a_{min}, \bar{a}, a_{max})$ построено. Далее будем называть параметры $(a_{min}, \bar{a}, a_{max})$ *значимыми точками* треугольного нечеткого числа $\underline{A}$. Вообще говоря, выделение трех значимых точек исходных данных весьма распространено в инвестиционном анализе (см., например, [20, 23]). Часто этим точкам сопоставляются субъективные вероятности реализации соответствующих («пессимистического», «нормального» и «оптимистического») сценариев исходных данных. Но мы не считаем себя вправе оперировать вероятностями, значений которых не можем ни определить, ни назначить (во введении к настоящей работе мы коснулись этого предмета, в частности, говоря о принципе максимума энтропии). Поэтому в инвестиционном анализе мы замещаем понятие *случайности* понятиями *ожидаемости* и *возможности*.

Теперь мы можем задаться следующим набором нечетких чисел для анализа эффективности проекта:

$\underline{I} = (I_{min}, \overline{I}, I_{max})$ - инвестор не может точно оценить, каким объемом инвестиционных ресурсов он будет располагать на момент принятия решения;

$\underline{r_i} = (r_{min}, \overline{r_i}, r_{max})$ - инвестор не может точно оценить стоимость капитала, используемого в проекте (например, соотношение собственных и заемных средств, а также процент по долгосрочным кредитам);

$\underline{\Delta V_i} = (V_{min}, \overline{\Delta V_i}, V_{max})$ - инвестор прогнозирует диапазон изменения денежных результатов реализации проекта с учетом возможных колебаний цен на реализуемую продукцию, стоимости потребляемых ресурсов, условий налогообложения, влияния других факторов;

$\underline{„} = (C_{min}, \overline{C}, C_{max})$ - инвестор нечетко представляет себе потенциальные условия будущей продажи действующего бизнеса или его ликвидации;

$\underline{G} = (G_{min}, \overline{G}, G_{max})$ - инвестор нечетко представляет себе критерий, по которому проект может быть признан эффективным, или не до конца отдает себе отчет в том, что можно будет понимать под «эффективностью» на момент завершения инвестиционного процесса.

Замечания.

1. В том случае, если какой-либо из параметров $\underline{A}$ известен вполне точно или однозначно задан, то нечеткое число $\underline{A}$ вырождается в действительное число ***A*** с выполнением условия $a_{min} = \overline{a} = a_{max}$. При этом существо метода остается неизменным.

2. В отношении вида $\underline{G}$. Инвестор, выбирая ожидаемую оценку $\overline{G}$, руководствуется, возможно, не только тактическими, но и стратегическими соображениями. Так, он может позволить проекту

быть даже несколько убыточным, если этот проект диверсифицирует деятельность инвестора и повышает надежность его бизнеса. Как вариант: инвестор реализует демпинговый проект, компенсацией за временную убыточность станет захват рынка и сверхприбыль, но инвестор хочет отсечь сверхнормативные убытки на той стадии, когда рынок уже будет переделен в его пользу. Или наоборот: инвестор идет на повышенный риск во имя прироста средневзвешенной доходности своего бизнеса.

Таким образом, задача инвестиционного выбора в приведенной выше постановке есть процесс принятия решения в **расплывчатых** условиях, когда решение достигается слиянием целей и ограничений [24].

Чтобы преобразовать формулу (17) к виду, пригодному для использования нечетких исходных данных, воспользуемся **сегментным способом**, как это сделано в [6].

Зададимся фиксированным уровнем принадлежности а (см. рис. 3) и определим соответствующие ему интервалы достоверности по двум нечетким числам $\underset{\sim}{A}$ и $\underset{\sim}{B}$: ***[a_1, a_2]*** и ***[b_1, b_2]*** соответственно. Тогда основные операции с нечеткими числами сводятся к операциям с их интервалами достоверности. А операции с интервалами, в свою очередь, выражаются через операции с действительными числами - границами интервалов:

операция «сложения»:

$$[a_1, a_2]\ (+)\ [b_1, b_2] = [a_1 + b_1,\ a_2 + b_2], \quad (18)$$

операция «вычитания»:

$$[a_1, a_2]\ (-)\ [b_1, b_2] = [a_1 - b_2,\ a_2 - b_1], \quad (19)$$

операция «умножения»:

$$[a_1, a_2]\ (\times)\ [b_1, b_2] = [a_1 \times b_1,\ a_2 \times b_2], \quad (20)$$

операция «деления»:

$$[a_1, a_2]\ (/)\ [b_1, b_2] = [a_1 / b_2,\ a_2 / b_1], \quad (21)$$

операция «возведения в степень»:

$$[a_1, a_2]\ (\wedge)\ i = [a_1^i,\ a_2^i]. \quad (22)$$

По каждому нечеткому числу в структуре исходных данных получаем интервалы достоверности ***[I_1, I_2], [r_{i1}, r_{i2}], [ΔV_{i1}, ΔV_{i2}], [C_1, C_2].*** И тогда, для заданного уровня α , путем подстановки соответствующих границ интервалов в (1) по правилам (18) - (22), получаем:

$$[NPV_1, NPV_2] = (-)[I_1, I_2](+)$$

$$(+)(\sum_{i=1}^{N})[\frac{\Delta V_{i1}}{(1+r_{i2})}, \frac{\Delta V_{i2}}{(1+r_{i1})}](+)$$

$$(+)[\frac{\Delta C_1}{(1+r_{N+1,2})}, \frac{\Delta C_2}{(1+r_{N+1,1})}] =$$

$$=[\ -I_2 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta V_{i1}}{(1+r_{i2})^i} + \frac{\Delta C_1}{(1+r_{N+1,2})^{N+1}},$$

$$= [-I_1 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta V_{i2}}{(1+r_{i1})^i} + \frac{\Delta C_2}{(1+r_{N+1,1})^{N+1}}\ ] \qquad (23)$$

Задавшись приемлемым уровнем дискретизации по α на интервале принадлежности [0, 1], мы можем реконструировать результирующее нечеткое число $\underline{NPV}$ путем аппроксимации его функции принадлежности μ_{NPV} ломаной кривой по интервальным точкам.

Часто оказывается возможным **привести $\underline{NPV}$ к треугольному виду**, ограничиваясь расчетами по значимым точкам нечетких чисел исходных данных. Это позволяет рассчитывать все ключевые параметры в оценке степени риска не приближенно, а на основе аналитических соотношений. Это будет показано на расчетном примере в конце настоящей работы.

Перейдем к оценке собственно риска инвестиций. На рис. 4 представлены функции принадлежности $\underline{NPV}$ и критериального значения $\underline{G}$.

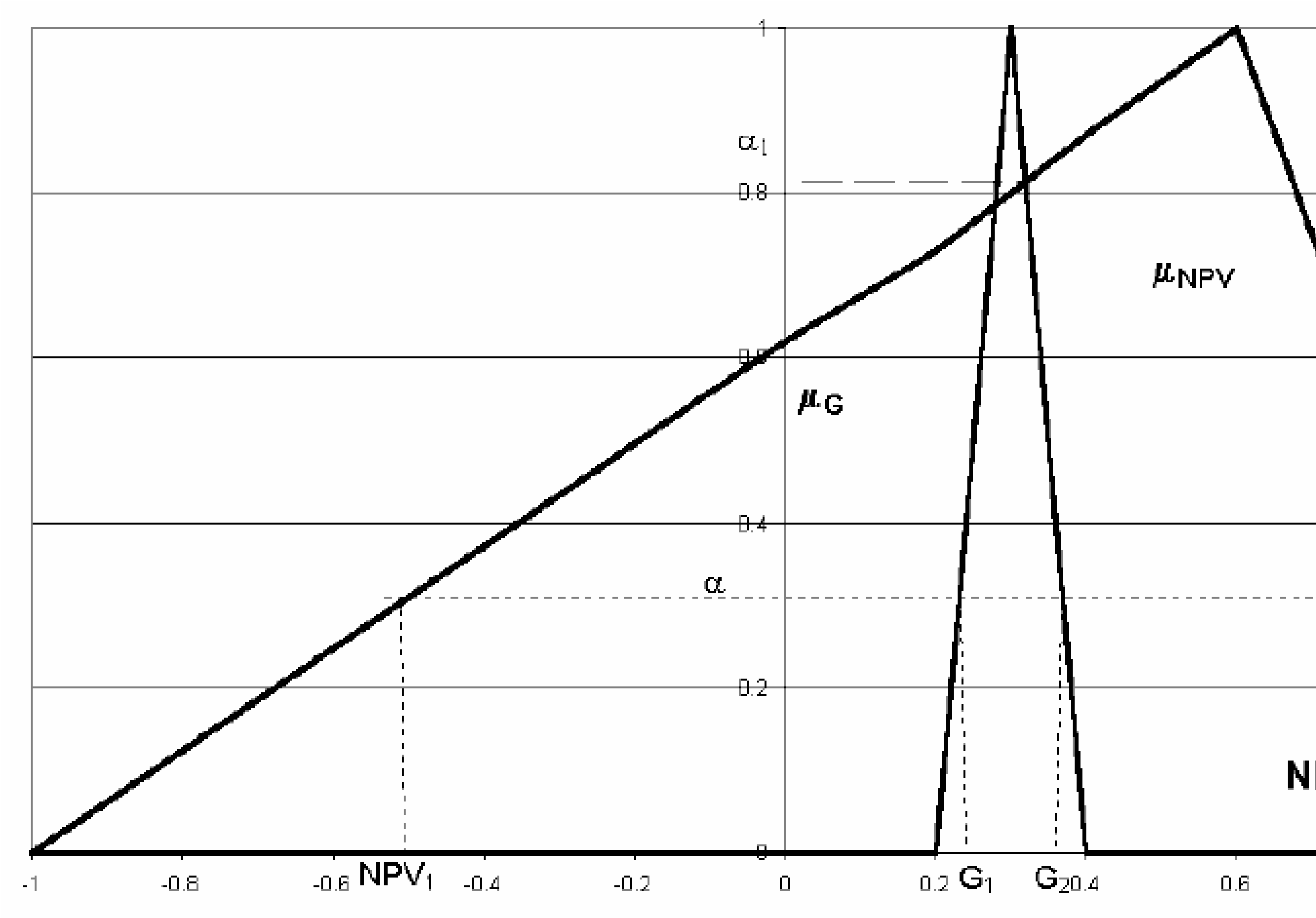

***Рис. 4. Функции принадлежности* NPV *и* G**

Точкой пересечения этих двух функций принадлежности является точка с ординатой α_1. Выберем произвольный уровень принадлежности α и определим соответствующие интервалы ***[NPV₁, NPV₂]*** и ***[G₁, G₂]***. При $\alpha > \alpha_1$ $NPV_1 > G_2$, интервалы не пересекаются, и уверенность в том, что проект эффективен, стопроцентная, поэтому степень риска неэффективности инвестиций равна нулю. Уровень α_1 уместно назвать **верхней границей зоны риска**. При $0 \le \alpha \le \alpha_1$ интервалы пересекаются. На рис. 5 показана заштрихованная зона неэффективных инвестиций, ограниченная прямыми $G = G_1$, $G = G_2$, $NPV = NPV_1$, $NPV = NPV_2$ и биссектрисой координатного угла $G = NPV$.

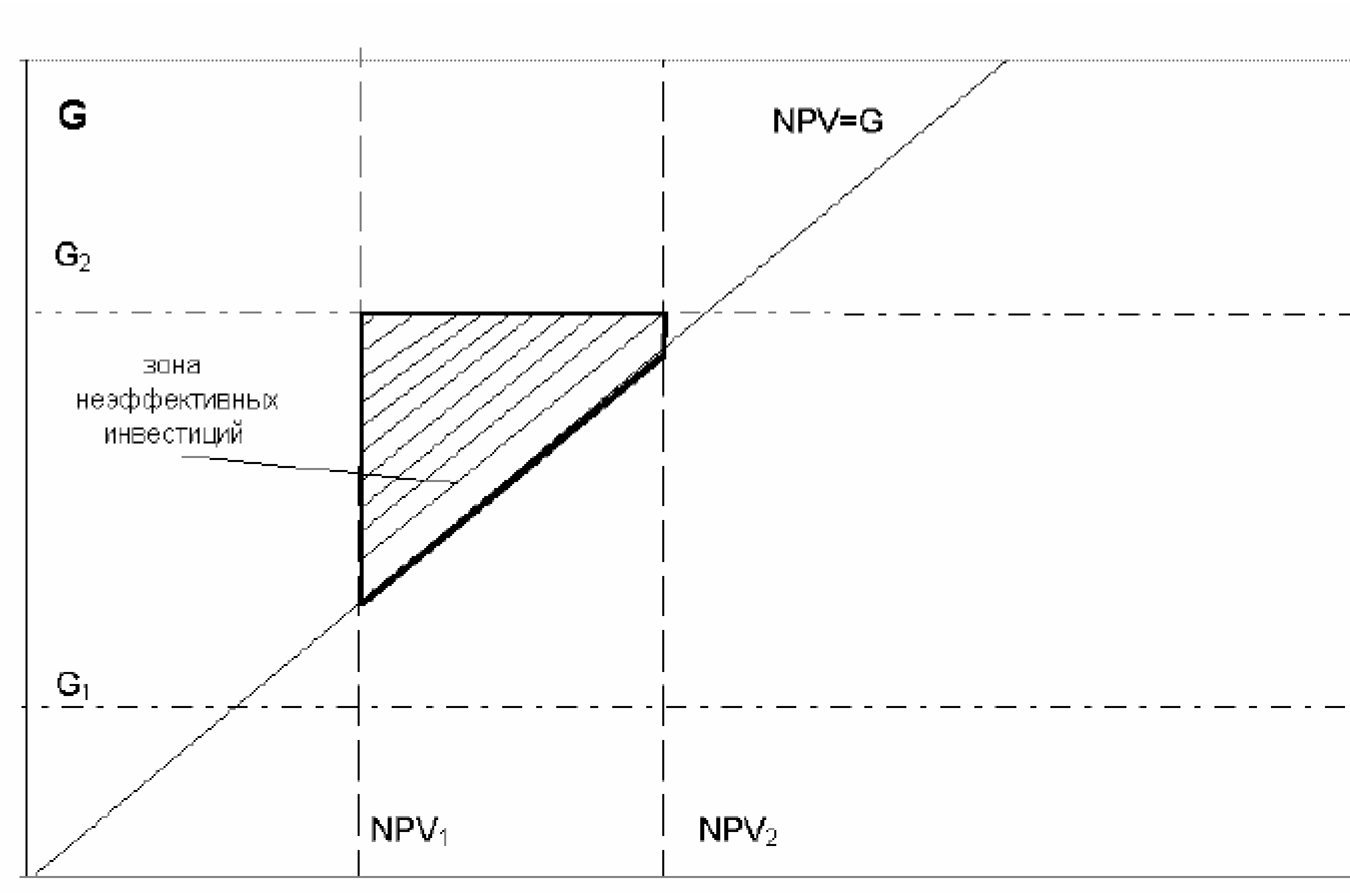

Рис. 5. Фазовое пространство (NPN, G)

Взаимные соотношения параметров $\boldsymbol{G_{1,2}}$ и $\boldsymbol{NPV_{1,2}}$ дают следующий расчет для площади заштрихованной плоской фигуры:

$$S_\alpha = \begin{cases} O, \quad при \quad NPV_1 \geq G_2; \\ \dfrac{(G_2 - NPV_1)^2}{2}, \quad при \quad G_2 > NPV_1 \geq G_1; NPV_2 \geq G_2; \\ \dfrac{(G_1 - NPV_1) + (G_2 - NPV_1)}{2}(G_2 - G_1), \quad при \quad NPV_1 < G_1; NPV_2 \geq G_2; \\ (G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1) - \dfrac{(NPV_2 - G_1)^2}{2}, при \quad NPV_1 < G_1 \leq NPV_2; NPV_2 < G_2; \\ (G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1), при \quad NPV_2 \geq G_1 \end{cases} \qquad (24)$$

Поскольку все реализации ***(NPV, G)*** при заданном уровне принадлежности α равновозможны, то степень риска неэффективности проекта φ **(**α **)** есть геометрическая вероятность события попадания точки **(NPV, G)** в зону неэффективных инвестиций:

$$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{S_\alpha}{(G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1)}, \qquad (25)$$

где $\boldsymbol{S\alpha}$ оценивается по (24).

Тогда итоговое значение степени риска неэффективности проекта:

$$V\&M = \int_0^{\alpha_1} \varphi(\alpha)\,d\alpha$$ **(26)**

В важном частном случае (см. рис. 6), когда ограничение $\underline{G}$ определено четко уровнем ***G***, то предельный переход в (9) при ***G₂ ® G₁ = G*** дает:

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad G < NPV_1; \\ \dfrac{G - NPV_1}{NPV_2 - NPV_1}, & \text{при} \quad NPV_1 \le G \le NPV_2; \alpha = [0,1] \\ 1, & \text{при} \quad G > NPV_2. \end{cases}$$

(27)

Для того чтобы собрать все необходимые исходные данные для оценки риска, нам потребуется два значения обратной функции m $_{NPV}^{-1}$**(a $_1$).** Первое значение есть ***G*** (по определению верхней границы зоны риска a $_1$), второе значение обозначим ***G'***. Аналогичным образом обозначим ***NPV_{min}*** и ***NPV_{max}*** - два значения обратной функции m $_{NPV}^{-1}$**(0)**.

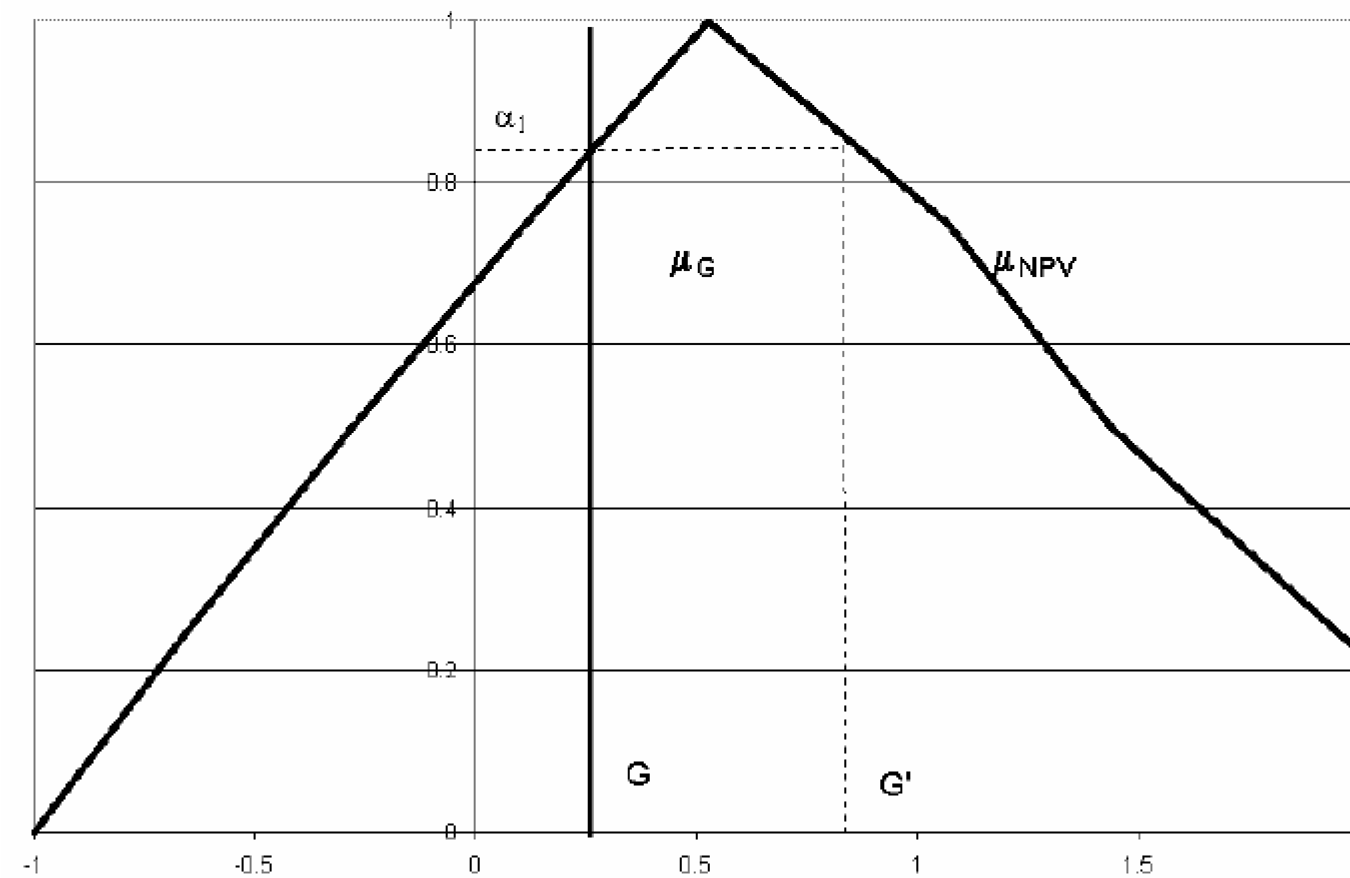

Рис. 6. Пример четкого критерия эффективности

Также введем обозначение $\overline{NPV}$ - наиболее ожидаемое значение $\underline{NPV}$. Тогда выражение для степени инвестиционного риска ***V&M***, с учетом (26) и длинной цепи преобразований, имеет вид:

$$V\&M = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad G < NPV_{min}; \\ R\left(1 + \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-\alpha_1)\right), & \text{при} \quad NPV_{min} < G < \overline{NPV}; \\ 1 - (1-R)\left(1 + \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-\alpha_1)\right), & \text{при} \quad NPV < G < \overline{NPV_{max}}; \\ 1, & \text{при} \quad G \geq \overline{NPV_{max}}; \end{cases} \qquad (28)$$

где

$$R = \begin{cases} \frac{G - NPV_{min}}{NPV_{max} - NPV_{min}}, \text{при} \quad G < NPV_{max}; \\ 1, \quad \text{при} \quad G \geq NPV_{max}; \end{cases} \qquad (29)$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad G < NPV_{min}; \\ \frac{G - NPV_{min}}{\overline{NPV} - NPV_{min}}, & \text{при} \quad NPV_{min} < G < \overline{NPV}; \\ 1, & \text{при} \quad G = \overline{NPV}; \\ \frac{NPV_{max} - G}{NPV_{max} - \overline{NPV}}, & \text{при} \quad \overline{NPV} < G < NPV_{max};^{-}; \\ 0, & \text{при} \quad G \geq NPV_{max}; \end{cases}$$

(30)

Исследуем выражение (28) для трех частных случаев:

1. При $G = NPV_{min}$ (предельно низкий риск) $R = 0$, $\alpha_1 = 0$, $G' = NPV_{max}$, и предельный переход в (28) дает $V\&M = 0$.

2. При $G = G' = \overline{NPV}$ (средний риск) $\alpha_1 = 1$, $R = (NPV_{max} - \overline{NPV})/(NPV_{max} - NPV_{min}) = 1 - P$, предельный переход в (28) дает $V\&M = (NPV_{max} - \overline{NPV})/(NPV_{max} - NPV_{min})$.

3. При $G = NPV_{max}$ (предельно высокий риск) $P = 0$, $\alpha_1 = 0$, $G' = 0$, и предельный переход в (28) дает $V\&M = 1$.

Таким образом, степень риска ***V&M*** принимает значения от 0 до 1. Каждый инвестор, исходя из своих инвестиционных предпочтений, может классифицировать значения ***V&M***, выделив для себя отрезок неприемлемых значений риска. Возможна также более подробная градация степеней риска. Например, если ввести лингвистическую переменную «**Степень риска**» со своим терм-множеством значений {*Незначительная, Низкая, Средняя, Относительно высокая, Неприемлемая*}, то каждый инвестор может произвести самостоятельное описание соответствующих нечетких подмножеств, задав пять функций принадлежности $m * (V\&M)$.

Описание метода анализа эффективности инвестиций в нечеткой постановке с оценкой степени риска ошибки инвестиционного решения - завершено. Рассмотрим простой пояснительный пример.

2.3. Пример анализа риска

Исходные данные проекта: ***N = 2,*** $\underline{I}$ ***= (1, 1, 1)*** - точно известный размер инвестиций, $\underline{r_1}$ = $\underline{r_2}$ = $\underline{r}$ = (0.1, 0.2, 0.3), $\underline{\Delta V_1}$ = $\underline{\Delta V_2}$ = $\underline{\Delta V}$ = (0, 1, 2), $\underline{C}$ = (0, 0, 0) - остаточная стоимость проекта нулевая, $\underline{G}$ = (0, 0, 0) - критерием эффективности является неотрицательное значение ***NPV***.

Результаты расчетов по формуле (23) для уровней принадлежности α **= *[0, 1]*** с шагом 0.25 сведены в табл. 12.

Аппроксимация функции μ_{NPV} (рис. 7) показывает ее близость к треугольному виду:

$$\mu_{NPV}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad x < -1; \\ \dfrac{x+1}{0.527+1}, & \text{при} \quad -1 < x < 0.527; \\ \dfrac{2.47-x}{2.47-0.527}, & \text{при} \quad 0.527 < x \le 2.47; \\ 0, & \text{при} \quad x > 2.47. \end{cases} \qquad (31)$$

Этим видом мы будем пользоваться в расчетах.

Таблица 12
РАСЧЕТЫ ИНТЕРВАЛОВ ДОСТОВЕРНОСТИ

	Интервалы достоверности по уровню принадлежности α для:		
α	**r**	**Δ V**	**NPV**
1	[0.2, 0.2]	[1, 1]	[0.527, 0.527]
0.75	[0.175, 0.225]	[0.75, 1.25]	[0.112, 1.068]
0.5	[0.15, 0.25]	[0.5, 1.5]	[-0.280, 1.438]
0.25	[0.125, 0.275]	[0.25, 1.75]	[-0.650, 1.944]
0	[0.1, 0.3]	[0, 2]	[-1, 2.470]

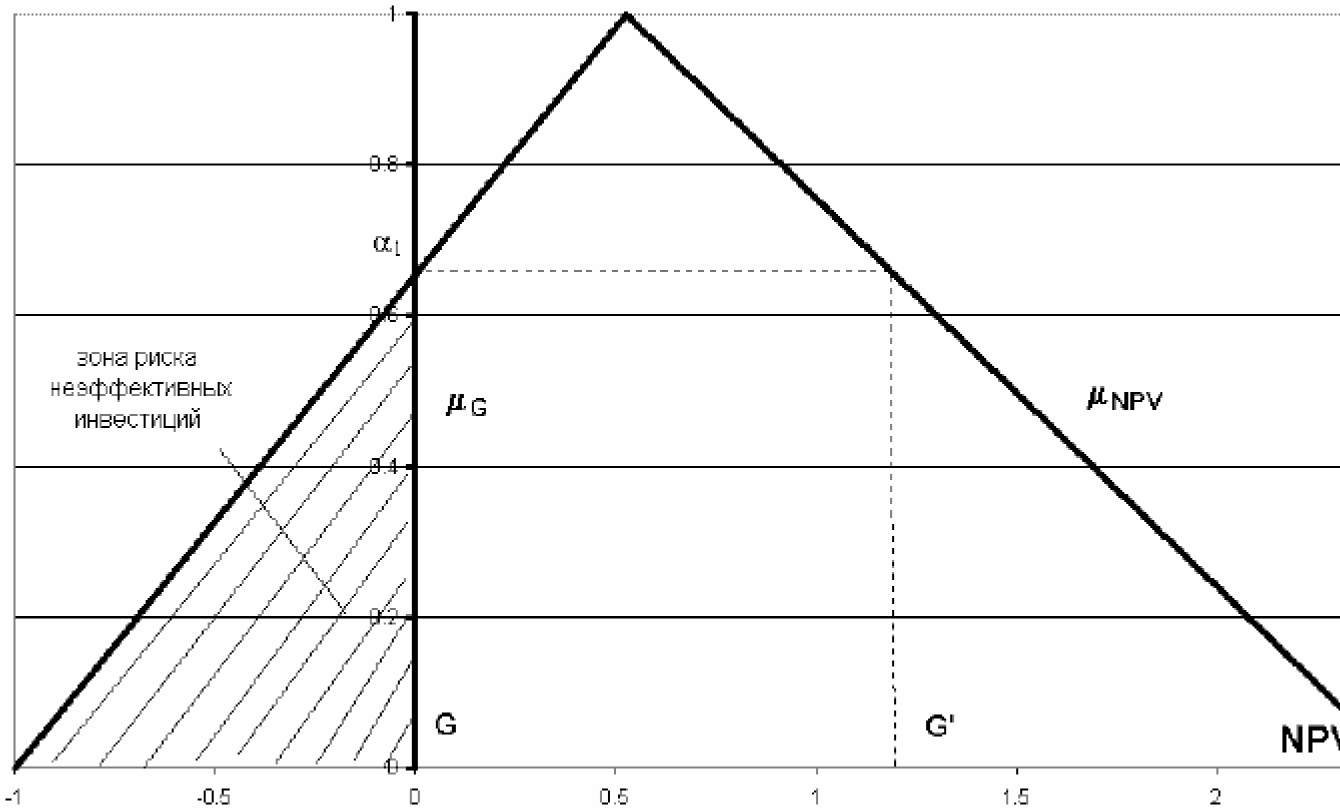

Рис. 7. Приведение NPV к треугольному виду

Пусть принято положительное решение об инвестировании капитала I. Тогда $\alpha_1 = \mu_{NPV}(0) = 0.655$, $G' = \mu_{NPV}^{-1}(\alpha_1) = 1.197$ и, согласно (28) - (31), ***R = =0.288, V&M = 0.127***.

2.4. Коррекция оценки риска в ходе инвестиционного процесса

Продолжим рассмотрение расчетного примера. Пусть принято решение о начале инвестиционного процесса, и по результатам первого периода зафиксировано оборотное сальдо $\Delta V_1 = 1$ при фактически измеренной ставке дисконтирования $r_1 = 0.2$. Тогда перерасчет интервальной оценки ***NPV*** по (23) дает:

$$\left[NPV_1, NPV_2\right] = \left[\ -0.167 + \frac{\Delta V_{21}}{(1+r_{22})^2}, -0.167 + \frac{\Delta V_{22}}{(1+r_{21})^2}\right] \qquad (32)$$

Результаты расчетов по формуле (32) сведены в табл. 13.

Приведение $\underline{NPV}$ к треугольному виду дает:

$$\mu_{NPV}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad x < -0.167; \\ \dfrac{x+0.167}{0.527+0.167}, & \text{при} \quad -0.167 \le x < 0.527; \\ \dfrac{1.489-x}{1.489-0.527}, & \text{при} \quad 0.527 < x \le 1.489; \\ 0, & \text{при} \quad x > 1.489, \end{cases} \qquad (33)$$

откуда $\alpha_1 = \mu_{NPV}(0) = 0.241$, $G' = \mu_{NPV}^{-1}(\alpha_1) = 1.257$, и, согласно (28) - (30), $R = 0.101$, $V\&M = 0.013$.

Таблица 13
РАСЧЕТЫ ИНТЕРВАЛОВ ДОСТОВЕРНОСТИ ДЛЯ СЛУЧАЯ КОРРЕКЦИИ ОЦЕНКИ РИСКА

	Интервалы достоверности по уровню принадлежности α для:		
α	r	Δ V	NPV
1	[0.2, 0.2]	[1, 1]	[0.527, 0.527]
0.75	[0.175, 0.225]	[0.75, 1.25]	[0.333, 0.738]
0.5	[0.15, 0.25]	[0.5, 1.5]	[0.153, 0.967]
0.25	[0.125, 0.275]	[0.25, 1.75]	[-0.012, 1.227]
0	[0.1, 0.3]	[0, 2]	[-0.167, 1.489]

Видим, что за счет снижения уровня неопределенности степень риска понизилась почти на порядок. Таким образом, у инвестора появляется эффективный инструмент контроля эффективности инвестиционного процесса.

2.5. Измерение уровня информационной неопределенности

Из расчетов видно, что чем значительнее неопределенность в исходных данных, тем выше риск. Поэтому в ряде случаев инвестор просто обязан **отказаться от принятия решения** и предпринять дополнительные меры по борьбе с неопределеннностью. Чтобы знать, когда оправдан отказ от принятия решения, инвестору необходим измеритель неопределенности сложившейся информационной ситуации (неустойчивости проекта [2, 3]). Логично производить такие измерения по показателю α_1. Для случая полной определенности $\alpha_1 = 0$. Применительно к $\mu_{NPV}(x)$ вида (31) расчеты дают $\alpha_{11} = 0.655$, а для $\mu_{NPV}(x)$ вида (33) $\alpha_{12} = 0.241 < \alpha_{11}$. Инвестор опять же может интерпретировать значения α_1 лингвистически, как и в случае лингвистической оценки степени риска, и таким образом обозначить для себя границу α_1, за которой неопределенность перестает быть приемлемой.

2.6. Развитие предложенного подхода

В качестве дополнительного критерия эффективности инвестиций инвестор может потребовать, чтобы уровень внутренней ставки доходности (IRR - Internal Rate of Return) проекта превышал некий нечеткий порог $\underline{H}$. Тогда, если по критерию $\{\underline{NPV} \succ \underline{G}\}$ степень риска инвестиций составляет $V\&M_1$, а по критерию $\{\underline{IRR} \succ \underline{H}\}$ она же составляет $V\&M_2$, то результирующая степень риска может быть оценена как $V\&M = \max(V\&M_1, V\&M_2)$.

Строгий с математической точки зрения подход к использованию показателя ***IRR*** в инвестиционном анализе см. в [25].

Выводы

Нечеткие множества - это инструмент расчета возможностей [5]. Умея грамотно описать нечеткость исходных данных, мы логическим путем переходим к нечеткости результирующих показателей. Оценка инвестиционного риска - это оценка меры возможности неблагоприятных событий в ходе инвестиционного процесса, когда ожидаемость таких событий, задаваемая функцией принадлежности соответствующих нечетких чисел, известна или определяется специальными методами.

Подход, основанный на нечеткостях, преодолевает недостатки вероятностного и минимаксного подходов, связанные с учетом неопределенности. Во-первых, здесь формируется *полный спектр* возможных сценариев инвестиционного процесса. Во-вторых, решение принимается не на основе *двух* оценок эффективности проекта, а *по всей совокупности* оценок. В-третьих, ожидаемая эффективность проекта не является точечным показателем, а представляет собой поле интервальных значений со своим распределением ожиданий, характеризующимся функцией принадлежности соответствующего нечеткого числа. А взвешенная полная совокупность ожиданий позволяет оценить интегральную меру ожидания негативных результатов инвестиционного процесса, т.е. степень инвестиционного риска.

Метод, названный нами **V&M-метод оценки риска инвестиций**, и предложенный здесь показатель степени риска, названный нами **V&M-показатель оценки риска инвестиций**, использованы в разработанной консультационной группой «Воронов и Максимов» программной модели «МАСТЕР ПРОЕКТОВ: Предварительная оценка» и широко применяются в автоматизированном инвестиционном анализе.

3. УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ ПОРТФЕЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

3.1. Описание проблемы и подход к ее разрешению

Держатель фондового портфеля - частный вкладчик, инвестиционная компания, взаимный фонд - управляет своими инвестициями, руководствуясь определенными соображениями. С одной стороны, инвестор старается максимизировать свою доходность. С другой стороны, он фиксирует предельно допустимый риск неэффективности своих инвестиций - риск убытков. Если инвестор вкладывается в казначейские обязательства США с купоном 7.5% годовых, то считается, что его риск в этом случае равен нулю (отбросим системные риски, связанные с крахом денежного рынка США, с любыми иными событиями глобального порядка). Таким образом, если доходность портфеля инвестора оказалась ниже 7.5% годовых за период владения, мы можем говорить о ситуации неэффективного портфельного выбора. В принципе, мы можем заложить в качестве критерия неэффективности портфельного выбора любую другую процентную ставку, и чем выше эта ставка, тем агрессивнее настроен инвестор, тем более он склонен к риску во имя максимума ожидаемой прибыли.

Классической моделью управления фондовым портфелем является модель Марковица [26, 27, 28]. Пусть портфель содержит N типов ценных бумаг (ЦБ), каждая из которых характеризуется пятью параметрами:

- начальной ценой $\boldsymbol{W_{i0}}$ одной бумаги перед помещением ее в портфель;
- числом бумаг $\boldsymbol{n_i}$ в портфеле;
- начальными инвестициями $\boldsymbol{S_{i0}}$ в данный портфельный сегмент, причем выполняется:

$$S_{i0} = W_{i0} \times n_i; \quad (34)$$

- ожидаемой доходностью бумаги $\boldsymbol{r_i}$;
- ее стандартным отклонением σ_i от среднеожидаемого дохода.

Из перечисленных условий ясно, что случайная величина конечной цены бумаги (включающая промежуточные выплаты) имеет нормальное распределение с параметрами $(W_{i0} \times (1+r_i), \sigma_i)$.

Сам портфель характеризуется:

- суммарным объемом портфельных инвестиций S;
- долевым ценовым распределением бумаг в портфеле {xi}, причем для исходного портфеля выполняется:

$$x_i = \frac{S_{i0}}{S}, \quad \sum_{i=1}^{N} x_i = 1, \quad i = 1,\dots,N; \quad (35)$$

- корреляционной матрицей $\{\rho_{ij}\}$, коэффициенты которой характеризуют связь между доходностями $\boldsymbol{i}$-ой и $\boldsymbol{j}$-ой бумаг. Если $\rho_{ij} = -1$, то это означает полную отрицательную корреляцию, если $\rho_{ij} = 1$ - имеет место полно положительная корреляция. Всегда выполняется $\rho_{ii} = 1$, так как ЦБ положительно коррелирует сама с собой.

Таким образом, портфель описан системой статистически связанных случайных величин с нормальными законами распределения. Тогда, согласно теории случайных величин, ожидаемая доходность портфеля r находится по формуле:

$$r = \sum_{i=1}^{N} x_i r_i, \quad (36)$$

а стандартное отклонение портфеля σ определяется по формуле:

$$\sigma = \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (37)$$

Задача управления таким портфелем имеет следующее описание: определить вектор ***{xi}***, максимизирующий целевую функцию ***r*** вида (36) при заданном ограничении на уровень риска s , оцениваемый (37):

$$\{ x_{opt} \} = \{ x \} \quad | \; r \rightarrow max, \quad \sigma = const \quad . \; (38)$$

Замечание. В подходе Марковица к портфельному выбору под риском понимается не риск неэффективности инвестиций, а степень колеблемости ожидаемого дохода по портфелю, причем как в меньшую, так и в большую сторону. Можно без труда перейти от задачи вида (38) к задаче, где в качестве ограничения вместо фиксированного стандартного отклонения выступает вероятность того, что портфельная доходность окажется ниже заранее обусловленного уровня.

Подход Марковица, получивший широчайшее распространение в практике управления портфелями, тем не менее имеет ряд модельных допущений, плохо согласованных с реальностью описываемого объекта - фондового рынка. Что имеется в виду?

1. Слабость гипотезы о статистичности случайных процессов. Классическая теория вероятностей констатирует статистичность случайных событий в тех условиях, где имеет место *статистическая однородность* выборки событий. Вернемся к плодотворной аналогии с электронными приборами. Если мы испытываем надежность однотипных радиоэлектронных устройств, находящихся в однотипных условиях, тогда требование статистической однородности соблюдено. Если же часть этих устройств помещается в иной климатический режим (как это и впрямь имеет место в ходе реальных испытаний оборудования), то однородность событий отказов пропадает. То же и на рынке ценных бумаг. Эмитент ЦБ, наблюдаемый 10 лет назад, и тот же эмитент сегодня - это, вообще говоря, два различных объекта наблюдения. Изменилось рыночное окружение фирмы и, соответственно, изменилась рыночная позиция эмитента: он расширил рынок своей продукции или, наоборот, снизил продажи. Соответственно, риск убытков по данной бумаге падает или растет; но причина этих колебаний - внешняя, она не имеет прямого отношения к эмитенту, не присуща ему. Это точно так же, как риск простуды - зависит не только от жизнеспособности организма человека, но и от погоды на дворе. Поэтому нельзя в случае ЦБ говорить о статистической однородности, нельзя говорить о статистичности случайного процесса доходности ЦБ. И, таким образом, нельзя говорить о **вероятности** того или иного события, связанного со случайной величиной дохода по ЦБ, при *классическом* понимании вероятности.

Если же речь идет о субъективных (аксиологических) вероятностях, то введение этих вероятностей должно быть предварено специальным обоснованием (исследованием информативности контекста свидетельств об изучаемом объекте, экспертным опросом и т.д.). Когда вероятностная субъективная оценка производится единичным экспертом, риск произвола и ошибочного прогноза существенно возрастает. Фактически, применяя субъективные вероятности, эксперт отказывается от частотного понимания вероятности и вкладывает в это понятие собственные субъективные ожидания, которые могут быть существенно искажены оглядкой на предысторию курсовых колебаний бумаг. В случае смены рыночных ориентиров эта предыстория перестает быть показательной, объект наблюдения как бы «портится». Опять наглядный пример: в связи с глобальным планетарным потеплением перестает быть актуальной для прогнозов многолетняя статистика суточных температур, собранная в предшествующий потеплению исторический период.

2. Корреляция как натяжка. Раз нет статистичности случайных процессов дохода по ЦБ, также нет и статистической связи между этими случайными процессами. Когда коэффициенты корреляции ρ_{ij} задаются константами, предполагается, что раз и навсегда известен характер причинно-следственной связи между доходами двух типов бумаг. В жизни все не так просто, и характер рассматриваемой причинности не может быть описан экспертом рынка вполне точно, будь он хоть семи пядей во лбу, а лишь с той или иной степенью приблизительности. Гораздо больше правды содержится в заключениях эксперта, когда он вместо чисел употребляет лингвистически нечеткие высказывания с той или иной степенью оттеночной уверенности. Сюда относим высказывания типа: сильная положительная связь», «весьма сильная отрицательная связь», «относительно сильная положительная связь», «слабая отрицательная связь», «связь, *скорее*, слабая положительная, нежели нейтральная», и т.п. Неопределенность здесь носит двумерный характер: с одной стороны, это нечеткость в описании самой ситуации, а с другой стороны, неуверенность эксперта при различении одной ситуации от другой.

Лингвистически нечеткое описание связей случайных процессов в условиях существенной информационной неопределенности - это способ для эксперта выражаться предельно четко там, где налицо разительный дефицит четкости. Как трансформировать полученное нечеткое описание в качественный прогноз дохода по портфелю? В последующих работах (если позволит Бог) мы попытаемся ответить на этот вопрос.

Два высказанных замечания к подходу Марковица заставляют исследователя внести коррективы если не в сам подход, то в исходные допущения к модели. Сняв допущение о статистической природе случайных процессов, мы должны перейти к альтернативному способу учета информационной неопределенности относительно будущего состояния рынка ЦБ, содержащихся в портфеле.

Еще раз применим нечетко-множественный подход, по аналогии с тем, как мы сделали это в предыдущих разделах настоящей работы.

3.2. Нечеткое число как модель доходности ЦБ

Поскольку доход по ЦБ случаен, его точное значение в будущем неизвестно, а вероятностное описание такого сорта случайности не вполне корректно, то в качестве описания доходности ЦБ уместно использовать треугольные нечеткие числа (см. раздел 2), моделируя экспертное высказывание следующего вида: «Доходность ЦБ по завершении срока владения *ожидаемо равна* $\bar{r}$ и находится в расчетном диапазоне ***[**r_1**,** r_2**]***». Здесь эксперт отказывется от вероятностного описания доходности, отсекает слабовозможные случайные исходы с двух сторон от ожидаемого значения $\bar{r}$ (вероятность таких исходов при нормальном распределении не равна нулю) и формирует **расчетный коридор,** в котором ожидается уровень доходности ЦБ, при этом за $\bar{r}$ эксперт принимает либо наиболее ожидаемое, либо среднее значение доходности в расчетном коридоре. Функция принадлежности нечеткого числа имеет треугольный вид, если степень субъективной уверенности эксперта в отношении доходности равна нулю за пределами расчетного коридора значений доходности, а максимум этой уверенности, равный единице, достигается в точке $\bar{r}$. Эксперт убежден, что $\bar{r}$ заведомо попадет в любой расчетный коридор доходности, как бы ни менялись границы этого коридора.

3.3. Доходность портфеля как нечеткое число

Способ описания ожидаемой доходности в форме нечеткого числа автоматически снимает все проблемы, сопряженные с учетом связи ЦБ по тенденциям. Потому что если доходность ЦБ - треугольное нечеткое число, а доходность портфеля - линейная комбинация доходности компонент, то результирующий вид доходности портфеля также известен.

Пусть $\bar{r} = (r_{1i}, \bar{r}, r_{2i})$ - доходность по ***i***-ой ценной бумаге, треугольное нечеткое число. Тогда доходность по портфелю:

$$\underline{r} = \Big(r_{min} = \sum_{i=1}^{N} x_i r_{1i},$$

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \bar{r}, r_{max} = \sum_{i=1}^{N} x_i r_{2i} \Big) \quad , (39)$$

также является треугольным нечетким числом. Вывод о том, что линейная комбинация треугольных нечетких чисел есть треугольное нечеткое число, здесь мы приводим без доказательства, как хорошо известный результат теории нечетких множеств.

3.4. Оценка портфельного риска

Зафиксируем ***r**** - критическое значение доходности портфеля. Если фактическое значение доходности r окажется ниже r*, то считаем, что портфель был сформирован неэффективно.

В разделе 2 мы показали, что степень риска неэффективности инвестиций в предположении о том, что показатель эффекта инвестиций - треугольное нечеткое число, определяется по формулам (28) - (30):

$$\beta = \begin{cases} 0, & при \quad r^* < r_{min} \quad ; \\ R\left(1+\frac{1-\alpha}{\alpha}\ln(1-\alpha)\right), & при \quad r_{min} \le r^* < \bar{r} \quad ; \\ 1-(1-R)\left(1+\frac{1-\alpha}{\alpha}\ln(1-\alpha)\right), & при \quad \bar{r} \le r^* < r_{max} \quad ; \\ 1, & при \quad r^* \ge r_{max} \quad ; \end{cases} \qquad (40)$$

где

$$R = \begin{cases} \frac{r^* - r_{min}}{r_{max} - r_{min}}, & при \quad r^* < r_{max}\,; \\ 1, & при \quad r^* \ge r_{max}\,; \end{cases} \qquad (41)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0, & при \quad r^* < r_{min} \quad ; \\ \frac{r^* - r_{min}}{\bar{r} - r_{min}}, & при \quad r_{min} \le r^* < \bar{r} \quad ; \\ 1, & при \quad r^* = \bar{r} \quad ; \\ \frac{r_{max} - r}{r_{max} - \bar{r}}, & при \quad \bar{r} < r^* < r_{max} \quad ; \\ 0, & при \quad r^* \ge r_{max} \quad . \end{cases} \qquad (42)$$

3.5. Модель управления портфельным риском

Теперь зафиксируем $\bar{r}$ - требуемый уровень ожидаемой доходности портфеля. Манипулируя вектором ***{x$_i$},*** мы можем добиться минимума риска инвестиций. Запись этой задачи:

$$\{\, x_{opt} \,\} = \{\, x \,\} \quad |\, \beta \to min, \quad r = \bar{r} \;. \qquad (43)$$

Эта задача является двойственной задачей нелинейного программирования к задаче в следующей записи:

$$\{\, x_{opt} \,\} = \{\, x \,\} \quad |\, r \to max, \quad \beta = const \;. \qquad (44)$$

Эта задача подобна (38), только в качестве фактора риска (линейного ограничения в форме равенства) выступает не стандартное отклонение портфеля, а степень риска неэффективности инвестиций.

3.6. Пример

Итак, мы сформулировали основные принципы управления портфельным риском на базе нечеткой модели. Рассмотрим этот подход на простейшем примере.

Пусть портфель состоит из двух видов ценных бумаг (ЦБ1 и ЦБ2) с параметрами: доходность - 8 и 12 процентов соответственно, расчетный коридор ЦБ1 и ЦБ2 - [7.2%, 8.8%] и [9.6%, 12.4%] соответственно. Доля ЦБ1 в портфеле меняется от 0 до 50%, доля ЦБ2 - от 100% до 50% соответственно. Критическое значение доходности портфеля составляет ***r^*=11%.***

Оценим риск неэффективности инвестиций при перераспределении долей бумаг в портфеле. Расчеты по формулам (39) - (42) сведены в табл. 14.

Таблица 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РИСКА ДВУХСЕГМЕНТНОГО ПОРТФЕЛЯ С ГРАНИЧНОЙ СТАВКОЙ r*=11% годовых.

№ пп	Доля ЦБ1	Доля ЦБ2	Ожидаемая доходность портфеля	Нижняя граница доходности	Верхняя граница доходности	Степень риска
1	0.0	1.0	12.0%	9.6%	14.4%	0.109
2	0.1	0.9	11.6%	9.4%	13.8%	0.190
3	0.2	0.8	11.2%	9.1%	13.3%	0.339
4	0.3	0.7	10.8%	8.9%	12.7%	0.670
5	0.4	0.6	10.4%	8.6%	12.2%	0.854
6	0.5	0.5	10.0%	8.4%	11.6%	0.959

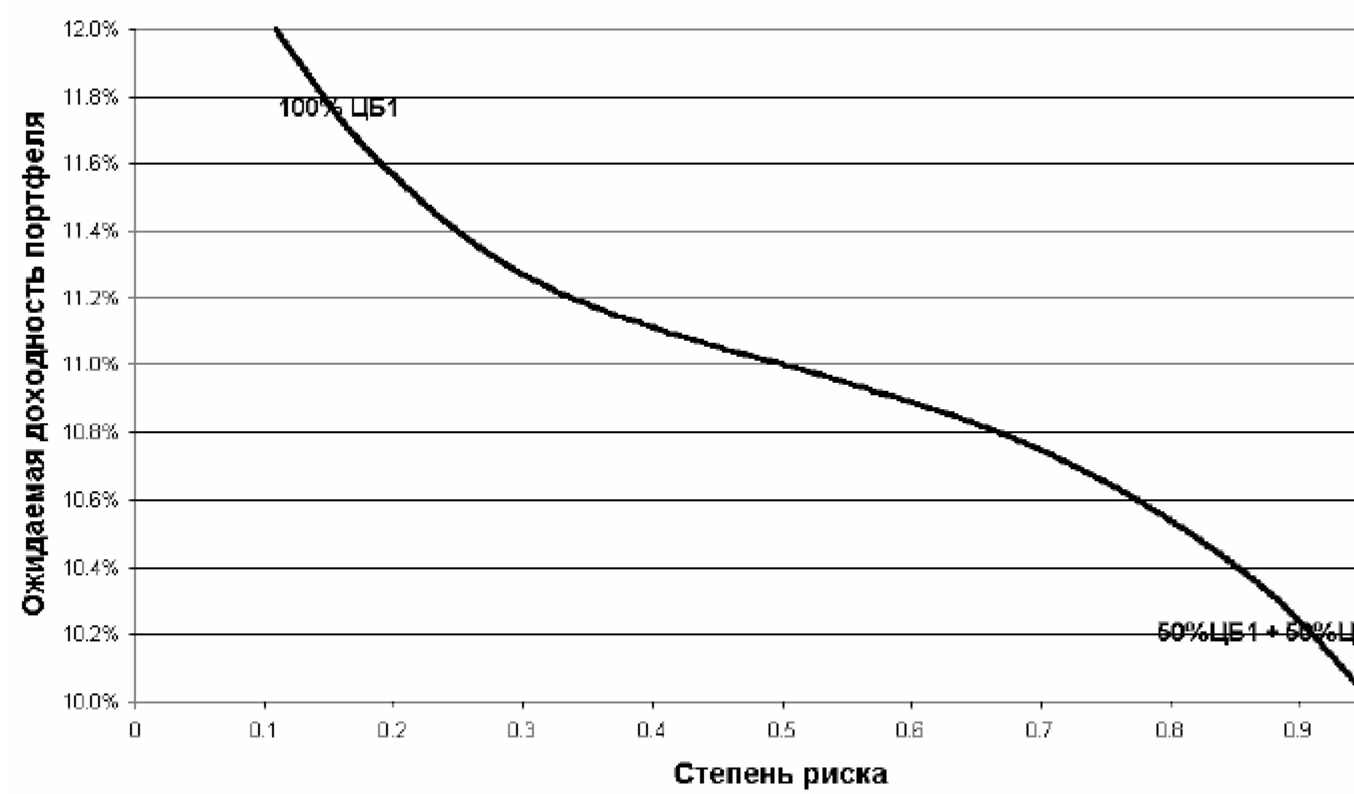

Рис. 8. Зависимость «риск-доходность»

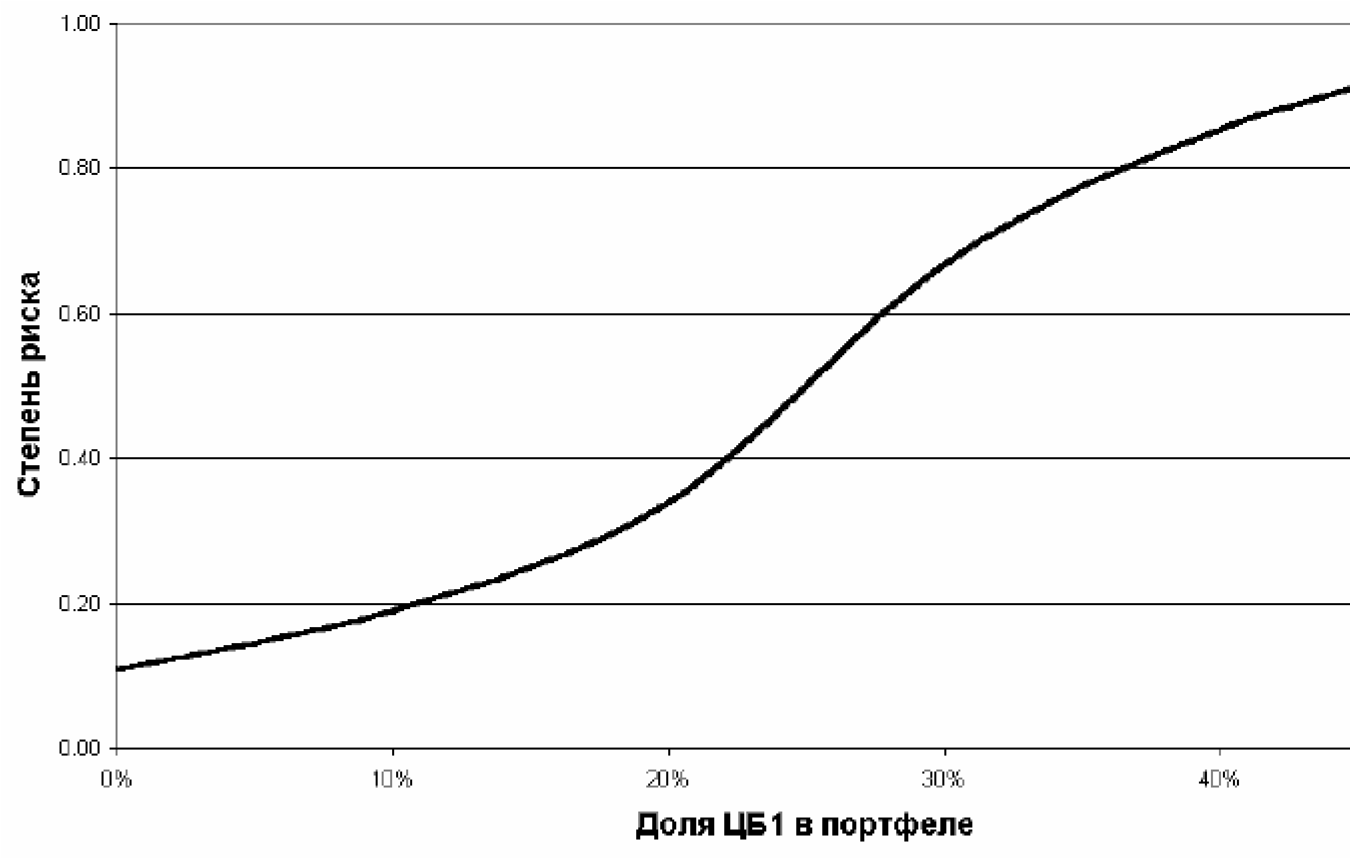

Рис. 9. Зависимость «структура портфеля - степень риска»

зависимость «риск - ожидаемая доходность» по портфелю представлена на рис. 8, а зависимость степени риска от доли низкопроцентных бумаг в портфеле представлена на рис. 9. Вполне ясно, что с ростом доли низкодоходной бумаги в портфеле, даже несмотря на то, что расчетный коридор по ЦБ1 более узок, нежели расчетный коридор по ЦБ2, падает ожидаемая доходность портфеля в целом - и, соответственно, растет риск неэффективности портфельного выбора.

В целях задачи управления риском, если зафиксировать ограничение по ожидаемой доходности портфеля на уровне, скажем, 11.2%, то, в соответствии в (43), минимум риска такого портфеля составит 34%. Этот минимум достигается, когда доля ЦБ1, по данным табл. 14, составляет 20%. В альтернативной постановке задачи (44), когда фиксируется риск, мы оптимизируем ожидаемую доходность. Так, при фиксации риска на уровне 19%, максимум доходности достигается, когда доля ЦБ1 в портфеле составляет 10%.

Выводы

В заявленной постановке задачи мы, не желая усложнять рассмотрение, намеренно исключили из него допущение о надежности ЦБ, т.е. фактор риска срыва платежей. Это - тема следующего раздела настоящей работы.

Мы считаем, что применение нечетких множеств при учете исходной неопределенности относительно доходов по ценным бумагам - весьма перспективное направление анализа эффективности портфельных инвестиций. Эксперт-аналитик при использовании этого подхода избавлен от необходимости формировать вероятностные прогнозы на весьма шаткой информационной основе, когда поведение торгуемых ценных бумаг не обладает характером статистических случайных процессов. Эксперту достаточно сделать допущение о расчетном коридоре, в котором ожидаемо колеблется будующий доход по ЦБ. При этих простейших допущениях удается оценить степень риска неэффективности портфельных инвестиций и построить процедуру по минимизации этого риска.

4. УЧЕТ РИСКА НЕПЛАТЕЖЕЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПОРТФЕЛЕМ

4.1. Проблема анализа риска неплатежей и подход к ее решению

Итак, когда известен расчетный коридор доходности по каждому сегменту портфеля, определение ожидаемой доходности портфеля и его риска является делом техники.

Однако изложенная выше модель как, впрочем, и модель Марковица**,** учитывает лишь **нормальный** риск по ценным бумагам (ЦБ) эмитента, т.е. такой, который не включает в себя риск *дефолта*. Под дефолтом эмитента мы понимаем такое состояние его ценных бумаг, когда курсовая цена по завершении анализируемого периода (периода владения, периода пребывания ЦБ в портфеле), а также сумма платежей по ЦБ за этот период равны нулю.

Если фондовый портфель составлен из так называемых «голубых фишек» (акций, имеющих высококлассную историю на фондовом рынке развитых стран и торгуемых на ведущих биржах мира), тогда риском дефолта по этим бумагам можно пренебречь. Но если страна и ее фондовый рынок характеризуются как ненадежные (рейтинг кредитоспособности страны-заемщика не выше С, по рейтинговой классификации S&P), тогда риском дефолта пренебрегать нельзя. Особенно это замечание касается венчурных фондов западных стран, формирующих свои портфели бумагами из стран третьего мира.

Природу нормального и дефолтного рисков следует различать. *Нормальный* риск сопряжен с относительно неглубокими колебаниями рыночной конъюнктуры, с такими воздействиями рынка на эмитента, которые не делают эмитента неплатежеспособным. Такие возмущения можно назвать расчетными. Неблагоприятные расчетные возмущения снижают эффективность деятельности предприятия-эмитента на рынке, но это снижение не является необратимым. Напротив, негативные нерасчетные возмущения обладают катастрофической природой и ставят предприятие на грань выживания. Риск, сопряженный с такими возмущениями, уместно назвать *дефолтным.* К нерасчетным возмущениям мы относим разрыв рыночных связей (например, внезапную потерю значимого поставщика или крупного потребителя, снижение квот, приостановку действия лицензии и др.), а также возмущения нерыночного происхождения (природный катаклизм, грубые ошибки менеджмента, столкновения с криминалитетом, смена государственного строя и др.).

Если мы моделируем доход по ценной бумаге как случайную величину с нормальным законом распределения, то это автоматически предполагает, что мы пренебрегаем риском дефолта. Если мы намерены учесть этот риск в вероятностной модели, то нам необходимо строить такую модель на двух уровнях. На нижнем уровне модельной иерархии находится штатное вероятностное описание портфеля, а на верхнем уровне - нештатное. Построим такую простейшую двухуровневую модель на базе классической модели Марковица.

4.2. Модель Марковица с учетом дефолт-сценариев

Пусть фондовый портфель содержит N сегментов ЦБ с долевым распределением $\{x_i\}$, $i = 1,...,N$. По каждой i-ой ЦБ в портфеле заданы: ожидаемая доходность r_i; и стандартное отклонение s $_i$. Также портфель характеризует корреляционная матрица $\{r_{ij}\}$. Критерием эффективности портфельных инвестиций является условие:

$r \geq r^*$,

где r - ожидаемая доходность портфеля,

r^* - предельное значение уровня доходности.

Все перечисленные допущения находятся на нижнем уровне модели, который мы назвали штатным. На верхнем (нештатном) уровне модели содержится вероятностное распределение степени деградации портфеля по факту кратных дефолтов. Эти вероятности не являются классическими, а выражают степень экспертной уверенности в том или ином состоянии эмитентов по итогам анализируемого периода. Обозначим p_i - вероятность сохранения эмитентом своей платежеспособности. Для простоты предположим, что случайные события дефолтов являются стохастически независимыми событиями.

Сформулируем *дефолт-сценарий* $H(\delta_1...\delta_N)$ о совокупном состоянии эмитентов ЦБ портфеля по завершении анализируемого периода. Здесь δ_i - индикатор состояния эмитента: $\delta_i = 0$, если эмитент претерпел дефолт, и $\delta_i = 1$ в противоположном случае. Вероятность реализации сценария H равна:

$$P(H(\delta_1,...,\delta_N)) = \lambda_1 ... \lambda_N, \quad (45)$$

где

$$\lambda_i = \begin{cases} p_i, \delta_i = 1; \\ 1 - p_i, \delta_i = 1. \end{cases} \quad (46)$$

События $H(\bullet)$ являются несовместными и образуют полную группу. Поэтому выполняется:

$$\sum_{(\delta_1,\dots,\delta_N)} P(H(\delta_1,\dots,\delta_N)) = 1 \quad , (47)$$

где суммирование проводится по всем возможным наборам $(\delta_1 \dots \delta_N)$, а всего таких слагаемых 2^N.

В результате реализации дефолт-сценария H часть сегментов портфеля обесценивается до нуля вследствие дефолтов. Это означает, что фактический доход по этим сегментам портфеля составил (-100%), а стандартное отклонение - нулевое, т.к. определенность в части состояния дефолтных сегментов - полная. Прочие эмитенты доставляют портфелю доход в среде нормальных рисков.

Тогда применение подхода Марковица (см. раздел 3) к портфелю дает:

уровень ожидаемой доходности портфеля при реализации дефолт-сценария $H(\bullet)$, по аналогии с (36),

$$r(\delta_1,\dots,\delta_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i \varphi_i \quad , (48)$$

где

$$\varphi_i = \begin{cases} r_i, \delta_i = 1; \\ -100\%, \delta_i = 0. \end{cases} \quad (49)$$

стандартное отклонение портфеля при реализации дефолт-сценария $H(\bullet)$, по аналогии с (37)

$$\sigma = \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j \rho_{ij} \delta_i \delta_j \sigma_i \sigma_j \right)^{\frac{1}{2}} \quad . (50)$$

Результирующие показатели по портфелю достигаются взвешиванием всех возможных дефолт-сценариев по вероятности, на основе соотношений (45) - (50):

уровень ожидаемой доходности портфеля

$$r = \sum_{(\delta_1,\dots,\delta_N)} P(H(\delta_1,\dots,\delta_N)) r(\delta_1,\dots,\delta_N); \quad (51)$$

стандартное отклонение портфеля

$$\sigma = \sum_{(\delta_1,\dots,\delta_N)} P(H(\delta_1,\dots,\delta_N)) \sigma(\delta_1,\dots,\delta_N); \quad (52)$$

Вероятность неэффективного управления портфелем (степень риска ситуации, когда $r \, ^3 \, r^*$) определяется по формуле:

$$\beta = \int_{-\infty}^{r^*} exp(-(y-r)^2 / 2\sigma^2)dy$$ *, (53)*

где ***r*** определяется по (51), а σ - по (52).

4.3. Нечеткая модель с учетом дефолт-сценариев

В разделе 3 настоящей работы мы совершили переход от вероятностного описания портфеля к нечетко-множественному, задав доходность i-го сегмента портфеля нечетким треугольным числом r_i. Тогда ожидаемая доходность портфеля r есть линейная комбинация r_i, а риск неэффективности инвестиций определяется по формулам (40) - (42).

Усовершенствуем изложенный подход введением нечетко-множественного описания дефолтных ожиданий. Введем лингвистическую переменную «**Вероятность сохранения платежеспособности эмитентом ЦБ**» и выделим пять нечетких подмножеств введенного множества:

- ***A*** - подмножество очень низких вероятностей сохранения платежеспособности;
- ***B*** - подмножество низких вероятностей сохранения платежеспособности;
- ***C*** - подмножество среднего уровня вероятностей сохранения платежеспособности;
- ***D*** - подмножество высоких вероятностей сохранения платежеспособности;
- ***E*** - подмножество очень высоких вероятностей сохранения платежеспособности.

По аналогии со всем вышеизложенным, запишем пять соответствующих подмножествам ***{A,…,E}*** функций принадлежности **{**μ_A**, …,** μ_E**}** на отрезке действительных чисел [0,1]. Эти функции имеют трапециевидную форму и могут быть охарактеризованы соответствующими нечеткими трапециевидными числами $T(a_1,\dots, a_4)$, где a_i - абсциссы точек излома функции принадлежности. Одним из наилучших способов задания, по мнению автора, является способ, приведенный в табл. 15.

Таблица 15

КООРДИНАТЫ ТОЧЕК ИЗЛОМА ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Функции	**Координаты T - чисел**			
	a_1	a_2	a_3	a_4
μ_A	0	0	0.01	0.03

μ_B	0.01	0.03	0.05	0.07
μ_C	0.05	0.07	0.93	0.95
μ_D	0.93	0.95	0.97	0.99
μ_E	0.97	0.99	1	1

Он хорошо корреспондируется с классификацией, взятой за основу в западных рейтинговых агентствах. Разумеется, возможны и другие варианты выбора узловых точек ***T***-чисел.

Таким образом, мы заместили четко-вероятностное описание риска дефолтов нечетко-вероятностным. Эксперт, надо думать, затрудняется в строгой количественной оценке вероятности дефолта эмитента, т.к. ему недостает к этому статистических предпосылок. Однако он может охарактеризовать вероятностную ситуацию качественно, воспользовавшись предложенной классификацией, размыть свои собственные исходные точечные оценки.

Если вероятность сохранения платежеспособности описана подмножествами ***{A, B, C, D, E}***, то соответствующая вероятность дефолта описывается подмножествами ***{E, D, C, B, A}*** соответственно, как вероятность дополняющего противоположного события, образующего с исходным событием полную группу.

Тогда нечеткая вероятность дефолт-сценария ***H(●)*** - это ожидаемость сложного события реализации вектора **($\delta_1 \ldots \delta_N$)**, которая строится на основе нечетких вероятностей сохранения платежеспособности по каждому отдельному эмитенту, с применением операций над нечеткими ***T***-числами.

Рассмотрим простейший пример портфеля из двух ЦБ. Пусть состояние эмитента ЦБ1 признано экспертом «предельно благополучным» (рейтинг ***E***), а состояние эмитента ЦБ2 - «относительно благополучным» (рейтинг ***D***). Тогда вероятность дефолт-сценария ***(δ_1=1, δ_2=1)*** отображена нечетким подмножеством $\underline{V}(\delta_1,\delta_2)$ вида «алгебраическое произведение» [16] ***E*** и ***D*** (обозначение ***E ⊗ D***, где ⊗ - символ операции алгебраического произведения) с функцией принадлежности $\mu_V = \mu_E\, \mu_D$.

Из теории нечетких множеств известно, что «произведение» двух ***T***-чисел (определенное как операция на уровне интервалов принадлежности) не есть ***T***-число. Однако результирующее нечеткое число можно *привести к Т-виду*, путем перемножения соответствующих ***T***-вершин чисел-сомножителей. Результат такой линеаризации по полному набору дефолт-сценариев нашего пояснительного примера представлен в табл. 16.

Таблица 16

РАСЧЕТ НЕЧЕТКИХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЕФОЛТ-СЦЕНАРИЕВ

№ пп	**Набор**	**Нечеткая вероятность** $\underline{V}(\delta_1,\delta_2)$	**Соответствующее μ_V Т-число**

	δ_1	δ_2		
1	1	1	E ⊗ D	(0.902, 0.941, 0.970, 0.990)
2	0	1	A ⊗ D	(0., 0., 0.010, 0.030)
3	1	0	E ⊗ B	(0.010, 0.030, 0.050, 0.070)
4	0	0	A ⊗ B	(0., 0., 0.001, 0.002)

Обозначим $\underline{p_i}$ - нечеткую вероятность сохранения платежеспособности i-ым эмитентом, $\underline{q_i}$ - нечеткую вероятность дополняющего противоположного события.

Тогда, в общем виде, по аналогии с (45) -(46):

$$\underline{V}(\delta_1,\ldots,\delta_N)=\lambda_1\otimes\ldots\otimes\lambda_N, \quad (54)$$

где

$$\lambda_i=\begin{cases}\underline{p_i}, \delta_i=1;\\ \underline{q_i}, \delta_i=1.\end{cases} \quad (55)$$

Теперь мы ввели все необходимые исходные нечеткие описания и в состоянии перейти к оценке доходности портфеля и риска неэффективного управления портфелем.

4.4. Доходность портфеля как нечеткое число

Пусть $\underline{r_i}=(r_{1i},\overline{r_i},r_{2i})$ - доходность по ***i***-ой ценной бумаге, треугольное нечеткое число. Если дефолт ***i***-го эмитента состоялся, то доходность соответствующих ЦБ есть вырожденное нечеткое число $\underline{r_i}$ = (-100%, -100%, -100%).

Тогда доходность по портфелю при условии наступления дефолт-сценария ***H(●):***

$$r(\bullet)=(r_{min}(\bullet)=\sum_{i=1}^{N}x_i\varphi_{1i},\overline{r}(\bullet)=\sum_{i=1}^{N}x_i\overline{\varphi_i},r_{max}(\bullet)=\sum_{i=1}^{N}x_i\varphi_{2i}), \quad (56)$$

где

$$\varphi_{1i}=\begin{cases}r_{1i}, \delta_i=1;\\ -100\%, \delta_i=0;\end{cases} \quad (57)$$

$$\overline{\varphi}_i=\begin{cases}\overline{r}_i, \delta_i=1;\\ -100\%, \delta_i=0;\end{cases} \quad (58)$$

$$\varphi_{2i}=\begin{cases}r_{2i}, \delta_i=1;\\ -100\%, \delta_i=0;\end{cases} \quad (59)$$

Считаем, что все нечеткие вероятности дефолт-сценариев $V(\bullet)$ рассчитаны заранее по схеме (54)-(55). Упростим дальнейшие расчеты и заместим вероятности в нечеткой форме их наиболее ожидаемыми числовыми значениями. Если ***T(a1 , a2 , a3 , a4)*** - ***T***-числа, соответствующие $V(\bullet)$, то в качестве наиболее ожидаемых значений следует взять

$$V(\bullet) = (a_2 + a_3)/2 \qquad (60)$$

Пронормируем значения (60) с тем, чтобы было выполнено условие (47). Тогда полученные значения становятся вероятностями реализации соответствующих дефолт-сценариев в аксиологическом смысле. Схема нормирования имеет вид:

$$v(\bullet) = \frac{V(\bullet)}{\sum\limits_{(\delta_1,\dots,\delta_N)} V(\bullet)} \qquad (61)$$

Тогда взвешивание нечетких исходов дефолт-сценариев по вероятностям (61) дает:

$$\underline{r} = \sum_{(\delta_1,\dots,\delta_N)} v(\delta_1,\dots,\delta_N)\underline{r}(\delta_1,\dots,\delta_N) \qquad (62)$$

т.е. доходность по портфелю также является треугольным нечетким числом $\underline{r_I} = (r_{min}, \bar{r_I}, r_{max})$.

4.5. Оценка портфельного риска

Зафиксируем r^* - критическое значение доходности портфеля. Если фактическое значение доходности r окажется ниже r^*, то считаем, что портфель был сформирован неэффективно.

В разделах 2 и 3 настоящей работы мы показали, что степень риска неэффективности инвестиций в предположении о том, что показатель эффекта инвестиций - треугольное нечеткое число, определяется по формуле (40), с учетом (41) и (42).

4.6. Модель управления портфельным риском с учетом дефолтов

Зафиксируем $\bar{r}$ - требуемый уровень ожидаемой доходности портфеля. Манипулируя вектором {xi}, мы можем добиться минимума риска инвестиций. Запись этой задачи:

$$\{x_{opt}\} = \{x\} \quad | \ \beta \to min, \quad r = \bar{r} \qquad (63)$$

Эта задача является двойственной задачей нелинейного программирования к задаче в следующей записи:

$$\{x_{opt}\} = \{x\} \quad | \ r \to max, \quad \beta = const \qquad (64)$$

4.7. Пример

Итак, мы сформулировали основные принципы управления портфелем в условиях нормального и дефолтного рисков на базе нечеткой модели. Рассмотрим этот подход на простейшем примере двухсегментного портфеля.

Пусть портфель состоит из двух видов ценных бумаг ЦБ1 и ЦБ2 с параметрами: доходность - 8 и 12 процентов соответственно, расчетный коридор ЦБ1 и ЦБ2 - [7.2%, 8.8%] и [9.6%, 12.4%] соответственно. Доля ЦБ1 в портфеле меняется от 0 до 100%, доля ЦБ2 - от 100% до 0% соответственно.

Состояние эмитента ЦБ1 признано экспертом «предельно благополучным» (рейтинг ***E***), а состояние эмитента ЦБ2 - «относительно благополучным» (рейтинг ***D***).

Критическое значение доходности портфеля составляет $\boldsymbol{r^*}$ = 7%.

Оценим риск неэффективности инвестиций при перераспределении долей бумаг в портфеле. Расчеты по формулам (40) - (42), (54) - (64) сведены в табл. 17.

Таблица 17

РАСЧЕТ СТЕПЕНИ РИСКА ПОРТФЕЛЯ ИЗ ДВУХ ТИПОВ ЦЕННЫХ БУМАГ

№ пп	Доля ЦБ1	Доля ЦБ2	Ожидаемая доходность портфеля	Нижняя граница доходности	Верхняя граница доходности	Ширина расчетного коридора	Степень риска
1	0.0	1.0	7.51%	5.21%	9.81%	4.61%	0.223
2	0.2	0.8	7.50%	5.50%	9.50%	4.00%	0.203
3	0.4	0.6	7.49%	5.78%	9.19%	3.40%	0.178
4	0.6	0.4	7.47%	6.07%	8.87%	2.80%	0.147
5	0.8	0.2	7.46%	6.36%	8.56%	2.19%	0.108
6	1.0	0.0	7.45%	6.65%	8.25%	1.59%	0.056

Зависимость «риск - ожидаемая доходность» по портфелю представлена на рис. 10, а зависимость степени риска от доли низкопроцентных бумаг в портфеле представлена на рис. 11.

Из табл. 17 видно, что с ростом доли низкодоходной бумаги в портфеле одновременно происходят две вещи. С одной стороны, падает ожидаемая доходность портфеля, что, казалось бы, должно повышать риск портфеля. Однако одновременно с этим падением, падает и диапазон допустимых колебаний портфеля, его расчетный коридор. И поскольку коридор сужается быстрее, чем падает доходность, *риск тоже падает*.

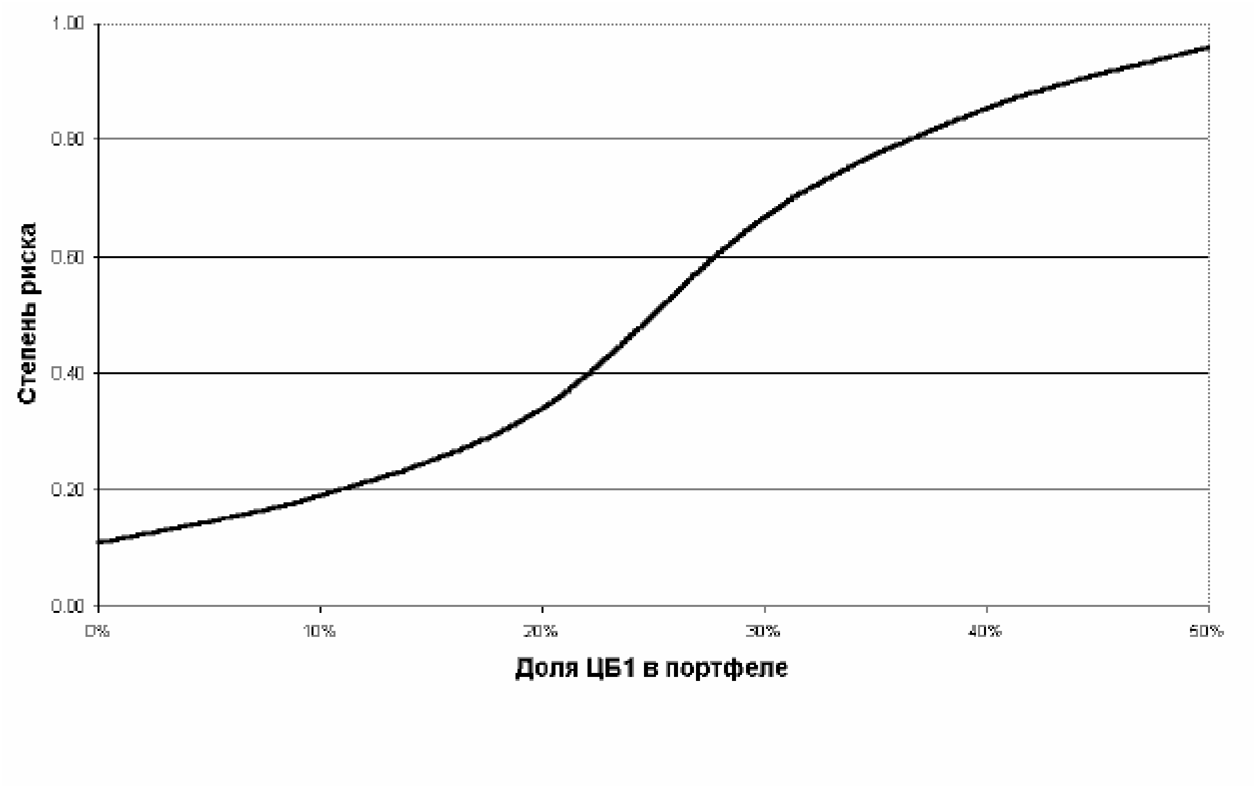

Рис. 10. Диаграмма «Ожидаемая доходность - риск»

Таким образом, поскольку выбранное критическое значение доходности близко к доходности ЦБ1, а эта бумага является менее колеблемой и более надежной, чем ЦБ2, то плановое замещение бумаги ЦБ2 бумагой ЦБ1 приводит к снижению портфельного риска.

Рассмотрим другой случай. Если увеличить критериальный порог с 7% до 8%, то повторные расчеты показывают, что риск неумолимо растет (см. табл. 18).

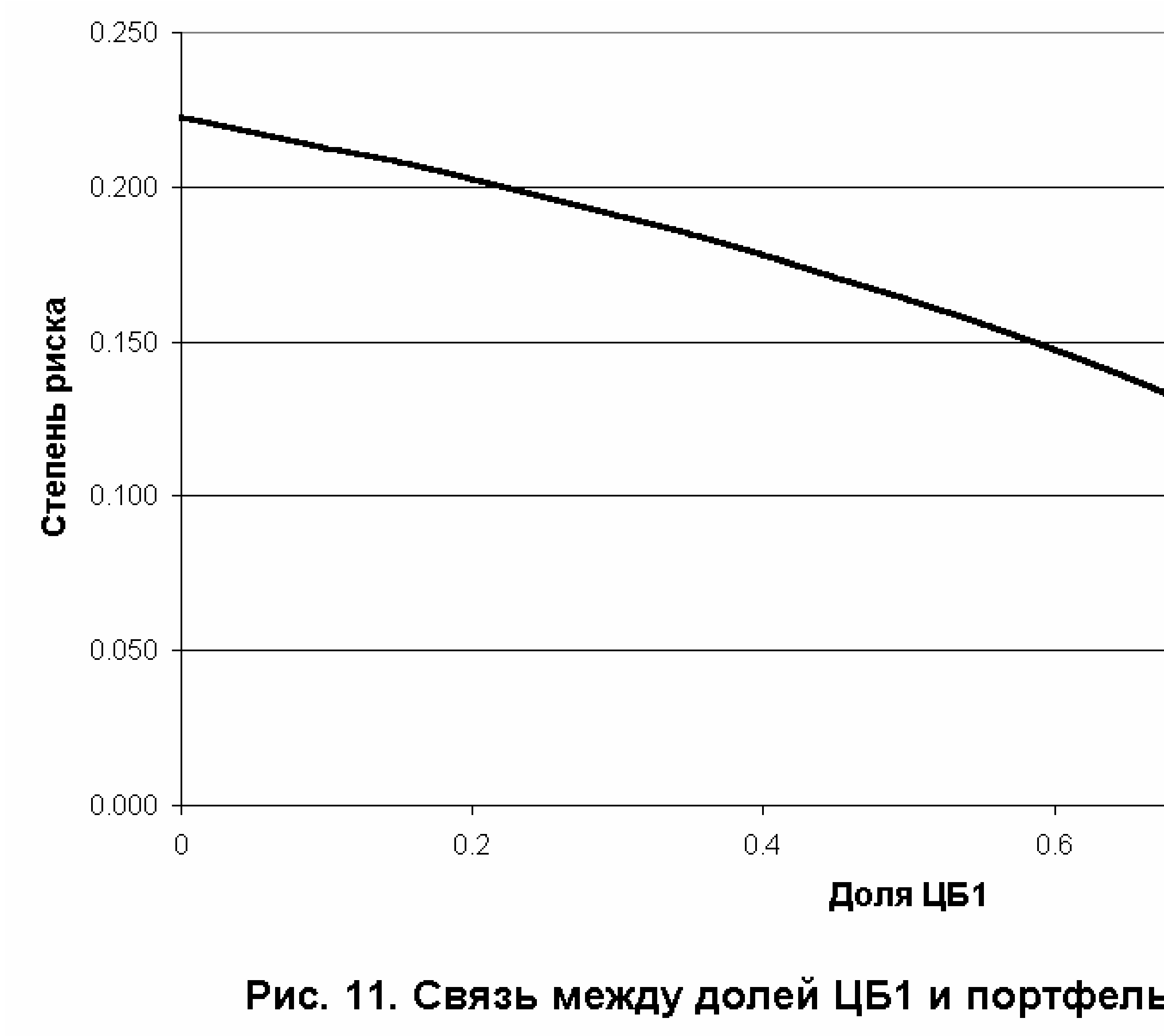

Рис. 11. Связь между долей ЦБ1 и портфельным риском

Таблица 18

ПЕРЕРАСЧЕТ СТЕПЕНИ РИСКА ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ КРИТЕРИАЛЬНОГО ПОРОГА r* с 7% до 8%

№ пп	Доля ЦБ1	Доля ЦБ2	Ожидаемая доходность портфеля	Нижняя граница доходности	Верхняя граница доход-ности	Ширина расчетного коридора	Степень риска
1	0.0	1.0	7.51%	5.21%	9.81%	4.61%	0.771
2	0.2	0.8	7.50%	5.50%	9.50%	4.00%	0.799
3	0.4	0.6	7.49%	5.78%	9.19%	3.40%	0.832
4	0.6	0.4	7.47%	6.07%	8.87%	2.80%	0.872

5	0.8	0.2	7.46%	6.36%	8.56%	2.19%	0.920
6	1.0	0.0	7.45%	6.65%	8.25%	1.59%	0.973

Таблица 19

ПЕРЕРАСЧЕТ СТЕПЕНИ РИСКА СО СНИЖЕНИЕМ ОЖИДАЕМОЙ ДОХОДНОСТИ ЦБ2 с 12% до 11%

№ пп	Доля ЦБ1	Доля ЦБ2	Ожидаемая доходность портфеля	Нижняя граница доходности	Верхняя граница доходности	Ширина расчетного коридора	Степень риска
1	0.0	1.0	6.55%	4.44%	8.66%	4.22%	0.771
2	0.2	0.8	6.73%	4.88%	8.58%	3.70%	0.714
3	0.4	0.6	6.91%	5.32%	8.50%	3.17%	0.610
4	0.6	0.4	7.09%	5.77%	8.41%	2.64%	0.375
5	0.8	0.2	7.27%	6.21%	8.33%	2.12%	0.199
6	1.0	0.0	7.45%	6.65%	8.25%	1.59%	0.056

Это обусловлено тем, что доходность бумаги ЦБ1 начинает проигрывать ее же надежности.

Стало быть, существует некое равновесное значение критерия r* , при котором риск портфеля не меняется с перераспределением бумаг. Это значение получено нами путем подбора, оно составляет 7.417%.

И еще один любопытный эффект, связанный непосредственно с надежностью бумаг в портфеле. Уменьшим ожидаемую доходность по ЦБ2 с 12% до 11%. Результаты расчетов сведены в табл. 19.

Видно, что с удалением низконадежной (по сравнению с ЦБ1) и недостаточно доходной бумаги ожидаемая доходность портфеля **растет**. Этот эффект обусловлен тем, что с постепенным удалением ЦБ2 ожидаемые убытки *от присутствия* бумаги в портфеле падают быстрее, чем доходы, также падающие с уменьшением доли этой бумаги в портфеле.

Выводы

Итак, в нечетко-множественной модели управления фондовым портфелем эксперту необходимо сформировать два блока исходных данных: расчетные коридоры по каждому сегменту портфеля и нечетко-вероятностное описание дефолт-сценариев. При этом подходе эксперт освобождается от необходимости задаваться точечными оценками вероятностей или параметров функций распределения случайных величин. Намеренное загрубление модели, размыв исходных данных, кажущихся вполне точными, на самом деле приводит к повышению адекватности модели специфике моделируемого объекта и соответствует познавательным возможностям эксперта. Это и обеспечивает модели, с одной стороны, достоверность, а с другой - удобство для целей портфельного выбора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нечетко-множественный подход к решению задач финансового менеджмента возник в мировой науке вовсе не случайно, но явился ответом на непреодолимые трудности, связанные с использованием вероятностей при учете исходной информационной неопределенности. Поле для плодотворных дискуссий о применении вероятностей в экономическом анализе возникает тогда, когда случайные события в экономике не обладают статистической природой. Всегда остается возможность поставить под сомнение неограниченную познавательную активность эксперта или лица, принимающего решения. В этом смысле честнее не гадать на кофейной гуще, а задаваться расчетными коридорами исходных данных; не давать вероятностям точечные оценки, а вырабатывать нечетко-лингвистическое описание этих вероятностей, - то есть моделировать не только сам объект исследования, но и границы познавательной активности исследователя.

Полагаю, что подход к решению экономических задач, основанный на нечетностях, еще найдет свое применение в страховом бизнесе, в банковском деле (например, при оценке кредитоспособности заемщика или риска неликвидности залога) и в других разделах финансового менеджмента. Модели, предложенные здесь к оценке риска банкротства и риска инвестиций, могут быть легко развиты под специфику конкретных задач, возникающих в ходе управления финансами.

Выражаю благодарность руководству компании «Воронов и Максимов» за поддержку при подготовке этой публикации.

Литература

1. Кравец А.С. Природа вероятности, М.: Мысль, 1976.

2. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Орлова Е.Р., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. М.: Дело, 1998.

3. Смоляк С.А. Учет специфики инвестиционных проектов при оценке их эффективности // Аудит и финансовый анализ, 1999, №3.

4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений, М.: Мир, 1976.

5. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems. - 1978. - Vol.1, №1.

6. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями, Минск: Вышэйшая школа, 1992.

7. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. М.: Наука, 1981.

8. Недосекин А.О. Анализ живучести систем энергетики комбинаторно-вероятностными методами // Известия РАН. Энергетика, 1992, №3.

9. Недосекин А.О., Максимов О.Б. Анализ риска банкротства предприятия с применением нечетких множеств // Вопросы анализа риска, 1999, № 2-3.

10. Altman E. Corporate Financial Distress. New York, Wiley, 1983.

11. Максимов О. Б. Анализ финансового состояния предприятия. Основные положения методики. Санкт-Петербург, ИКФ «АЛЬТ», 1994.

12. Справочник по искусственному интеллекту. В 3-х томах. М.: Радио и связь, 1990.

13. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.

14. Борисов А.Н. и др. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной, Рига: Зинатне, 1982.

15. Борисов А.Н. и др. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990.

16. Рыжов А.П. Элементы теории нечетких множеств и измерения нечеткости. М.: Диалог-МГУ, 1998.

17. Финансовый менеджмент. М.: Carana Corporation -USAID, 1998.

18. Недосекин А.О., Воронов К.И. Анализ риска инвестиций с применением нечетких множеств // Управление риском, 2000, №1.

19. Эшби Р.У. Введение в кибернетику. М.: Наука, 1959.

20. Behrens W., Hawranek P.M. Manual for the preparation of industrial feasibility studies. Vienna, UNIDO, 1991. (Перевод: Беренс В., Хавранек П.М. Руководство по оценке эффективности инвестиций, М., АОЗТ «Интерэксперт», ИНФРА-М, 1995.)

21. Воронов К.И. и др. Банковская система России. Настольная книга банкира. Книга I. М., ТОО «Инжиниринго-консалтинговая компания «ДеКА», 1995.

22. Воронов К.И. Оценка коммерческой состоятельности инвестиционных проектов // Финансовая газета, 1993, №№ 49 - 52; 1994, №№ 1 - 4, 24 - 25.

23. Финансовое планирование и контроль. М.: ИНФРА-М, 1996.

24. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976.

25. Виленский П.Л., Смоляк С.А. Показатель внутренней нормы доходности проекта и его модификации // Аудит и финансовый анализ, 1999, № 4.

26. Markowitz H. Portfolio Selection: Efficient Diversificaton of Investments. New York, Wiley, 1959.

27. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции. М.: Инфра-М, 1997.

28. Бригхем Ю., Гапенски Л. Финансовый менеджмент. В 2-х т. Том 1. Санкт-Петербург: Экономическая школа, 1997.

Контактный телефон: 7 -(812) - 542-08-38,
7 -(812) - 248-41-35 Недосекин Алексей